

경계추적 유한요소법을 이용한 분무성형공정에서의 열전달 해석

장 동 훈, *강 신 일
연세대학교 기계설계학과

Front Tracking Finite Element Analysis of Heat Transfer in Spray Forming Process

Dong-Hoon Chang, Shinill Kang
Yonsei University

Abstract

A numerical method is presented to predict and analyze the shape and the temperature history of a growing billet produced from the "spray forming" which is a fairly new near net-shape manufacturing process. It is important to understand the mechanism of billet growing and the cooling history of the spray deposited body, because one can obtain a billet with the desired final shape without secondary operations by accurate control of the billet shape and, moreover, growing velocity together with the cooling rate define the microstructure of the final formed product. In the present study, a theoretical model is first established to predict the shape of the billet and next the transient axisymmetric heat conduction problem with growing domain is solved using the so called "front tracking finite element technique".

1. 서론

분무성형은 용융금속을 미세한 금속액적으로 이루어진 스프레이로 만든후, 이를 모형(pattern)이나 기판에 적층시켜 정형(net-shape)의 성형체를 통합된 단일공정으로 제조할 수 있는 재료가공기술이다. 즉, 분무성형은 금속액적 스프레이를 모형에 적층시켜 사출금형(injection mold)이나 스탬핑 다이(stamping die) 등을 한 번의 공정으로 가공할 수 있으며, 기판에 적층시켜 봉상, 관상, 판상의 성형체를 제조할 수 있는 최신 합금제조 공정이다[1, 2, 3]. 본 연구는 분무성형에 의해 원통형 빌렛을 제조함에 있어, 원통형 빌렛의 형상제어 모델과, 빌렛 내부의 열전달 해석에 관한 것이다. 빌렛의 성장 메커니즘을 이론화 한 뒤 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 성형체의 형상을 계산하였다. 그리고 빌렛 내부의 열전달 현상을 축대칭으로 가정하여 2차원 축대칭 과도 열전달 지배방정식을 확립하였으며, 형상제어 모델로부터 구한 빌렛 경계노드의 속도벡터를 바탕으로 경계추적 유한요소법(front tracking finite element method)을 사용하여 성장하는 빌렛의 내부 열전달 해석을 수행함으로써, 빌렛의 내부조직을 예측 및 제어할 수 있는 자료를 제시하였으며, 빌렛 내부의 열용력을 계산하기 위한 바탕을 마련하였다. 여기서 경계추적 유한요소법이란, 성장하는 물체의 시간에 따른 형상과 표면의 성장속도를 추적하여 유한요소를 성장시키고, 유한요소가 일정크기 이상이 되면 자동적으로 새로운 요소가 생성되게하는 해석방법으로, 성장하는 빌렛의 열전달 해석에 적합한 방법이다[4].

2. 본론

2.1 원통형 빌렛의 형상제어 모델

분무성형공정에서는, 고압의 분사가스에 의해 분무화된 액적들이 가스와 혼합된 스프레이 형태로 낙하하여 반응고 상태에서 빌렛의 표면에 충돌 및 결합됨으로써 빌렛의 성장이 이루어진다. 성장하는 빌렛의 형상을 계산하기 위해서는 스프레이 내부 임의점에서의 체적유속 \dot{m} (volume flux, m^3/m^2s)이 필요하며, (r_s, d_s) 로 표시되는 스프레이 내부 임의의 위치에서 스프레이 축방향으로의 체적유속은 다음과 같다[1].

$$\dot{m}(r_s, d_s) = \frac{\Phi_V}{2\pi(c_1 d_s + c_2)^2 x(n)} \exp\left[-\ln 2 \left(\frac{r_s}{c_1 d_s + c_2}\right)^n\right] \quad (1)$$

여기서 Φ_V 는 분사기의 노즐을 통과하는 용융금속의 체적 유출 속도 (overall volumetric flow rate, m^3/s) 이며, $x(n) = \frac{\Gamma(2/n)}{n(\ln 2)^{2/n}}$ 이며, c_1, c_2 는 스프레이 콘의 폭이 넓어지는 정도를 나타내는 상수이며, n 는 스프레이 내부의 중심축에서 가장자리에 걸쳐 체적유속이 분포된 정도를 나타내는 상수이다. 시간 간격 Δt 동안 빌렛표면 임의의 점 P 에서 표면에 수직 방향으로의 적층두께 Δh 는 다음 식으로 부터 구할 수 있다.

$$\Delta h = \int_t^{t+\Delta t} \dot{m}(r_s, d_s) \mathbf{N}_s \cdot \mathbf{N}_p dt \quad (2)$$

여기서 \mathbf{N}_s 는 스프레이 축과 평행한 단위 벡터, \mathbf{N}_p 는 점 P 에서의 단위 수직벡터이다. 점 P 의 초기위치벡터를 \mathbf{P} , 시간 간격 Δt 동안 점 P 가 표면에 수직 방향으로 성장한 후의 위치벡터를 \mathbf{P}' 이라 할때 다음식이 성립한다.

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} + \Delta h \mathbf{N}_p \quad (3)$$

(3) 식을 이용하면, 초기의 빌렛형상으로 부터 시간 간격 Δt 동안 성장한 빌렛의 형상을 계산할 수 있게 된다.

2.2 빌렛내부 열전달 지배방정식

분무성형에 의해 성형되는 원통형 빌렛의 열전달 현상이 축대칭이라고 가정하면 원통좌표계에서 비정상 상태 에너지 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\rho \frac{\partial H(r, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} \right) \quad (r, z) \in \Omega(t) \quad (4)$$

여기서 H 는 엔탈피, T 는 온도, k 는 열전도계수, ρ 는 밀도, $\Omega(t)$ 는 성장하는 빌렛의 단면영역을 나타낸다. 위의 지배방정식과 함께 사용되는 경계조건 및 초기조건은 다음과 같다.

$$k \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial n} + h_c (T(r, z, t) - T_c) = \rho \bar{H}_{spray} \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \quad (r, z) \in \partial\Omega_u(t) \quad (5)$$

$$T(r, z, t) = T_s(r, t) \quad (r, z) \in \partial\Omega_i \quad (6)$$

$$T(r, z, 0) = T_i(r, z) \quad (r, z) \in \Omega_0 \quad (7)$$

여기서 $\partial T(r, z, t)/\partial n$ 는 빌렛의 경계에서 표면에 수직방향으로의 온도구배, \bar{H}_{spray} 는 단위질량의 금속액적 스프레이로부터 빌렛표면으로 유입되는 엔탈피, V 는 빌렛의 표면 성장속도벡터, n 는 경계에서의 단위법선벡터, h_c 는 빌렛의 경계와 주위 대기와의 대류열전달계수, T_c 는 주위 대기의 온도, $\partial\Omega_u$ 는 빌렛의 윗쪽경계, T_u 는 빌렛의 아랫쪽경계($\partial\Omega_l$)의 온도, T_0 는 빌렛의 초기온도, Ω_0 는 빌렛의 초기영역을 각각 나타낸다.

본 연구에서는 원통형 빌렛의 온도분포를 축대칭으로 가정하여 비정상 열전달 지배방정식을 확립하고 이를 경계추적 유한요소법(Front tracking finite element method)을 사용하여 열전달 해석을 수행하였다. 성형체의 성장에 따라 새로이 추가되는 유한요소의 생성과정을 Fig. 1 에서 도식적으로 설명하였다. 경계추적 유한요소법에서는 유한요소의 노드가 시간에 따라 움직인다고 가정한다. 이 가정은 형상함수가 시간의 함수임을 의미하며, 각 유한요소 e 에서 온도 $T(r, z, t)$ 는 다음과 같다.

$$T(r, z, t) = T_j^e(t) \Phi_j^e(r, z, t) \quad (\text{sum on } j) \quad j=1, 2, \dots, M^e \quad (8)$$

여기서 $T_j^e(t)$ 는 요소 e 의 j 번째 노드온도, $\Phi_j^e(r, z, t)$ 는 형상함수이며, M^e 는 요소 e 의 노드 갯수이다. 상변화를 고려하지 않고 빌렛의 내부 전체를 고체영역으로 가정하여 (4)식의 ∂H 를 $c \partial T$ 로 바꾸고, Galerkin 방법으로 유한요소 수식화하면 다음과 같다.

$$C_{IJ} \dot{T}_J + (B_{IJ} + K_{IJ})T_J = F_I \quad I, J=1, 2, \dots, M \quad (\text{sum on } J) \quad (9)$$

여기서 각 항은,

$$C_{IJ} = \sum_{e=1}^E C_{ij}^e = \sum_{e=1}^E \int_{\Omega^e} \rho c \Phi_i^e(r, z, t) \Phi_j^e(r, z, t) d\Omega$$

$$B_{IJ} = \sum_{e=1}^E B_{ij}^e = \sum_{e=1}^E - \int_{\Omega^e} \rho c \Phi_i^e(r, z, t) \left(\frac{\partial \Phi_j^e(r, z, t)}{\partial r} V_r(r, z, t) + \frac{\partial \Phi_j^e(r, z, t)}{\partial z} V_z(r, z, t) \right) d\Omega$$

$$K_{IJ} = \sum_{e=1}^E K_{ij}^e = \sum_{e=1}^E \int_{\Omega^e} k \left(\nabla \Phi_i^e(r, z, t) \cdot \nabla \Phi_j^e(r, z, t) - \frac{1}{r} \Phi_i^e(r, z, t) \frac{\partial \Phi_j^e(r, z, t)}{\partial r} \right) d\Omega$$

$$F_I = \sum_{e=1}^E F_i^e = \sum_{e=1}^E \int_{\partial\Omega^e} \Phi_i^e(r, z, t) (\rho \bar{H}_{spray} V \cdot n - h_c (T - T_c)) dI$$

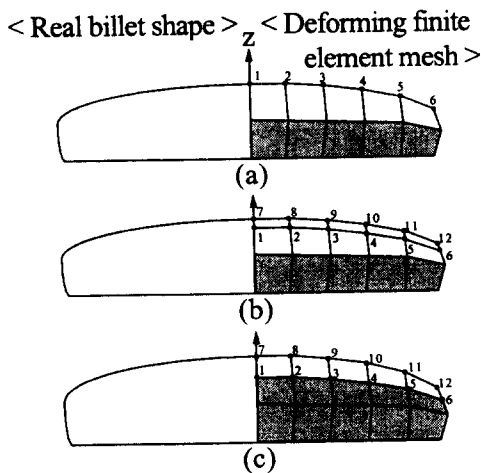


Fig. 1 Element configuration before and after new elements are introduced.

(a) element configuration at time $t = t_{n-1}$

(when the size of the unshaded elements becomes maximum permissible)

(b) elements configuration after new elements are introduced at time $t = t_{n-1}$

(c) element configuration at time $t = t_n = t_{n-1} + \Delta t$ with new free surface.

시간적분법(time integration scheme)을 사용하여, (9)식으로 부터 임의시간 t 에서의 노드 온도를 계산함으로써 성장하는 빌렛단면의 온도이력을 구할 수 있다.

3. 열전달 해석결과

축대칭 열전달 문제를 경계추적 유한요소법을 사용하여 수식화 한 후 성장하는 빌렛의 열전달해석을 수행하였다. 본 해석에서 사용한 저탄소강의 물성치는 $T_{Liquidus} = 1513^{\circ}C$, $T_{Solidus} = 1486^{\circ}C$, 응고잠열(L) = $277.4 \times 10^3 J/kg$ 이며, 기판의 반경은 0.07m, 빌렛과 주변가스 사이의 대류열전달계수는 $h_g = 300 W/m^2K$, 주변가스의 온도는 $T_g = 250^{\circ}C$ 이다[2,5]. 빌렛표면으로 유입되는 분무액적은 빌렛의 표면에 충돌함과 동시에 온도가 $T_{Solidus}$ 로 떨어지면서 응고잠열을 방출하는 것으로 가정하였다. Fig. 2 의 (a), (b)는 각각 200초, 300초에서 원통형 빌렛단면 반쪽형상의 유한요소 분할을 나타내며, (c)는 300초에서 계산된 빌렛 단면의 온도분포를 가시화한 것으로 가장자리에서 중심부로 갈수록 빌렛내부 온도는 증가함을 보여준다.

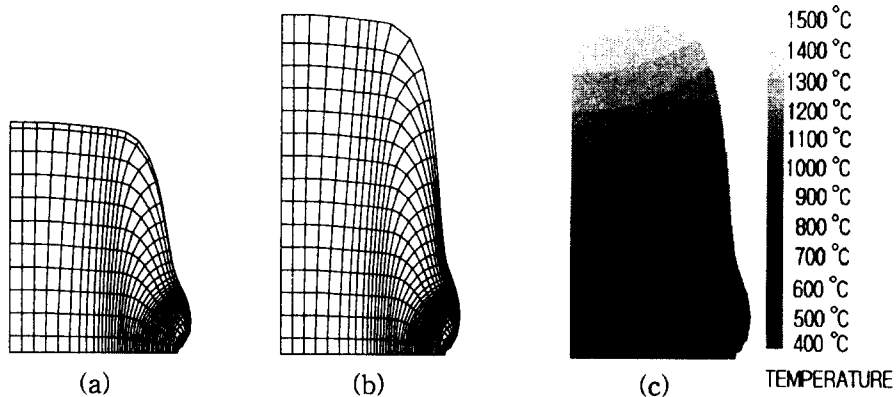


Fig. 2 (a) Shape of the billet after 200 seconds (number of elements=451) (b) Shape of the billet after 300 seconds (number of elements=615) (c) Temperature profile of the billet section after 300 seconds

참고문헌

- [1] 장동훈, 강신일, 이연식(1997), "분무성형에서의 빌렛형상 모델링", *대한기계학회논문집 (A)*, 제21권 제6호, 통권 제141호.
- [2] Annavarapu, S., Apelian, D. and Lawley, A. (1990), "Spray Casting of Steel Strip : Process Analysis", *Metallurgical Transactions A*, Vol. 21A, pp.3237-3256.
- [3] McHugh, K. M. (1994), "Materials Processing with De Laval Spray-Forming Nozzles : Net-Shape Applications", *Proceedings of the 7th National Thermal Spray Conference*, pp.477-483.
- [4] Kang, S. and Zabaras, N. (1995), "Control of the Freezing Interface Motion in Two-Dimensional Solidification Processes Using the Adjoint Method", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 38, pp.63-80.
- [5] Thomas, B. J., Samarasekera, I. V. and Brimacombe, J. K. (1987), "Mathematical Model of the Thermal Processing of Steel Ingots : Part I. Heat Flow Model", *Metallurgical Transactions B*, Vol. 18B, pp.119-130