

# 유한요소법을 이용한 유도가열 시스템의 해석

임광섭, \*김우균, 오수익  
서울대학교 기계설계학과

## Analysis of Induction Heating System using FEM

Kwang-Sup Im, Woo-Kyun Kim, Soo-Ik Oh  
Department of Mechanical Design and Production Engineering  
Seoul National University, Seoul 151-742

### Abstract

Induction is a method of heating electrically conductive materials such as metals. It is commonly used in process heating prior to metalworking and in heating, welding, and melting. The number of industrial and consumer items which undergo induction heating during some stage of their production is very large and rapidly expanding. So a program to analyze the induction heating system was developed through the research. This thesis contains the procedure for developing the program. Both eddy current and temperature distribution are obtained through the analysis of the induction heating system. The program was developed to calculate 2-dimensional axisymmetric problem. The validity of the program is scrutinized through the comparison between the analytic solution and the numerical solution.

Key Words : induction heating, finite element method, eddy current

### 1. 서론

유도가열은 금속과 같이 전기적으로 도체인 물질을 가열하는 방식이다. 유도가열은 기존의 노에 의한 가열 방식에 비해 경제적인 면과 제어적인 면에서 우수하므로 산업 전반에서 그 활용 영역을 넓히고 있다. 이 논문에서는 유도가열을 할 때 금속 내부의 온도의 변화를 예측하는 수치해석 프로그램의 개발에 관하여 살펴보기로 한다. 전자기장의 지배방정식은 맥스웰 방정식이다. 본 논문에서는 포텐셜을 도입하지 않고, 맥스웰 방정식을 직접 이용하여 문제를 해석하였다. 그리고 수치해석 방법은 갤러킨(Galerkin)의 방법을 이용한 유한요소법을 사용하였다.

### 2. 유도가열에 관한 이론

유도가열의 이론은 전자기장과 열전달의 이론으로 나누어진다. 전자기장을 해석하

여 와전류의 분포를 구하고, 와전류로 인한 열에너지를 구하여 열전달 해석을 한다.

## 2.1. 전자기장 해석에 관한 이론

조화적으로 변하는 장(harmonically varying field)에서의 전자기장 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \nabla \times \left( \frac{1}{\mu_1} \nabla \times \mathbf{E} \right) + (j\omega\sigma_1 - \omega^2\epsilon_1) \mathbf{E} &= \mathbf{0} \quad \text{in conductor} \\ \nabla \times \left( \frac{1}{\mu_2} \nabla \times \mathbf{E} \right) - \omega^2\epsilon_2 \mathbf{E} &= -j\omega \mathbf{J}_i \quad \text{in air} \end{aligned} \quad (2.1)$$

식 (2.1)에서  $\mathbf{J}_i$ 는 원전류이다. 이 시스템에 대한 경계조건(boundary condition)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_1 \quad \text{on } \Gamma_1 \\ \mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{E} &= \mathbf{0} \quad \text{on } \Gamma_2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

## 2.2. 열전달 해석에 관한 이론

열전달 해석의 지배방정식과 경계조건은 다음과 같다.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \dot{q} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} T &= T_1 \quad \text{on } \Gamma_1 \\ -k \frac{\partial T}{\partial n} &= q_2'' \quad \text{on } \Gamma_2 \\ -k \frac{\partial T}{\partial n} &= h(T - T_\infty) \quad \text{on } \Gamma_3 \end{aligned} \quad (2.4)$$

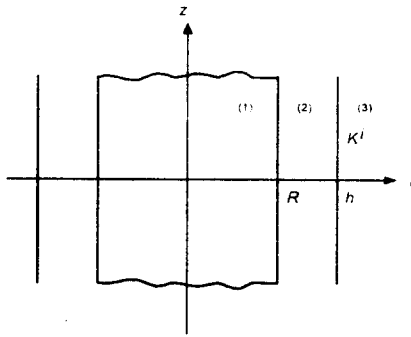
단위체적당 에너지발생률은 다음의 식에 의해서 구해진다.

$$\dot{q} = \frac{|\mathbf{J}|^2}{\sigma} = \sigma |\mathbf{E}|^2 \quad (2.5)$$

# 3. 프로그램의 타당성 검토

## 3.1 1차원 문제의 해석

그림 3.1에서 (1)은 도체를 의미하며, (2)와 (3)은 공기를 의미한다. 그리고  $K$ 는 도체 주위에 가해진 판전류밀도(sheet-current density)를 의미한다. 도체는 알루미늄



을 선택하기로 한다.

주파수가 클수록 도체의 표면에 전계가 분포되므로, 요소의 수를 증가시켜야 적절한 근사해석을 할 수 있다. 기준값을 0.01로 하고 네 개의 주파수에 대하여 프로그램을 실행시켜 도체 내부의 요소의 유효갯수를 구하여 보았다. 이때 요소는 4절점요소(1차요소)와 9절점요소(2차요소)를 사용하였다.

그림 3.1. 원형의 판전류가 가해진 원통형 도체

표 3.1 도체 내에서의 과장의 길이당 요소의 유효갯수(전계의 세기)

주파수(Hz)	과장의 길이(m)	1차요소		2차요소	
		요소의 수	유효갯수	요소의 수	유효갯수
1	0.535	4	21	2	11
10	0.169	10	17	4	7
100	0.053	30	16	10	5
1000	0.017	86	15	28	5

정상상태에서의 온도 분포에 대해 정해와 근사해의 그래프는 다음과 같다.

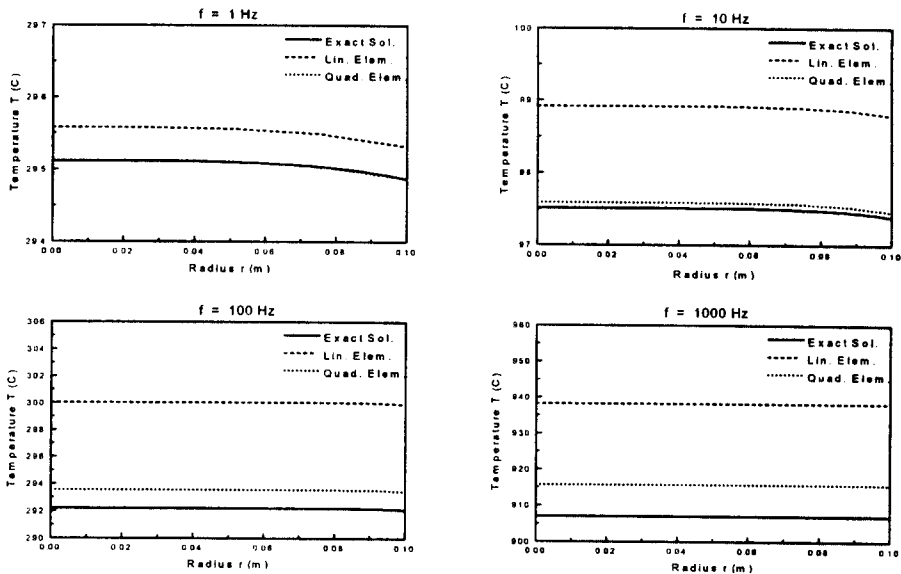


그림 3.3 주파수에 대한 정상상태의 온도분포

그림 3.3에서 가열 시작부터 표면과 중심부의 온도분포가 거의 균등한 것은 이 문제의 비오수가 0.01로서 1보다 매우 작기 때문이다. 다음으로 100 Hz의 주파수에 대해 초기온도를 20 °C로 한 다음, 5분 동안의 온도분포를 살펴보았다. 처음 4분동안의 정

해와 근사해의 온도분포를 비교하면 다음과 같다.

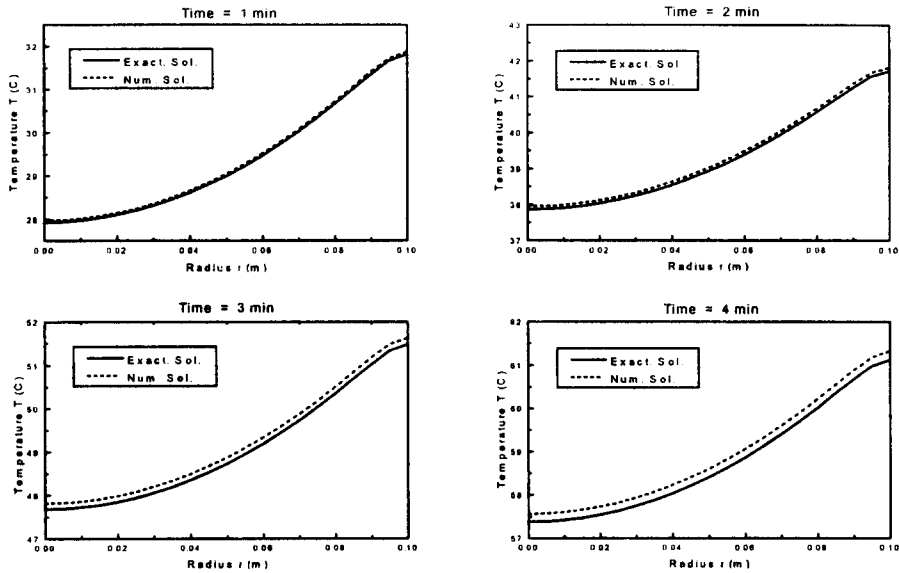


그림 3.3 온도분포의 정해와 근사해간의 비교

이상의 결과를 볼 때 1차원 문제에 대하여 프로그램을 수행한 경우가 정해와 상당히 근접한 결과를 보여주므로 프로그램의 타당성을 증명할 수 있다.

### 3.2 2차원 문제

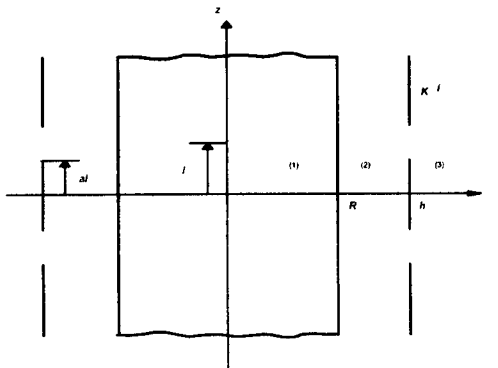


그림 3.4 판전류가 주기적으로 가해진 원통형 도체

그림 3.5는  $z$ 축 주위로의 축대칭을 이루고 있으며, 반지름이  $R$ 인 원통형의 도체가 주기적 형상의 전선 내부에 놓여져 있다. 각 전선은 일정한 판전류밀도  $K'$ 를 가진다. 각 원형의 전류판(current sheet)까지의 반지름은  $h$ 이고  $a$ 는 전류판의 폭의  $z$ 축 위로의 주기( $2l$ )에 대한 비다. 또한 그림 3.5는  $r-z$  평면에 대하여 대칭을 이루고 있다.

1차원 문제의 해석에서처럼 기준값을 0.01로 잡고 1차요소와 2차요소를 사용하였을 때, 각각의 최소의 유효갯수를 구해보면 다음과 같다.

표 3.2 도체 내에서의 파장의 길이당 요소의 유효갯수(전계의 세기)

주파수(Hz)	파장의 길이(m)	1차요소		2차요소	
		요소의 수	유효갯수	요소의 수	유효갯수
1	0.535	4	21	2	11
10	0.169	10	17	4	7
100	0.053	36	19	10	5
1000	0.017	112	19	32	5

2차원에서도 2차요소를 사용하는 것이 더 바람직하다. 주파수를 100 Hz로 하고 2차요소를 사용하였을 때의 전계의 세기와 온도 분포에 대한 그래프는 아래와 같다.

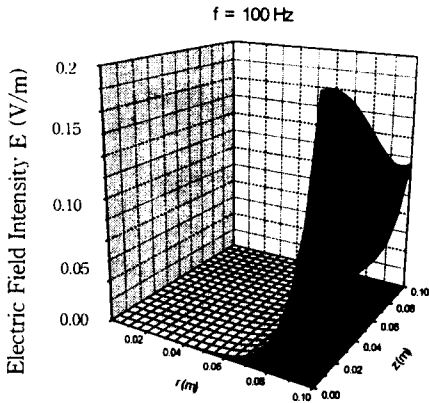


그림 3.6 전계의 세기의 근사해

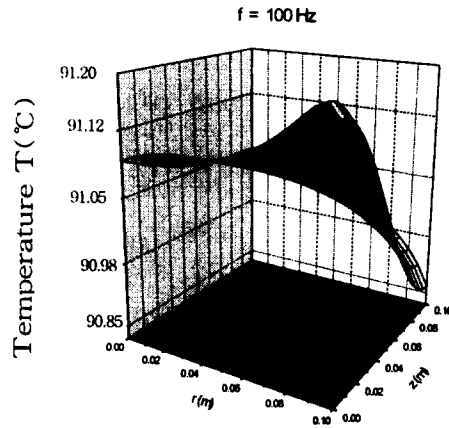


그림 3.7 정상상태의 온도분포의 근사해

그림 3.6과 3.7을 보면 온도의 최대값과 최소값의 차가 1 °C이내인 것을 알 수 있다. 즉, 이 경우도 비오수가 작기 때문에 1차원에서와 마찬가지로 거의 균등한 온도분포를 갖게 된다.

#### 4. 결 론

앞에서의 해석결과를 보면 유한요소법을 이용하여 유도가열시스템을 해석할 때에 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 일차요소보다 이차요소를 사용하는 것이 더 효율적이다.

둘째, 주파수에 따른 파장의 길이에 대해 유효개수 이상의 요소를 사용해야 한다.

지금까지의 결과에서 1차원과 2차원 문제의 해석에 있어서 개발된 프로그램이 정해와 상당히 일치하는 결과를 보여주고 있다. 따라서 프로그램의 타당성을 검증할 수 있으며 다른 문제의 해석에도 적용할 수 있다.

#### 5. 참고 문헌

[1] Carpenter, C. J., "Comparison of Alternative Formulation of 3-Dimensional Magnetic-Field and Eddy-Current Problems at Power Frequencies.", PROC. IEE, 1977, 124(11), pp. 1026-1034

[2] Jin, Jianming, The Finite Element Method in Electromagnetics, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1993

[3] Nakata, T., N. Takahashi, K. Fujiwara, K. Muramatsu, and Z. G. Cheng, "Comparison of Various Methods for 3-D Eddy Current Analysis", IEEE Transactions on Magnetics, 1988, 24(6), pp. 3159-3161