

웨이브릿 패킷에 기초한 다차원 시그널링 방식 고찰

한남대학교 정보통신공학과

박 대 철, 손인수

email: daechul@eve.hannam.ac.kr

Multidimensional Signaling Schemes Based on Wavelet Packet Bases

Daechul Park and Insu Son

Dept. Information and Communication Engr., Hannam University

Abstract

주어진 채널에 대하여 원하는 성질을 갖는 통신 신호 파형을 설계하는데 있어 본 논문에서는 발생하는 잡음과 간섭의 효과를 최소화해주는 신호 셀을 생성하기 위해 시간-주파수제한된 WPM 변조 기법을 현재 사용되고 있는 QAM 방식과 비교하여 광범위한 간섭 환경에 적용적으로 대처할 수 있는 융통성있는 구조를 제공해줄 것을 보였다.

1. 서론

웨이브릿 이론은 최근 신호처리, 수학, 물리학, 지질탐사등의 각 분야에서 새로운 해석 방법을 제공해주는 툴로서 높은 관심을 보여왔다. 이 같은 웨이브릿 이론의 인기는 기본함수의 단순한 scale변환과 translation변환에 기초하여 흥미있는 다해상도 트리구조와 데이터 구조를 사용해 신호를 표현하고 해석해주는 새로운 방법을 제공해주기 때문이다. 디지털 통신시스템에 있어서 1차적인 목표는 대역폭 효율성을 높이고 동시에 외부적 환경으로부터오는 간섭과 심볼간 간섭을 최소화하는데 있다. 본 논문에서는 기존의 변조 방식(QAM, MSK, QPSK, FSK 등)에 비해 직교성을 갖는 웨이브릿 패킷 기저 함수군에 기초한 다차원 시그널링 방식 (WPM:Wavelet Packet Modulation)을 사용하여 파형 코딩을 수행하고 이 WPM에 기초한 검파 시스템에대한 이론적 해석을 수행한다. 이를 위해 Wavelet Packet Bases에 대한 기초 이론을 복습하고 시간-주파수-스케일 공간에서 설계된 신호 sets이 cross 채널 간섭을 최소화하는 가상적인 채널에서 WPM의 잇점등을 기존의 QAM과 비교해 살펴본다.

2. 웨이브릿 패킷 기저함수와 디지털 파형

먼저 간단히 웨이브릿의 기본 개념을 설명하고 웨이브릿 함수와 scaling함수를 사용하는 2진 파형 코딩(BP나, QPSK)을 설명하고난 뒤 기존의 QAM 심볼에대한 직교 pulse shaping 함수로서 웨이브릿 패킷 변조(Wavelet Packet Modulation: WPM)방식을 기술하고자한다.

웨이브릿은 시간과 주파수의 localization 특성과 더블러 기본 함수의 scale 과 translation에 대해 직교성(orthogonality)을 갖는 신호 혹은 함수라고 볼 수 있다. $\Psi(t)$ 를 기본 웨이브릿 함수라고두면 이 함수의 scale 변환과 translation 변환에의해 얻어진 일련의 웨이브릿 함수 셀 $\{\frac{1}{\sqrt{a}} \Psi(\frac{t-b}{a})\}$ 에서 a와 b의 값의 dyadic 이산 집합점만을 사용하는 경우 $a=2^l, b=k \cdot 2^l = ka$ 가 되어 다음과같이 나타낼 수 있다.

$$\Psi_{l,k}(t) = 2^{-l/2} \Psi(2^{-l}(t - k \cdot 2^l))$$

어떤 l, k, m, n 에 대하여 $\Psi_{l,k}(t), \Psi_{m,n}(t)$ 는 직교성을 갖는다. scaling함수 $\Phi_{l,k}(t)$ 는 scale (혹은 level)에대하여 직교하지 않지만 translation k 에대하여는 $\Phi_{l,k}(t)$ 와 $\Phi_{l,n}(t)$ 은 직교성을 갖는다. 또한 scale l 에대하여 scaling함수 $\{\Phi_{l,k}(t), k \in Z\}$ 는 웨이브릿 함수 $\{\Psi_{m,k}(t), m \leq j, k \in Z\}$ 와 직교한다. 지금까지 소개한 웨이브릿과 scaling 함수는 연속적인 시간함수에 대하여 정의되었지만 이산적인 시간 값의 grid상에서 같은 방법으로 정의될 수 있다. 이산적인 scaling 필터를 h, 웨이브릿 필터를 g

라고두면 h, g 는 scale이 2^l 에서 정의된 함수를 사용하여 다음과같이 쓸수있다.

$$g_{l,k}(n) = 2^{-l/2} g(2^l n - k), \quad n \in \mathbb{Z}, l \in \mathbb{Z}$$

$$h_{l,k}(n) = 2^{-l/2} h(2^l n - k), \quad n \in \mathbb{Z}, l \in \mathbb{Z}$$

h, g 함수는 이산 격자구조에서 각각 scaling과 웨이브릿 함수의 역할을 한다. 분해의 일반화 과정인 웨이브릿 패킷 분해 방법은 웨이브릿 분해 방법과같이 $h(n), g(n)$ 의 두 필터로 시작하여 다음의 순환식에 의해 웨이브릿 패킷 기저함수가 얻어진다.

$$p_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{2N-1} h(k) p_n(2t-k)$$

$$p_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{2N-1} g(k) p_n(2t-k)$$

여기서 $p_n(t), n=0,1,\dots$ 은 웨이브릿 패킷 기저함수를 나타내며 직교성이 성립된다. 직교성에 의해 임의 함수 $f \in W_2^0 = V_1$ 라고하면, 여기서

W_2^0 공간은 어떤 partition

$P = \{(l_1, n_1), (l_2, n_2), \dots, (l_J, n_J)\}$ 에 의해 구성될 수 있는 함수 공간이다(그림 1 참조). 이때 이 partition에 따른 웨이브릿 패킷 기저함수를 사용하여 임의의 함수를 다음과 같이 series 전개할 수 있다. 표기의 편의상

$$p_{l,n,k}(t) = 2^{-l/2} p_n(2^l t - k)$$

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{(l,n) \in P} a_l^n(k) \sqrt{2^l} p_n(2^l t - k)$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{(l,n) \in P} a_l^n(k) p_{l,n,k}(t)$$

이 된다. 계수 $a_l^n(k)$ 는 기저함수의 내적에 의해 얻어지고, 여기서 l 은 scale 인덱스이고, k 는 translation인덱스, n 은 웨이브릿 패킷 기저함수의 oscillation 인덱스를 나타낸다.

3. 웨이브릿 패킷에 기초한 시그널링 방식

주어진 채널에 대하여 원하는 성질을 갖는 통신 신호 파형을 설계하는데 있어 본 논문에서는 발생하는 하의 잡음과 간섭의 효과를 최소화해 주

는 신호 셀을 생성하기 위해 시간-주파수 (Time-Frequency: TF)공간에서 융통성을 갖을

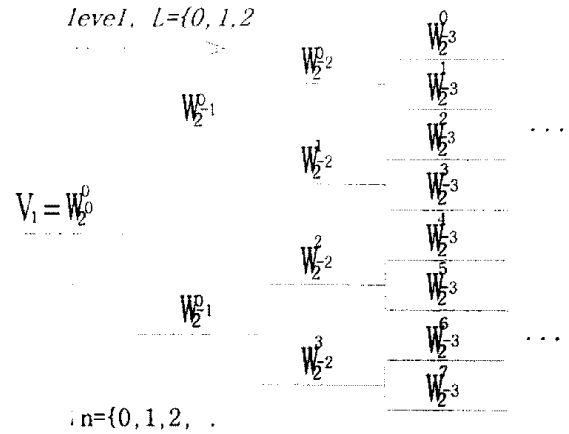


그림 1 웨이브릿 패킷 트리 분해

수 있는 shaping 함수를 사용하고자한다. 예를들면 그림 2와같은 TF-구조를 갖는 경우를 생각할 수 있다.

그림 2와 같은 구조에 해당하는 신호 셀을 각 TF-cell마다 할당하고 전송을 위해 신호 셀이 합성되어 수신측에서 분해하는 과정을 밝는다. 임의적인 웨이브릿 패킷 트리 구조는 신호의 성격

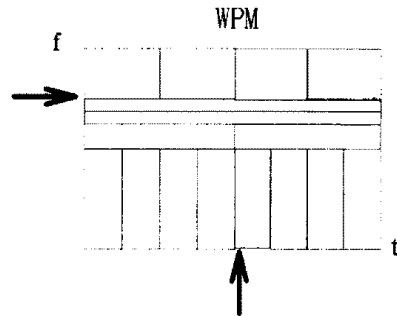


그림 2 웨이브릿 패킷 트리 구조를 갖는 TF-cell 신호 생성

이나 채널 환경에 따라 조정되어질 수 있다. 이같은 조정을 통해 광범위한 간섭 효과를 최소화해 줄 수 있는 구조를 제공하게된다. 이것이 바로 웨이브릿 패킷 변조(WPM)의 잇점이 된다고 볼 수 있다.

이론적 해석의 목적상 QAM의 일반적 파형에

서 시작한다.

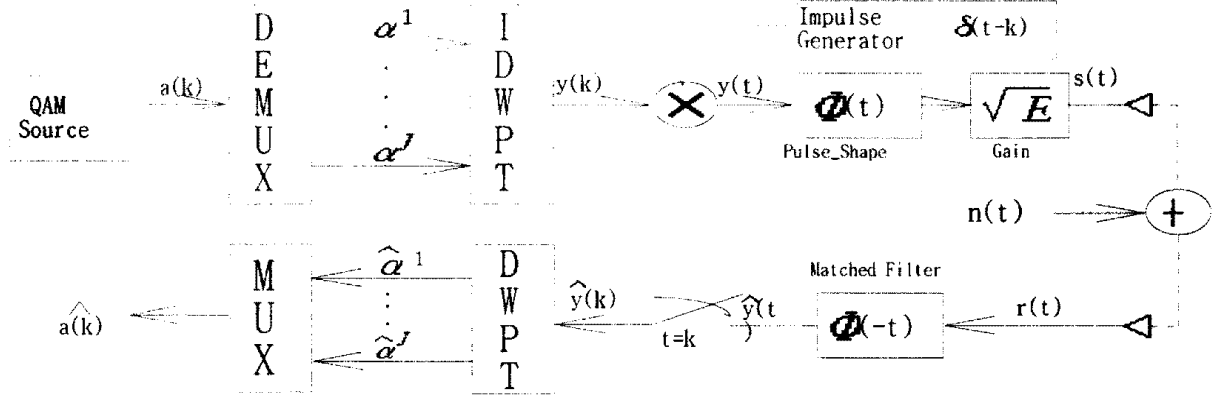


그림 3 WPM에 기초한 변복조 시스템

$$s(t) = \sqrt{\frac{E}{T}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a(k) \phi\left(\frac{t}{T} - k\right)$$

여기서 E 는 함수 $\phi(t)$ 에 의해 shaping된 QAM 심볼 $a(k)$ 의 심볼 구간 T 에 대한 평균 신호 에너지를 나타낸다. pulse shaping 함수 $\phi(t) \in W_2^0$ 가 partition

$P = \{(l_1, n_1), (l_2, n_2), \dots, (l_J, n_J)\}$ 에 의해 정의된 직교 subspaces의 유한 직교 함수 셀 $\{W_2^{n_i}\}$ 으로 분해가 가능하다. 즉

$$W_2^0 = \bigoplus_{i=1}^J W_2^{n_i}$$

여기서 $l_i < 0$ 이고 \bigoplus 는 direct sum을 나타낸다. 이렇게 분해된 공간의 기저함수에 의해 pulse shaping 함수를 표현하면

$$\phi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{(l, n) \in P} a_{l, n}^n(k) \sqrt{2^{l_i}} p_n\left(\frac{2^{l_i} t}{T} - k\right)$$

따라서 QAM 심볼을 unit time interval $T = 1$ 과 주어진 partition P 에 대하여 다시쓰면

$$S_{WPM}(t) = \sum_{i=1}^J \sqrt{2^{l_i} E} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{l_i, n_i}^{n_i}(k) p_n(2^{l_i} t - k)$$

을 얻는다. 여기서 계수 $a_{l_i, n_i}^{n_i}(k)$ 는 웨이브릿 패킷 구조의 scale 2^{l_i} 과 node n_i 에서 i 번째 채널에 놓은 QAM심볼 데이터를 나타낸다. 여기서 주목할 사항은 WPM 파형은 원래의 unit-rate QAM

데이터를 sub-rate에서 동작하는 J 개의 채널 데이터로 역다중화되고 pulse shaping 함수로써 역

변환 웨이브릿 패킷 변환(IDWPT)을 사용해 supersymbol로 합성된다. 이 과정을 엔코딩과 디코딩 과정을 포함하여 그림 3에 나타냈다.

수신측에서는 pulse shaping 함수에 대응한 matched 필터와 sampler를 사용해 심볼 파형을 추정한다. 추정한 파형 신호 $\hat{y}(k)$ 를 합성 과정에서 사용된 똑같은 partition을 사용해 DWPT(Discrete Wavelet Packet Transform)의 분해과정을 거쳐 원래의 QAM 데이터 값을 추정한다. 이 과정을 수학적으로 표현하면

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} y(k) \frac{1}{\sqrt{T}} \delta\left(\frac{t}{T} - k\right)$$

pulse shaping 필터를 통과하고 증폭기 이득 \sqrt{E} 이후의 변조 신호 $s(t)$ 는

$$\begin{aligned} s(t) &= \sqrt{E} y(t) * \phi(t) \\ &= \sqrt{\frac{E}{T}} \int_{-\infty}^{\infty} y(t-\tau) \frac{1}{\sqrt{T}} \phi\left(\frac{\tau}{T}\right) d\tau \\ &= \sqrt{\frac{E}{T}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y(k) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{T}} \delta\left(\frac{t-\tau}{T} - k\right) \frac{1}{\sqrt{T}} \phi\left(\frac{\tau}{T}\right) d\tau \\ &= \sqrt{\frac{E}{T}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y(k) \phi\left(\frac{t}{T} - k\right) \end{aligned}$$

여기서 QAM 신호 $a(k)$ 와 비교해 볼때 WPM의 변조 신호의 $y(k)$ 는 특별한 partition구조에 따라 웨이브릿 패킷 기저함수에 의해 합성되므로 훨씬 더 많은 신호 constellation으로부터 얻어지는 심볼에 해당된다. 부가적인 잡음하에서 수신단에서의 matched 필터 출력은

$$\begin{aligned}
\widehat{y}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t-\tau) \frac{1}{\sqrt{T}} \phi\left(-\frac{\tau}{T}\right) d\tau + n_{MF}(t) \\
&= \sqrt{E} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y(k) \int_{-\infty}^{\infty} \phi(-u-(n-k)) \phi(-u) du \\
&= \sqrt{E} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y(k) \delta(n-k) + n_{MF}(n) \\
&= \sqrt{E} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y(n) + n_{MF}(n)
\end{aligned}$$

이는 IDWPT의 출력의 추정치를 나타내며 이 추정치를 순방향 DWPT과 MUX 과정을 거치면 원 QAM 심볼 데이터를 얻게된다.

4. 실험 및 고찰

그림 3에 기초하여 db2 wavelet packet 함수를 사용하여 partition P을 다음 그림과같이 구성하였다.

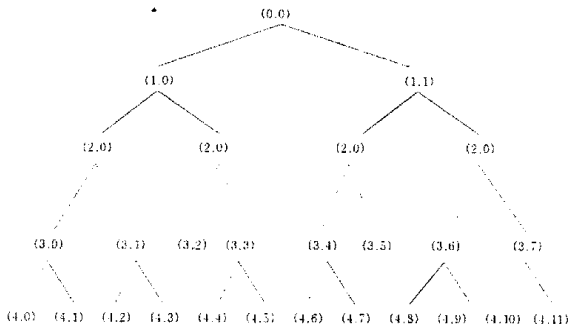


그림 4 웨이브릿 패킷 partition tree

2가지의 실험을 통해 WPM 변조의 특성을 살펴 보았다. 첫 번째는 partition P에 전혀 채널 잡음이 존재하지 않는 경우 원래의 QAM 소스 데이터를 완벽하게 복원하였으며 부가적인 비 백색 잡음이 partition의 (3,2)에 존재하는 경우 존재하는 경우 해당 시간 위치와 주파수 위치의 신호의 데이터만이 영향을 받았다. 이는 TF-cell 공간에서 간섭으로 들어오는 잡음에 대하여 선택적으로 대처할 수 있는 변조 기법을 제공해 줄 수 있음을 암시해준다. 시간축의 17, 18, 19, 20 번째 샘플과 3번째 스케일에 해당되는 데이터값만이 간섭 잡음 영향을 받음을 볼 수 있다(그림 5(c), 와 (d)의 결과 비교).

5. 결론

제안된 WPM 변조 기법은 기존의 MSM,

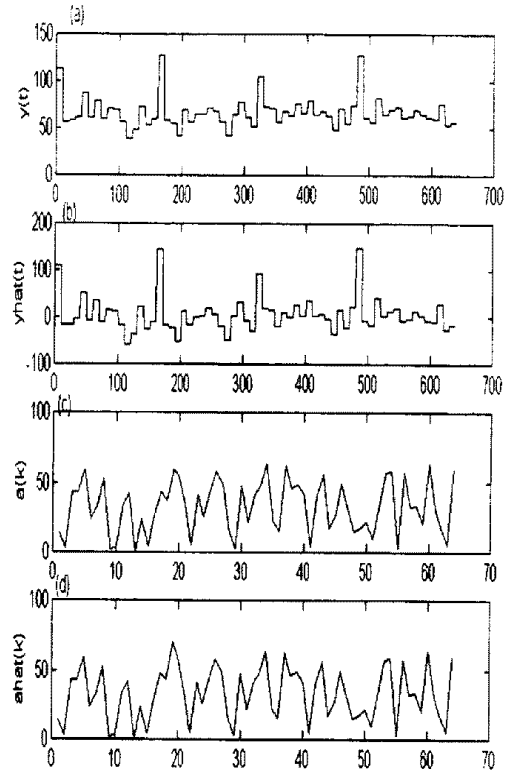


그림 6 원 신호 파형과 WPM을 사용하여 복원된 파형
MWM, 현재 사용되고 있는 QAM 방식에 비해 광범위한 간섭 환경에 적용적으로 대처할 수 있는 융통성있는 구조를 제공해준다. IDWPT에 의해 합성된 supersymbol을 효율적으로 tuning하는 과정과 스펙트럼 효율성등을 통한 성능 비교 분석, 다수 사용자를 위한 웨이브릿 패킷 다중 액세스 방식등으로의 응용등을 앞으로 더 살펴보고자 한다.

참고문헌

- [1] R.E. Learned et. al., " Wavelet-packet based multiple access communication," in Proc. SPIE vol. 2303-20, Int. Symp. on Optics, Imaging, and Instrumentation , July, 1994
- [2] A.R. Lindsey, "Multi-dimentional signaling via wavelet packets," Proc. SPIE vol. 2491-29., Wavelet applications for dual use, April, 1995