

변위행렬법을 이용한 RSCS-SSP 공간기구의 치수합성과 운동해석
Dimensional Synthesis and Kinematic Analysis
of RSCS-SSP Spatial Mechanism with use of the Displacement Matrix Method

강희용, 양성모
전북대학교 공과대학 기계공학부

ABSTRACT

This paper presents the dimensional synthesis and kinematic analysis of the RSCS-SSP motion generating spatial mechanism using the displacement matrix method. This type of spatial mechanisms is used for the McPherson suspension in small automobiles. It is modeled for the wheel bump/rebound and steering motion. First, the suspension is modeled as a multiloop spatial rigid body guidance mechanism for the two major motions. Then the design equations for SSP, RS, and SC strut links are applied to synthesize an RSCS-SSP for up to three prescribed positions for the steering motion from the suspension design specification. Thus a RSCS-SSP mechanism which is synthesized is also analyzed for the displacement during the steering motion.

1. 서론

지난 수십여년간 3차원 공간기구에 대하여 기구학적 합성과 해석에 관한 연구는 computer의 급속한 보급으로 그 깊이와 폭이 더 세분화되어 발전하여 왔고¹⁾⁻⁶⁾ 승용차의 현가장치기구에 관한 연구에 있어서 strut가 있는 McPherson type 현가장치에 관한 기구학적 해석⁷⁾, 혹은 상용 프로그램을 이용한 동적해석⁸⁾ 등이 연구되어 왔다. 또한, double wishbone type 현가 장치에서

wishbone 형태의 RS link에 대한 치수합성⁹⁾에 관한 연구가 있었고, 근래 자동차 회사에서 발표한 현가장치에 대한 연구는, Tsukada 등¹⁰⁾과 Murakami 등¹¹⁾에 의해 2차원 기구로 모델링하여 고속 주행시에 조정성과 안정성 향상을 위한 연구와 상용 프로그램을 이용한 일반적인 현가기구 설계방법¹²⁾에 대하여 고찰한 바 있고, 3차원 multi-link 현가장치에 대한 kingpin축을 결정하는 방법¹³⁾을 제시 하였다.

자동차 현가 장치계란 차체와 wheel 사이를 연결해 주는 link들과 스프링으로 구성되어 있고 각 link의 양 끝단에 wheel assembly의 운동을 구속시키기 위한 여러 형태의 joint로 연결된 3차원 폐회로 기구(three-dimensional closed-loop mechanism)로서 차량의 운동 성능, 안정성 및 조정성을 좌우하는 중요한 자동차 부품이다. 기구학적인 측면에서 RSCS-SSP 공간기구는 McPherson type 현가기구로써 wheel의 상하운동과 조향운동을 나타내기 위한 2자유도의 공간기구이다.

본 연구에서는 3차원 현가기구인 RSCS-SSP에 대한 치수합성과 해석을 병행할수 있는 기법을 개발하여 현가기구의 독자적인 설계기술을 확보하고자 한다. 먼저, McPherson strut type에 관한 wheel assembly의 조향운동이 가능한 RSCS-SSP인 다중루프 공간 강체 안내기구로 모델링을 하여 강체의 운동을 행렬식으로 나타내고, 그 기구를 구성하고 있는 각 link의 구속 방정식을 유도하여 변위행렬과 유도된 설계 방정식을 기초로 한 변위 행렬 방법을 이용한 3차원 현가기구의 치수합성과 해석 프로그램을 제시하여 효과적으로 현가기구의 설계를 수행하였다.

II. RSCS-SSP 공간기구

그림1은 1자유도의 RSCS-SS 공간기구이다.

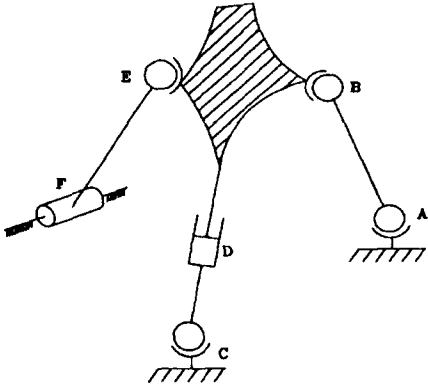


그림 1. An RSCS-SS Mechanism

고정된 Spherical joint A를 변환시키면 소형승용차에서 사용하고 있는 조향이 가능한 McPherson 독립현가기구와 동일하다. McPherson 현가장치 (그림 2)는 일반적으로 tie rod, lower arm, strut, 그리고 strut와 연결된 부분과 타이어를 포함한 wheel assembly로 구성되어 있으며 그림 3에 도시한 바와 같이 RSCS-SS로 기구학적 모델링 하였다. 조향장치와 연결된 tie rod를 SSP 링크(Spherical-Spherical-Prismatic Link)인 Link 2, Lower Arm 부분은 RS 링크 (Revolute-Spherical Link)인 Link 3, 조향축과 관련된 strut 부분은 구조상 구면 joint와 sliding tube/rod는 실린더 joint로서 그 실린더 조인트 축이 구면 joint를 통과 하는 SC strut 링크 (Spherical-Cylindrical Strut Link)인 Link 4로 하고 커플러로서 타이어를 포함한 wheel assembly 부분을 Link 5로 모델링 하였다. 여기에서 Link 2,3,4와 5는 강체로 가정하고 링크와 연결된 조인트들은 간극이 없는 이상적인 요소들로서 운동특성을 고려하여 SSP 링크, RS 링크 그리고 SC strut 링크로 하고 이 세계의 다른 종류의 링크들이 wheel assembly 본체의 운동을 결정하게 한다. 따라서, McPherson 현가기구는 wheel assembly에 대해서 2자유도를 갖는 RSCS-SSP인 다중루프 공간 강체 안내기구로서 형성되어 두개의 입력이 필요하다. 그 하나는 조향

운동을 위하여 P joint의 병진운동과 나머지 하나는 wheel assembly의 운동을 안내하기 위한 변위로서 입력되면 구속 링크의 조건에 의해서 wheel assembly의 완전한 위치가 결정된다.

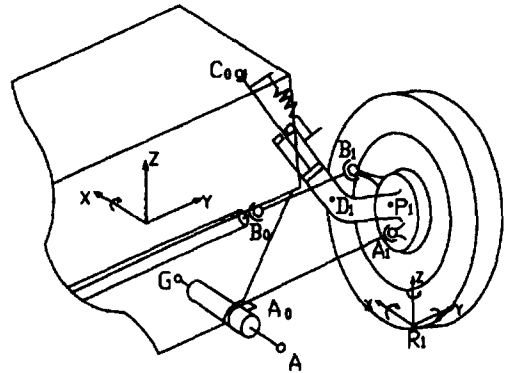


그림 2. A McPherson Suspension System

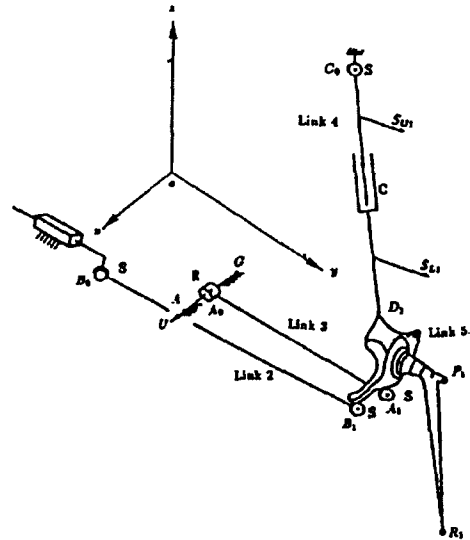


그림 3. An RSCS-SSP Mechanism

III. 변위행렬법

공간기구계에서 가장 주요한 연구분야는 합성과 해석이다. 이 두 단계를 병행할수 있는 가장 효율적인 방법인 변위행렬법이다. 이 변위행렬법은 강체의 운동을 행렬식으로 나타내고 그 기구를 구성하고 있는 각 link의 구속 조건을 직교좌표계로 유도된 설계방정식으로 표현하여 기구계를 설계하는데 유효하다. 가장 큰 장점은 해석 및 합성 문제에서 설계변수를 공유함으로써 같은 형태의 행렬과 설계 방정식을 이용할 수 있다는 것이다.

가. 변위행렬⁴⁾

공간상, 위치 1에서 위치 j로 운동하고 있는 강체 (Link 5)를 표현하기 위한 4×4 변위 행렬은 다음과 같다.

$$[D_{1j}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 행렬의 요소들은 roll, pitch, yaw angle을 사용하여 강체의 회전운동을 나타내며 roll은 x축을 중심으로 γ , y축 주위로 β , z축 주위로 α 만큼의 회전을 하면 그 요소들은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CaCb & CaS\beta Sy - SaCy & CaS\beta Cy + SaSy \\ SaCb & SaS\beta Sy + CaCy & SaS\beta Cy - CaSy \\ -S\beta & C\beta Sy & C\beta Cy \end{bmatrix}$$

위에서 Sa 는 $\sin\alpha$, Ca 는 $\cos\alpha$ 와 같이 표기하고 행렬의 다른 요소들은 다음과 같다.

$$\begin{cases} a_{14} = P_{jx} - (a_{11}P_{1x} + a_{12}P_{1y} + a_{13}P_{1z}) \\ a_{24} = P_{jy} - (a_{21}P_{1x} + a_{22}P_{1y} + a_{23}P_{1z}) \\ a_{34} = P_{jz} - (a_{31}P_{1x} + a_{32}P_{1y} + a_{33}P_{1z}) \end{cases}$$

결국, 한 강체의 처음 위치 1에서 j번째 위치로 이동하는 운동을 나타내기 위한 변위행렬의 모든요소들이 6개의 변수 ($\alpha_j, \beta_j, \gamma_j, P_{jx}, P_{jy}, P_{jz}$)로 나타내어지고 식 (1)에서 계산된, 변위행렬로서 초기 위치 1의 설계변수 A_1, B_1, D_1, U_{CD} , 등이 j 번째 위치로 이동된 좌표값을 행렬의 곱으로 다음과 같이 표현된다.

$$\{A_j, B_j, D_j, U_{CD}\} = [D_{1j}]\{A_1, B_1, D_1, U_{CD}\}, \quad (2) \\ (j=2, 3, \dots, n)$$

나. 설계방정식

두 강체 사이를 연결하는 각 링크의 기구학적 구속은 강체들의 상대운동으로 부터 조건들이 부과된다. 이러한 조건들이 각 좌표항으로 표현

되고 기하학적 방정식들로 나타내어질때 구속 방정식이라 하며, 기구설계에서 설계방정식으로 사용된다. 따라서, McPherson 현가기구에는 wheel assembly에 대해서 RSCS-SSP인 다중루프 공간 강체 안내기구로서 그 기구를 구성하고 있는 3개의 다른 종류의 링크들 즉, SSP 링크, RS 링크 그리고 SC strut 링크이며 그 세개의 링크들의 설계 방정식은 다음과 같다.

(1) SSP Link

SSP 링크는 움직이는 강체와 고정된 강체 사이에 있는 강체 링크로서 양 끝단에 구형 조인트로 연결되고 조향운동을 위하여 고정축에 병진운동이 가능하도록 P 조인트(prismatic joint)로 되어 있다. 각 조인트의 중심점을 초기위치 1에서 B_0 와 B_1 으로 정의하고 강체의 유한변위 즉, 처음 위치 1로부터 j번째 위치로 이동하는 동안 링크의 길이가 변하지 않는다면 SSP크랭크의 구속 방정식은 다음과 같다.

$$(B_{1x} - B_{0x})^2 + (B_{1y} - B_{0y})^2 + (B_{1z} - B_{0z})^2 \\ = (B_{jx} - B_{0x})^2 + (B_{jy} - B_{0y})^2 + (B_{jz} - B_{0z})^2, \quad (j=2, 3, \dots, n) \quad (3)$$

(단, 조향시 B_0 는 P joint의 병진운동 후 구면 조인트의 중심점이 이동된 점 B_0' 으로대입 한다.)

(2) RS Link

RS 링크는 움직이는 물체에 구면조인트로 연결시키고 차체축에 회전 조인트로 연결시킨 링크이다. A_1 은 움직이는 물체위의 구면 조인트의 중심으로 그 점과 회전 조인트의 회전 축 U에 수직을 형성하는 교점을 A_0 로 정의한다. RS 링크의 구속은 다음의 스칼라 구속식으로 쓰여진다.

$$U_x(A_{jx} - A_{0x}) + U_y(A_{jy} - A_{0y}) + U_z(A_{jz} - A_{0z}) = 0, \quad (j=2, 3, \dots, n) \quad (4)$$

$$(A_{1x} - A_{0x})^2 + (A_{1y} - A_{0y})^2 + (A_{1z} - A_{0z})^2 \\ = (A_{jx} - A_{0x})^2 + (A_{jy} - A_{0y})^2 + (A_{jz} - A_{0z})^2, \quad (j=2, 3, \dots, n) \quad (5)$$

(3) SC Strut Link

SC 링크는 공간상의 주어진 위치에 관해서 두개의 직선 방정식에 의해 수학적으로 주어진다. 이러한 SC 링크의 지주(strut) 형태는 S joint의 C_0 와 C joint의 회전축을 단위 벡터

U_{CD_1} 으로 표현할수 있으므로 SC link에는 6개의 설계 변수 ($C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, U_{CD_1x}, U_{CD_1y}, U_{CD_1z}$)를 가진다. 이러한 SC strut 링크의 구속방정식은 공간에서 직선의 방정식으로써 다음과 같다.

$$U_{CD_1}(D_{jz} - C_{0z}) - U_{CD_1}(D_{jx} - C_{0x}) = 0, (6)$$

$$(j=2, 3, \dots, n)$$

$$U_{CD_1}(D_{jz} - C_{0z}) - U_{CD_1}(D_{jy} - C_{0y}) = 0, (7)$$

$$(j=2, 3, \dots, n)$$

(단, D_1 은 실린더 조인트 축 상에 있으며 안내되어지는 물체 안에 있다.)

IV. RSCS-SSP 현가기구의 치수합성

McPherson 현가기구는 wheel assembly에 대해서 RSCS-SSP인 다중루프 공간 강체 안내기구로써 형성되어 졌다. 그림 2에서 보여진것 처럼 그것은 3개의 다른 종류의 링크로 구성되어 있다. 즉 SSP 링크, RS 링크 그리고 SC strut 링크이고 이것들이 wheel assembly의 본체를 안내한다. 강체 운동을 안내하기 위한 SC, RS, SSP 링크의 최대 precision point의 수가 3, 4, 7이기 때문에, 가장 제약이되는 링크는 SC strut이다.

조향시 wheel의 운동에 대해서 그림 3과 같이 3개 위치가 정해진 경우에 구속 링크의 설계 방정식을 이용하여 McPherson 현가장치, 즉 RSCS-SSP 기구를 설계하려고 한다. 이러한 치수합성 문제는 각 링크의 조인트의 위치가 정해지지 않은 좌표를 구하는 것이다.

조향 운동에서 현가장치는 3개의 wheel 중앙점 좌표와 RPY각으로 표현된 회전각으로 그림4와 같다. 그리고, tire를 포함한 wheel assembly 강체의 운동을 안내하기위해 다음과 같이 각 링크에 대하여 치수합성을 논의해 보기로 한다.

1) SC 링크는 5개의 설계변수를 포함하고

있지만 단지 4개의 설계 방정식이 있기때문에 1개의 변수는 선택되어야한다.

2) SSP 링크에 관한 2개의 설계 방정식으로써 4개의 설계변수는 설정되어야한다.

3) RS 링크에 대해서는 3개의 좌표값이 설정되어야한다.

설정된 데이터와 설계방정식들을 이용하여 얻은 RS, SC, SSP 링크들은 그림 5, 6, 7에 각각 표시하였다. 여기에서 나타난 링크들을 이용한 RSCS-SSP 기구를 형성하는 모든 기구는 규정된 3개의 위치를 통과하는 기구들의 집합이다. 이렇게 치수합성으로 얻어진 기구중에 하나를 해석한 결과는 표 1에 열거하였다.

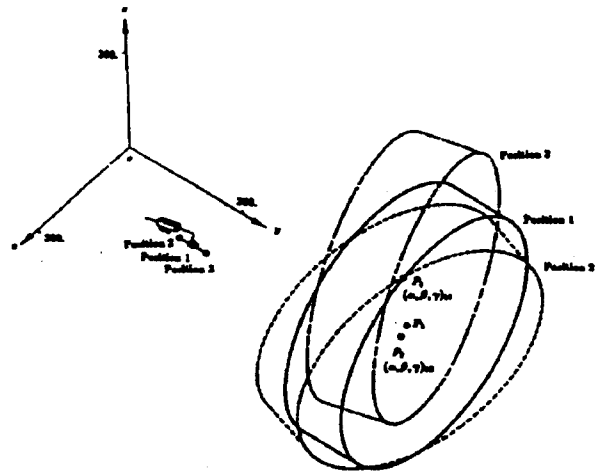


그림 4. Three prescribed steering positions of the wheel assembly

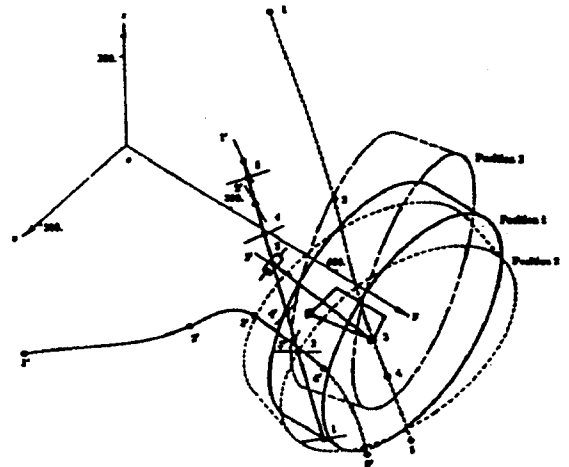


그림 5. Synthesized RS link for three prescribed steering positions (No. 3 is illustrated)

표 1. Numerical Solutions for the Suspension Geometry of the McPherson Suspension

Steering Position 1								
Rock/Pinion	S/WHL	Combar	Toe-In	Caster	K.P.I.	Tread	K/OBT	Tzall
70.00	550.90	0.123	32.21	3.477	12.751	1470.83	-2.99	-10.99
63.00	493.81	-0.080	28.90	3.475	12.744	1476.93	-3.70	-10.46
56.00	440.72	-0.230	25.64	3.473	12.737	1478.39	-4.54	-13.04
49.00	385.63	-0.352	22.41	3.471	12.732	1473.90	-5.26	-11.14
42.00	330.54	-0.425	19.21	3.470	12.727	1472.46	-6.06	-9.37
35.00	275.45	-0.457	16.02	3.469	12.724	1471.00	-6.85	-8.54
28.00	220.36	-0.467	12.84	3.468	12.721	1469.76	-7.37	-8.64
21.00	165.27	-0.399	9.65	3.468	12.720	1468.48	-8.02	0.33
14.00	110.18	-0.307	6.46	3.462	12.719	1467.27	-8.65	3.37
7.00	55.09	-0.175	3.25	3.468	12.720	1466.10	-9.26	6.47
0.00	0.00	0.000	0.00	3.468	12.722	1465.00	-9.89	9.64
-7.00	-55.09	0.219	-3.23	3.469	12.723	1463.93	-10.41	12.00
-14.00	-110.18	0.486	-6.45	3.470	12.723	1462.97	-10.94	14.21
-21.00	-165.27	0.803	-10.09	3.472	12.724	1462.05	-11.46	16.42
-28.00	-220.36	1.177	-13.63	3.474	12.721	1461.20	-11.94	18.14
-35.00	-275.45	1.614	-17.12	3.476	12.719	1460.42	-12.39	19.78
-42.00	-330.54	2.123	-21.20	3.480	12.720	1459.73	-12.81	20.97
-49.00	-385.63	2.727	-25.34	3.483	12.721	1459.14	-13.19	24.33
-56.00	-440.72	3.467	-29.55	3.488	12.726	1458.60	-13.52	28.78
-63.00	-495.81	4.334	-34.94	3.494	12.005	1458.30	-13.79	43.40
-70.00	-550.90	5.498	-41.07	3.502	12.030	1458.35	-13.95	48.47

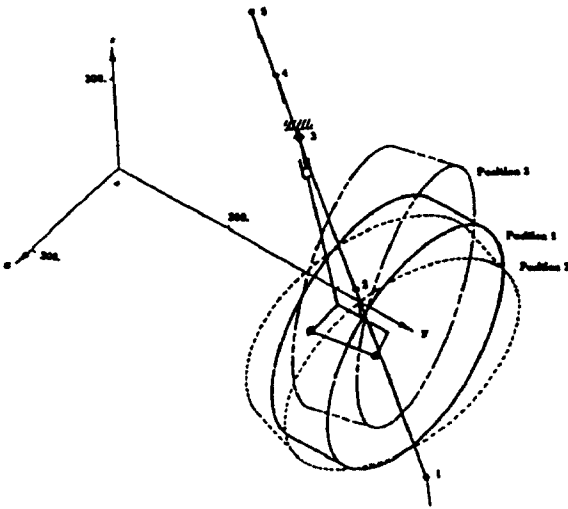


그림 6. Synthesized SC link for three prescribed steering positions (No. 3 is illustrated)

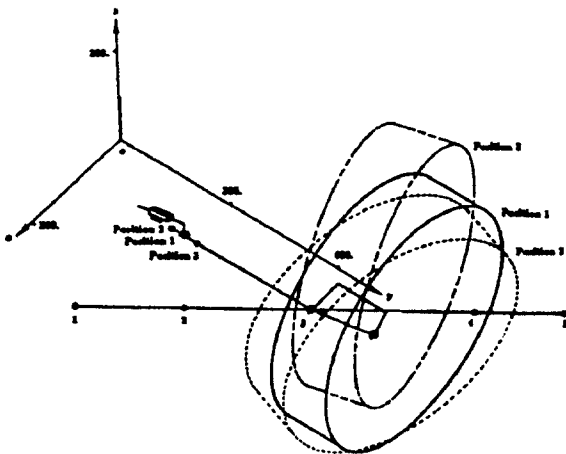


그림 7. Synthesized SSP link for three prescribed steering positions (No. 3 is illustrated)

V. 결론

변위 행렬 방법을 이용하여 조향 운동에 관한 McPherson 현가기구 (RSCS-SSP)를 설계하였다. 먼저, 강체로서 다루어진 wheel assembly의 세개까지 위치 안내를 위한 역할로서의 RSCS-SSP 기구에 있어서 SC, SSP, RS 링크의 치수를 결정하는 치수합성 방법을 제시하였다. 치수합성에서 얻은 기구를 조향운동 해석하였다.

3개의 지정된 위치의 SC, SS, RS 링크의 해가 지정된 공간 영역 안에서 초기의 변수를 사용하여 만들어졌다. 초기의 현가기구 설계시 필요한 충분한 데이터를 얻을수 있게 되어서 설계변수들의 변화에 따른 현가기구의 변화와 차체의 운동을 분석함으로써 현가기구의 독자적인 설계능력을 배양하여 고성능 현가기구 설계를 가능하게 하였다.

참고 문헌

1. Wilson, J. T. III, 1965, "Analytical kinematic synthesis by finite displacements," ASME J. of Engineering for Industry, Vol. 87, No. 2, pp. 161-169.
2. Tsai, L.W., and Roth, B., 1972, "Design of Dyads with Helical, Cylindrical, Spherical, Revolute and Prismatic Joints," Mechanism and Machine Theory, Vol. 7, pp. 85-102.
3. Kohli, D., and Soni, A. H., 1977, "Synthesis of a Six-Link Spatial Mechanism via Screw Triangle Geometry, Successive Screw Displacements, and Pair Geometry Constraints," ASME J. of Engineering for Industry, Vol. 99, No. 3, pp. 532-538.
4. Suh, C. H., and Radcliffe, C. W., 1978, Kinematics and Mechanisms Design, John Wiley & Sons, New York.
5. Sandor, G.N., et al., 1985, "Synthesis of RSSR-SRR Spatial Motion Generator Mechanism with Prescribed Crank Rotations for Three and Four Finite Positions," Mechanism and Machine Theory, Vol. 20, No. 6, pp. 503-519.

6. Premkumar, M. P., and Kramer, S., 1988, "Synthesis of Multi-Loop Spatial Mechanisms by Iterative Analysis: The RSSR-SS path generation," Proceeding of the ASME Design Technology Conferences, Kissimmee, Florida, Vol. 1, pp. 457-462.
7. Cronin, D. L., 1981, "MacPherson Strut Kinematics," Mechanism and Machine Theory, Vol. 16(6), pp. 631-644.
8. Trom, J.D., et al., 1987, "Modeling of a Mid-Size Passenger Car Using a Multibody Dynamics Program," ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 109, pp. 518-523.
9. Suh, C. H., 1989, "Synthesis and Analysis of Suspension Mechanisms with Use of Displacement Matrices," SAE paper 890098.
10. Tsukuda, Y., et al., 1988, "Development of a New Multi-link Rear Suspension," SAE paper 881774.
11. Murakami, T., et al., 1989, "Development of a New Multi-link Front Suspension," SAE paper 890179.
12. 조승백, 임준택, 1993, "자동차 현가장치 설계에 따른 동역학 해석 및 활용," 대한 기계학회지, 제33권, pp. 871-883.
13. Lee, U.K. and Ahn, B.E., 1993, "A Method to Analyze 'The Imaginary Kingpin Axis' in Multi-Link Type Suspension Systems," SAE paper 930262.