Proceedings of the 12th
KACC, October 1997

JIB 크레인의 Constant-Level Luffing 과 시간최적제어

Constant-Level Luffing and Time Optimal Control of a JIB Crane

°최 경 배 *, 홍 금 식 **, 이 만 형***

*부산대학교 대학원(Tel:051-510-1481;Fax:051-514-0685;E-mail:kbchoi@hyowon.pusan.ac.kr)
**부산대학교 기계공학부(Tel:051-510-2454;Fax:051-514-0685;E-mail:kshong@hyowon.pusan.ac.kr)
***부산대학교 기계공학부(Tel:051-510-2331;Fax:051-512-9835)

Abstract: In this paper constant-level luffing and time optimal control of a JIB crane is investigated. The crane is assumed to have only the derricking motion. The analysis of plane kinematics provides the relationship between the boom angle and the main hoist motor angle for constant-level luffing. The dynamic equations for the crane are very nonlinear, and therefore they are linearized for the application of the linear control theory. The time optimal control in the perspective of no-sway at the end of boom stroke is investigated.

Keywords : JIB crane, constant level , derricking, modeling, time optimal control,

1. 서론

JIB 크레인 (혹은, rotary crane, derricking type crane)은 항만에서 선박으로부터 화물을 선적 혹은 하역할때 많이 사용되는 운반기계의 일종이다. 그림 1 은 JIB 크레인의 개략도를 보이고있다. 크레인의 운동은 본체의 선회운동 (slewing motion), 붐의 상승/하강 운동(derricking), 훅/화물의 상승/하강 운동 (hoisting motion) 그리고 본체가 레일위를 직선주행하는 주행운동 (traveling)등이 있다. 구조적으로 안전운전이 최대관건이 되며 이는 크레인의 운전속도에 제한요소가 된다. JIB 크레인의 또 다른 특징은 예를들면 화물을 먼곳으로부터 가까운곳으로 옮기기 위해 붐을 상승시키면 로우프 끝에 매달린 화물의 높이 역시 따라서 높아지게 된다.

Constant-level luffing 이란 붐의 상승/하강 시에 변하게 되는 화물의 높이를 화물용 호이스트 모터를 작동시켜 화물의 높이를 일정하게 유지하면서 붐을 luffing 하는 작업을 말한다. 본 논문은 JIB 크레인의 화물의 최단시간 이송 및 흔들림제어 (sway control)에 관한 연구이다. 본 논문은 본체의 선회 및 주행없이 단지 붐만이 상승/하강 하면서 화물을 일정높이의 위치에서 또 다른 일정높이의 위치로 흔들림이 없이 최단시간내에 이송하고자 할때의 제어기의 설계에 관한 연구이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 로타리 크레인을 수학적으로 모델링한다. 3장에서 단순화된 시스템을 기초로 (홍금식, 1997)의 시간최적제어 방법을 이용하여 시뮬레이션하고 4장에서 결론을 서술한다.

2. 시스템 모델링

2.1 JIB 크레인의 구성

그림 1에서 크레인의 구성요소를 간략하게 살펴보면, 회전프레임에 힌지된 붐(boom)과 크레인 중앙부의 M/C House 가 탑재된 상부구조물(upper structure), 로우프 지지 도르레(sheave) 그리고 상부구조물을 지지하는 기둥과 하단부의 이동 유닛(traveling unit)으로 크게 나누어 볼 수 있다. 지지도르레는 호이스트 로우프를 지지하기 위해서 붐의 끝에 위치한 boom bail axle 과 상부구조물의 끝단에 위치한 mast bail axle, 그리고 붐로우프 및 main hoist rope 를 지지하기 위한 여러개의 지지도르레들로 구성된다. 붐의 길이는 붐이 상부구조물과 연결된 핀조인트로 부터 boom bail axle 의 중심까지로 정의한다. 하중이 클수록 derricking 각도의 범위가 작아진다. 그림 1은 JIB 크레인의 개략적인 도식도이다.

2.2 Rope Reevings

본 연구의 대상이 되는 JIB 크레인에서 채택되고 있는 multiple wire reeving 은 다음과 같다.

1) Boom Suspension Reeving: Boom bail axle 과 mast bail axle 사이의 붐 로우프의 가닥수는 12가닥이다.
2) Mast Fall Reeving: Upper mail axle 과 lower main axle 사이의 메인 호이스트 로우프 가닥수는 4가닥이다.

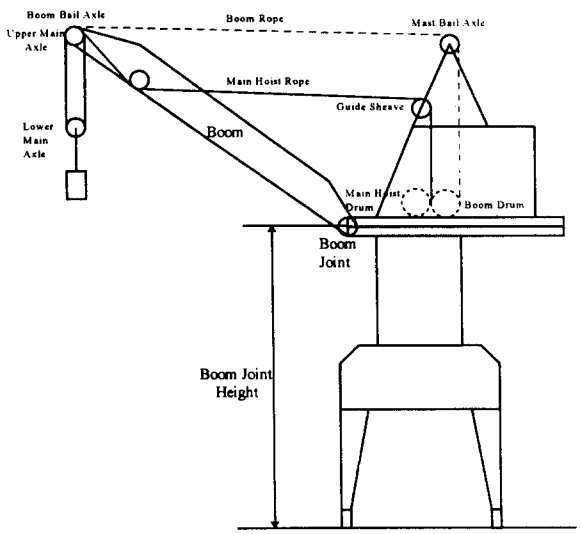


그림 1 JIB 크레인의 개략도
Fig. 1 Schematics of a JIB Crane

2.3 평면기구학 및 Constant-Level Luffing

그림 2은 본체의 회전 (slewing)없이 붐만이 상승/하강

(derricking)할때의 화물의 흔들림현상을 도식화 한 그림이다. 먼저 기구학적 관계식을 유도하기 위하여 화물의 흔들림이 없는 즉 $\phi=0$ 인 정지된 경우를 살펴보자.

그림 2에서 다음의 기본적인 관계식이 성립함을 알 수 있다.

$$y = \overline{OB}\cos\theta \tag{1}$$

$$L = \overline{OB}\sin\theta - H$$

또한, OAB 및 $OA'B'$ 삼각형에 대한 cosine 제 2법칙을 적용하면 다음의 관계식이 얻어진다.

$$L_b(\theta) = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 - 2\overline{OA}\,\overline{OB}\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2} - \theta\right)} \tag{2}$$

$$L_h(\theta) = \sqrt{\overline{OA'}^2 + \overline{OB'}^2 - 2\overline{OA'}\,\overline{OB'}\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2} - \theta\right)} \tag{3}$$

이제 화물을 $P_1(y_1, z_1)$ 점에서 $P_2(y_2, z_2)$ 점으로 이동하는 과정을 살펴보자. 식(1)을 이용하면 y_1, y_2 에 상응하는 θ_1, θ_2 는

$$\theta_1 = \cos^{-1}\left(y_1 / \overline{OB}\right)$$

$$\theta_2 = \cos^{-1}\left(y_2 / \overline{OB}\right)$$

로 주어진다. 또한 붐각도 θ_1, θ_2에 대응하는 붐-드럼의 각변위를 각각 θ_{b1}, θ_{b2}라 할 때, 삼각형 OAB로 부터 다음의 관계가 얻어진다.

$$\theta_{b2} = \theta_{b1} - \frac{12}{r_b}\left(L_b(\theta_2) - L_b(\theta_1)\right) \tag{4}$$

그리고 붐 상승에 수반하여 A' 점과 B' 점 사이의 거리는 $L_h(\theta_2) - L_h(\theta_1)$ 만큼 줄어들게 된다. 따라서 붐과 호이스트 모션이 동시에 일어날 때, 즉 $\theta_1 \to \theta_2$, $\theta_{h1} \to \theta_{h2}$로 운동이 있을때, 처진 로우프 길이에 대한 관계식은

$$L_2 = L_1 - \frac{1}{4}\left(L_h(\theta_2) - L_h(\theta_1)\right) - \frac{r_h}{4}\left(\theta_{h2} - \theta_{h1}\right) \tag{5}$$

이 되고 또한, $H_1 = H_2$ 이면 level luffing control 이 이루어지므로 이를 얻기위한 L_2 는

$$L_2 = \overline{OB}\sin\theta_2 - \overline{OB}\sin\theta_1 + L_1 \tag{6}$$

이 된다. 식(5)과 식(6)을 연립하면

$$\therefore \theta_{h2} = \theta_{h1} + \frac{1}{r_h}\left[\left(L_h(\theta_1) - L_h(\theta_2)\right) + 4\left(\overline{OB}\sin\theta_1 - \overline{OB}\sin\theta_2\right)\right]$$

이 얻어진다. 즉, 운전자의 입력에 의해 붐각이 정해지고 이에 따른 화물의 고도변화를 보상하기위한 호이스트-드럼의 회전각이 구해지는 것이다.

2.4 동력학 (평면운동시)

붐의 derricking 시의 화물의 흔들림현상 및 크레인구조물에 대하여 다음과 같은 가정을 한다. 1) 화물은 평면운동만을 한다고 가정한다. 즉, 화물의 흔들림은 붐과화물이 이루는 평면 안에서만 발생한다고 가정한다. 2) 크레인 구조물의 탄성변형은 무시할 수 있을 정도로 작다. 3) 화물은 질점으로 가정하며, 로우프의 질량 및 탄성(flexibility)는 무시한다. 4) ϕ 는 작아서 $\cos\phi = 1$, $\sin\phi = \phi$ 의 관계식을 만족한다.

우선 화물의 (y,z)좌표를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = L_B\cos\theta + L\sin\phi \tag{7}$$

$$z = L_B\sin\theta - L\cos\phi \tag{8}$$

또한 삼각형 OAB에서 cosine 제 2법칙을 이용하면

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{d^2 + L_B^2 - L_b^2(\theta)}{2dL_B}$$

이 된다. 위식의 양변을 미분하여 정리하면

$$L_b'(\theta) = -\frac{dL_B}{L_b(\theta)}\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2} - \theta\right) \tag{9}$$

이 얻어진다. 또한 sine 법칙을 이용하면

$$\frac{\sin\beta}{d} = \frac{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2} - \theta\right)}{L_b(\theta)}$$

이 되고, $\sin\beta$에 대해 정리하면

$$\sin\beta = \frac{d}{L_b(\theta)}\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2} - \theta\right) \tag{10}$$

이 된다. 식(9)과 식(10)을 연립하면 다음식이 얻어진다.

$$\sin\beta = -\frac{1}{L_B}L_b'(\theta) \tag{11}$$

같은 방법으로 삼각형 $OA'B'$ 에 대해 계산하면

$$\sin\beta' = -\frac{1}{L_B}L_h'(\theta) \tag{12}$$

이 된다.

이제 화물의 평면상(y,z)의 운동과 붐 및 호이스트-드럼의 회전운동 그리고 붐의 O 점을 중심으로한 회전운동을 Newton 의 제 2법칙을 이용하여 구하면 다음의 운동방정식이 얻어진다

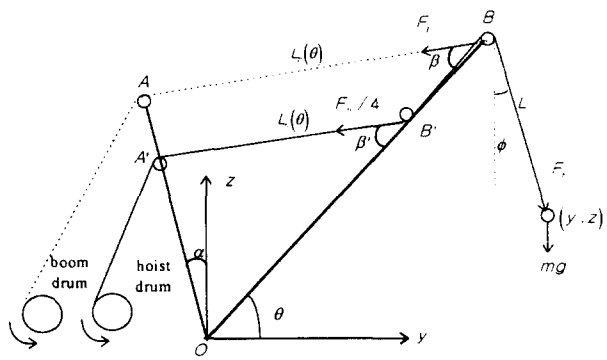
$$m\ddot{y} = -F_h\sin\phi \tag{13}$$

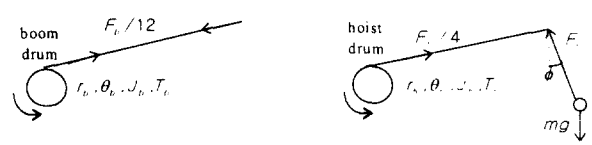
$$m\ddot{z} = F_h\cos\phi - mg \tag{14}$$

$$J_b\ddot{\theta}_b = T_b - r_bF_b/12 \tag{15}$$

$$J_h\ddot{\theta}_h = T_h - r_hF_h/4 \tag{16}$$

$$J_B\ddot{\theta} = -m_BgL_c\cos\theta + L_BF_b\sin\beta + L_BF_h\sin\beta'/4 - L_B\cos\theta F_h\cos\phi - L_B\sin\theta F_h\sin\phi \tag{17}$$





$L_B = \overline{OB}$, $L_B = \overline{OB'}$, $d = \overline{OA}$, $d' = \overline{OA'}$

L_c = 점 O에서 붐의 무게중심까지의 거리

$L_b(\theta)$ = 12닥의 로우프, $L_h(\theta)$ = 4닥의 로우프

그림 2 JIB 크레인의 평면운동

FIG. 2 Luffing Motion of a JIB Crane

그러나, 크레인시스템이 가지는 자유도를 살펴보면 3이 됨을 알 수 있다. 즉, 화물의 (y,z)방향의 운동과 붐의 회전(θ)운동이 그것이다. 따라서 위의 5개의 운동방정식은 상호 독립적이지 못하며 제 2절에서 구한 기구학적 구속조건을 활용함으로

써 3개의 운동방정식으로 줄일 수 있음을 알 수 있다. 식(13) ~ 식(17)에서 제어입력은 T_b, T_h 2개이다. 이제, 기구학적 구속조건들을 활용하여 3개의 독립적인 운동방정식을 유도한다. 먼저, 기구학적 관계식을 이용하여 $\ddot{\theta}_b$ 및 $\ddot{\theta}_h$의 θ, $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$과의 관계식을 구하여 보자. 제 3장의 기구학적 구속방정식인 식(4) 및 식(5)들을 다시쓰면 다음과 같다.

$$L_b(\theta) = L_b(\theta_b) - r_b(\theta_b - \theta_{b0})/12$$

$$L = L_0 - \frac{1}{4}\left(L_h(\theta) - L_h(\theta_0)\right) - \frac{r_h}{4}(\theta_h - \theta_{h0})$$

여기서, θ_0, θ_{b0}, θ_{h0} 는 초기상태의 고정된 값(fixed value)을 의미한다. 위 식들을 시간에 대해 미분하면 각각 다음과 같다.

$$L_b'(\theta)\dot{\theta} = -r_b\dot{\theta}_b/12$$

$$\dot{L} = -\frac{L_h'(\theta)\dot{\theta}}{4} - \frac{r_h\dot{\theta}_h}{4}$$

다시한번 미분하면 다음이 얻어진다.

$$L_b''(\theta)\dot{\theta}^2 + L_b'(\theta)\ddot{\theta} = -r_b\ddot{\theta}_b/12 \tag{18}$$

$$\ddot{L} = -\frac{L_h''(\theta)\dot{\theta}^2}{4} - \frac{L_h'(\theta)\ddot{\theta}}{4} - \frac{r_h\ddot{\theta}_h}{4} \tag{19}$$

이제 식(18)을 $\ddot{\theta}_b$에 대해서 풀어쓰면

$$\ddot{\theta}_b = -\frac{12}{r_b}\left(L_b''(\theta)\dot{\theta}^2 + L_b'(\theta)\ddot{\theta}\right) \tag{20}$$

이 된다. 또한 B 점으로부터 혹까지의 로우프 길이에 대한 다음의 관계식을 이용한다.

$$L = L_B\sin\theta - z$$

여기서, ϕ가 작다는 가정이 사용되었다. 시간에 대해 두번 미분하면

$$\ddot{L} = -L_B\sin\theta\dot{\theta}^2 + L_B\cos\theta\ddot{\theta} - \ddot{z} \tag{21}$$

이 얻어진다. 식(19)과 식(21)을 연립하면

$$-L_B\sin\theta\dot{\theta}^2 + L_B\cos\theta\ddot{\theta} - \ddot{z} = -\frac{L_h''(\theta)\dot{\theta}^2}{4} - \frac{L_h'(\theta)\ddot{\theta}}{4} - \frac{r_h\ddot{\theta}_h}{4}$$

이 되고, θ_h에 대해 풀어쓰면

$$\ddot{\theta}_h = -\frac{1}{r_h}\left[\left(4L_B\cos\theta + L_h'(\theta)\right)\ddot{\theta} + \left(4L_B\sin\theta - L_h''(\theta)\right)\dot{\theta}^2 + 4\ddot{z}\right] \tag{22}$$

이 얻어진다.

(i) 붐-드럼에 가하는 토크 T_b에 대한 붐 다이나믹스를 구하여 보자. 식(20)을 식 (15)에 대입하여 F_b에 대해서 풀면

$$F_b = \frac{144J_b}{r_b^2}\left(L_b'(\theta)\ddot{\theta} + L_b''(\theta)\dot{\theta}^2\right) + \frac{12}{r_b}T_b \tag{23}$$

이 얻어진다. 또한 식 (8)및 (14)에서

$$F_h = \frac{1}{\cos\phi}m\left(\ddot{z} + g\right) \tag{24}$$

이 얻어진다. 최종적으로 식(7), (8), (11),(12), (23) 및 식(24)을 식(17)에 대입하면

$$T_b = -\frac{r_b}{12L_b'(\theta)}\left[J_B\ddot{\theta} + m_B g L_c\cos\theta + \frac{144J_bL_b'(\theta)}{r_b^2}\left(L_b'(\theta)\ddot{\theta} + L_b''(\theta)\dot{\theta}^2\right)\right.$$
$$\left. + m\left(\ddot{z} + g\right)\left\{L_B\cos\theta + \frac{L_h'(\theta)}{4\cos\phi} + L_B\sin\theta\frac{\sin\phi}{\cos\phi}\right\}\right] \tag{25}$$

이 얻어진다.

(ii) 같은 맥락으로 호이스트-드럼에 가하는 토크 T_h에 대한 다이나믹스를 구할 수 있다. 식(22)과 식(24)을 식(16)에 대입하면

$$T_h = -\frac{J_h}{r_h}\left(4L_B\cos\theta + L_h'(\theta)\right)\ddot{\theta} + \frac{J_h}{r_h}\left(4L_B\sin\theta - L_h''(\theta)\right)\dot{\theta}^2$$
$$+ \frac{4J_h\ddot{z}}{r_h} + \frac{r_h m\left(\ddot{z} + g\right)L}{4\left(L_B\sin\theta - z\right)} \tag{26}$$

이 얻어진다. 또한 위식에서 필요한 ϕ 값을 구하기 위해서는 식(7)을 시간에 대해 두번 미분하여 $\ddot{y}$을 구하고 식(24)와 함께 식(13)에 대입한다.

$$\ddot{L}\cos\phi\ddot{\phi} + \left(\ddot{z} + g\right)\tan\phi = L_B\sin\theta\ddot{\theta} + L_B\cos\theta\dot{\theta}^2$$
$$- \ddot{L}\sin\phi - 2\dot{L}\cos\phi\dot{\phi} + L\sin\phi\dot{\phi}^2 \tag{27}$$

2.5 *시스템의 단순화*

화물의 흔들림각도 ϕ는 실제적으로 작다고 가정할 수 있으므로 $\cos\phi \cong 1$, $\sin\phi \cong \phi$로 근사할 수 있다. 또한 $\phi^\alpha\dot{\phi}^\beta$ ($\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, $\alpha + \beta \geq 2$)의 형태로 표시되는 모든항들은 선형화시 사라지게 된다. 따라서 식(25) 및 식(27)을 다음과 같이 단순화 시킬수 있다.

$$T_b = -\frac{r_b}{12L_b'(\theta)}\left[J_B\ddot{\theta} + m_B g L_c\cos\theta + \frac{144J_bL_b'(\theta)}{r_b^2}\left(L_b'(\theta)\ddot{\theta} + L_b''(\theta)\dot{\theta}^2\right)\right.$$
$$\left. + m\left(\ddot{z} + g\right)\left\{L_B\cos\theta + \frac{L_h'(\theta)}{4\cos\phi} + L_B\sin\theta\phi\right\}\right] \tag{28}$$

$$\ddot{L}\phi + \left(\ddot{z} + g\right)\phi = L_B\sin\theta\ddot{\theta} + L_B\cos\theta\dot{\theta}^2 - 2\dot{L}\dot{\phi} - L\ddot{\phi} \tag{29}$$

Constant-level luffing 시에 $\ddot{z} = 0$을 가정할 수 있고 또 ϕ가 작다는 가정하에 식(8)로 부터 $\dot{\theta}^2 = \frac{L_B\cos\theta\ddot{\theta} - \ddot{L}}{L_B\sin\theta}$ 을 이용하면 식(29)은 다음과 같다.

$$\ddot{L}\phi + g\phi = \frac{L_B}{\sin\theta}\ddot{\theta} - \frac{\ddot{L}}{\sin\theta} - 2\dot{L}\dot{\phi} - L\ddot{\phi} \tag{30}$$

이제, 제어입력을 u로 표시하고 흔들림제어의 관점에서 (홍금식, 1997)의 시간최적제어 방법을 사용하기 위해 식(30)으로 부터 다음식을 유도한다.

$$\ddot{\theta}(t) = u(t) \tag{31}$$

$$\ddot{L}\phi(t) + g\phi(t) = \frac{L_B}{\sin\theta}u(t) \tag{32}$$

3. 시뮬레이션

3.1 *제어전략*

붐 및 화물의 대략적인 이동궤적을 $y-z$평면에 그려보면 다음 그림과 같다.

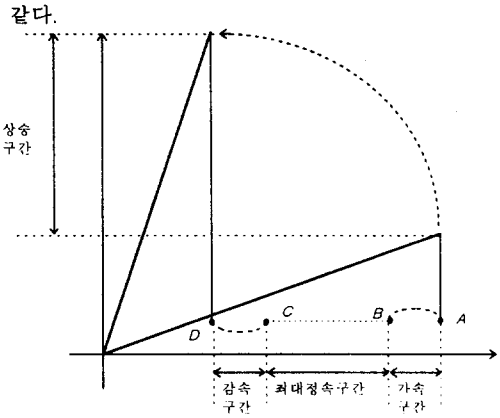


그림 3 붐 및 화물의 이동궤적

Fig. 3 Moving Trajectory of Boom and Payload

1) 화물을 목표지점에 도달하기 위해 붐을 상승 시키면 constant-level uffing 을 위해 호이스트-드럼은 붐의 회전에 대한 화물의 고도 변화를 항상 보상해야 한다.

2) 화물을 A 지점에서 D 지점으로 이동시키고자 할 때 붐의 상승구간을 그림과 같이 가속구간 - 최대정속구간 - 감속구간으로 나누어 붐을 최단시간내에 목표위치에 이르게 하되, 화물의 흔들림이 없도록 한다.

이상에서 유도한 식(31) 및 식(32)에 대하여 제어입력을 구한뒤 식(30)에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 실제 JIB 크레인을 모사하여 m=2038.7 kg (화물의 질량), m_B =6116.2 kg (붐의 질량), J_b =61.32 kg m^2 (붐-드럼의 관성질량모멘트), J_h =80 kg m^2 (호이스트-드럼의 관성질량모멘트), J_B =10 ^{5} kg m^2 (붐의 관성질량모멘트), d =18750 mm, d' =14750 mm, L_B =70250 mm, L_B =47000 mm, L_c =35125 mm, r_b =360 mm, r_h =300 mm, α =27.8 ^{o} 들의 조건을 이용하였다.

3.2 시뮬레이션 결과

그림 4는 다음과 같은 조건에서 시뮬레이션 한 결과이다.

초기상태 y_1 = 60.0 m, z_1 = 10.0 m

최종상태 y_2 = 14.0 m, z_2 = 10.0 m

그림 4 의 (a)는 화물의 흔들림 각을 나타내고 있다. 흔들림각이 0 에 수렴함을 알 수 있다. 그림 (b)는 제어입력인 붐의 각가속도 및 노치형인 각속도를 나타내고 있다. 그림 (c)는 붐의 각도이다. 그림 (d)는 화물의 y - z 평면상의 좌표이며, 화물의 고도가 일정하게 유지됨을 알 수 있다. 그림 (e)는 호이스트-드럼의 각가속도 및 각속도이다. 그림 (f)는 붐-드럼의 각가속도 및 각속도이다. 시뮬레이션 결과를 보면 화물의 흔들림제거는 물론 화물의 고도가 일정하게 유지됨을 알 수 있다.

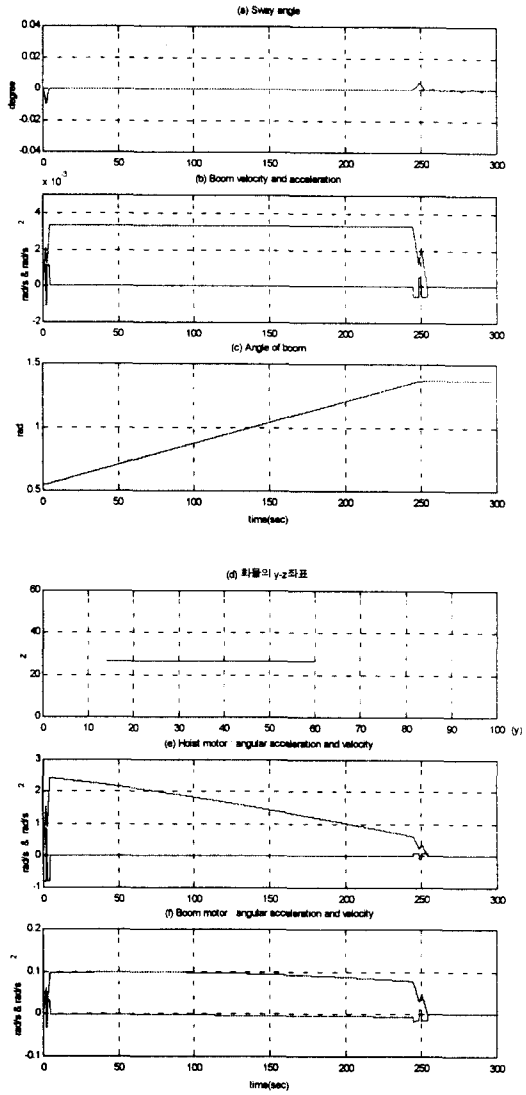


그림 4 Bang-Bang 제어 시뮬레이션 결과

Fig. 4 Simulation Results of Bang-Bang Control

4. 결론

본 논문은 JIB 크레인의 운전에 있어 화물의 고도를 일정하게 유지하면서 흔들림을 제어하기 위한 연구이다. 화물의 흔들림을 제거하기 위해 붐의 각가속도가 제어입력으로 사용되었다. 3 장에서 일정 로우프에서의 bang-bang 제어기가 로우프의 길이가 변하더라도 우수한 성능을 보임을 시뮬레이션 결과에서 알 수 있다. JIB 크레인은 안정성의 문제로 다른 크레인 (컨테이너 크레인, 천정크레인 등)에 비해 운전속도가 느린 이유로 흔들림각이 작았다. 실제 적용을 위해서는 바람등과 같은 외란을 극복해야 하며, 로우프의 인장 및 붐의 휨도 고려해야 한다.

참고문헌

[1] 임태승, "최소 진동을 유지하는 천정 크레인의 위치제어," 한국과학기술원 전지 및 전자공학과 석사논문, 1992.

[2] 홍금식, 손성철, 이만형, "컨테이너 크레인의 흔들림제어 (Part Ⅰ): 모델링, 제어전략, 기준선도를 통한 오차 피이드백 제어," 제어·자동화·시스템공학 논문지, vol. 3, no. 1, pp. 23-31, 1997.

[3] 홍금식, "컨테이너 크레인의 흔들림 제어 (Part Ⅱ): 트롤리 주행속도 조절을 통한 진자운동의 제어," 제어·자동화·시스템공학 논문지, vol. 3, no.2, pp. 132-138, 1997.

[4] Y. Sakawa and A.Nakazumi, "Modeling and Control of a Rotary Crane," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 107, pp. 200-206, 1985.