

위성체의 적응제어 및 강인제어 연구

An Adaptive Control and Robust Control of Satellite

° 노영환\*, 진익민\*\*, 김진철\*\*

\*우송산업대학교 전자공학과(Tel:042-630-9702, FAX:042-634-5648, E-mail:yhlho@ee.woosong.ac.kr)

\*\*한국항공우주연구소(Tel: 042-860-2440)

**Abstract** In the time-invariant system, the adaptive controller was designed for the non-tracking error in the 1980's. In this study, the Model Reference Adaptive Control using on-line processing method is used to identify the coefficients of the model, and the Robust Controller ( $H_\infty$ ) is designed to stabilize the rigid body and the flexible body of satellite, which can be perturbed due to disturbance, etc. The result obtained by  $H_\infty$  controller is compared with that of the PI (Proportional and Integration) controller which is commonly used for stabilizing satellite.

1. 서론

모델오차가 없는 선형 시간불변 시스템에 대하여 안정한 적응 제어를 설계하는 문제는 1980년도에 해결 되었는데 동적인 위성체와 같은 시스템에서 자세제어를 할 때 정확한 모델이 필요하다. 온라인 프로세싱 기법을 이용한 모델기준 적응제어(Model Reference Adaptive Control (MRAC))로 정확한 모델을 구한 후 강인제어기( $H_\infty$ )를 설계하여 위성체의 강체(Rigid body) 및 연성체(Flexible body)모델을 안정화 시키며 원하는 실험 결과를 얻는데 있다.

적용법칙을 유도하기 위해 모델 다이나믹 시스템에서 외란이 없는 경우에 Gradient 오차 최소화 기법이나 뉴턴 기법이 사용되어 지는데 이 논문에서는 Gradient 오차 최소화 기법을 사용하여 적용 법칙이 SPR (Strictly Positive Real) 조건을 만족하는 포지티브이고 Lyapunov 형태함수의 접근방법을 이용한다.

본연구에서는 위성체의 운동이 안정화 상태를 만들기 위하여 강인제어기를 설계시 원점에 pole 이 존재할 때 논문[2]에서 구하였으며, s-Plane의 우반평면에 pole이 존재할 경우 Interpolation 이론[4]을 사용한다. 이 두가지 경우 모두 설계시 small gain 이론을 이용하여 perturbation 내에 존재하는 불확실성을 가진 플랜트를 필요충분적으로 안정화 시킬 수 있다. 그리고, 강인 제어기는 위성체에서 일반적으로 적용한 비례적분 (P I) 제어기보다 성능(performance)이 우수함을 보여주는데 있다.

2. 위성체의 모델링

위성체의 회전 운동방정식은 오일러의 모멘트 방정식으로 나타내어 진다.

$$T = H + w \otimes H \quad (1)$$

여기서  $T$ 는 위성체에 작용하는 외부토크,  $H$ 는 선형 각운동량, 그리고  $w$ 는 각속도 벡터로 나타낸다. 위성체의 자세각은 물

( $\phi$ ), 요( $\varphi$ ), 피치( $\theta$ ) 자세각으로 구성된다. 식(1)에서 각속도 벡터  $\omega$ 를 자세각들과 궤도 각속도( $w_o$ )로 나타내고 피치축의 운동이 다른축의 운동과 비연계되어 동작되며 자세각이 작을때를 가정하면 위성체의 운동방정식[2]은 다음과 같이 주어진다.

$$I_{yy} \ddot{\theta} + \alpha \dot{\theta} + h = (T_s + T_c)_y \quad (2)$$

여기서,  $\alpha = 3w_o^2(I_{xx} - I_{zz})$  이다.

피치축제어에서 회전축이 위성체의 피치축 방향과 일치된 모델링을 사용할 때 모멘텀휠의 전달함수[2]는 식(3)과 같이 간략화 된다.

$$G_{MWH} = \frac{K_m s}{T_m s + 1} \quad (3)$$

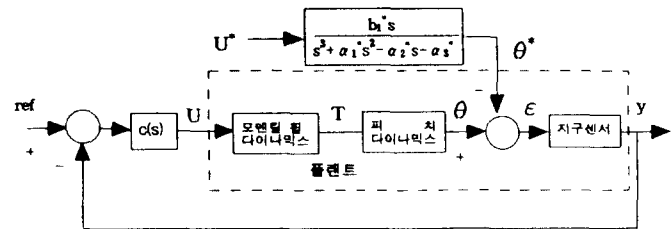


그림1 피치제어피드 및 모델 기준 모델

2.1 위성체의 연성체 모델

실제 위성체는 태양전지판, 안테나, 또는 안테나 지지구조물 등의 진동운동에 의한 연성특성을 갖는다. 태양전지판의 진동모드는 위성체의 3축자세각과 상호연계되어 나타내는데 태양전지판의 비틀림모드는 위성체의 피치자세각과 연계되며 연성체의 모델은 식(4) 과 (5)와 같다.

$$I_{yy} \ddot{\theta} + \alpha \dot{\theta} + D_y \ddot{q}_y = (T_s + T_c)_y - h = T \quad (4)$$

$$\ddot{q}_y + 2\xi \sigma_y \dot{q}_y + \sigma_y^2 q_y + D_y \dot{\theta} = 0 \quad (5)$$

여기서,  $I_{yy}$ ; 피치축에 대한 위성체의 관성모멘트,  $h$ ; 피치축 방향으로 회전하고 있는 모멘텀휠의 각운동량,  $T_s$ ; 외란토크,  $T_c$ ; 제어토크,  $T$ ; 위성체에 작용하는 외부토크,  $D_y$ ; 진동모드와 강체자세각의 연계 상수,  $q_y$ ; 태양전지판의 비틀림모드 모달 좌표,  $\sigma_y$ ; 태양전지판 비틀림모드 진동수,  $\xi$ ; 태양 전지판 진동모드의 수동 감쇄상수

## 2.2 위성체의 강체모델

강체의 경우 논문[2]에서 모델링 및 운동방정식을 기술 하였으며 등식(4)에서 진동모드와 강체자세각 사이의 연계상수가 없는 것으로 간주할 때 피치다이내믹스 관련식은 다음과 같다.

$$I_{yy} \ddot{\theta} + \alpha \theta = T$$

•  $\alpha = 0$  인 경우)

위성체가 롤축과 요축이 유사한 값의 관성모멘트를 가지며 각속도가 작을 때  $\theta$  항을 무시할 수 있다. 이 연구에서 강체의 경우 피치회로는 피치축의 운동방정식을 나타내는 피치다이내믹스, 구동기를 나타내는 모멘텀휠 다이내믹스, 지구센서, 그리고 제어기로 구성되는데 제어기를 제외한 나머지 부분을 플랜트로 가정한다. 등식(3)에서 모멘텀휠의 입력신호( $u$ )와 출력토크( $T$ )로 미분방정식으로 표현할 때 식(6)과 같다.

$$T_m \dot{T} + T = K_m \dot{u} \quad (6)$$

식(4)을 식(6)에 대입하여 정리하면 식(7)이 된다.

$$T_m I_{yy} \ddot{\theta} + T_m D_y \ddot{q}_y + I_{yy} \dot{\theta} + D_y \dot{q}_y = K_m u \quad (7)$$

플랜트 출력을  $y = \theta$ 로 하면 (5)과 (7)에서 상태변수를  $x = [\theta \ \dot{\theta} \ q_y \ \dot{q}_y]^T$ 로 설정시 상태방정식의 특성방정식[2]은 4차가 된다.

•  $\alpha = 3w_o^2(I_\theta - I_\varphi)$  인 경우)

식(4) 과 (5)를 사용하여 식(8)을 구한다.

$$(I_{yy} - D_y^2) \ddot{\theta} + \alpha \theta - 2D_y \xi \sigma_y \dot{q}_y - D_y \sigma_y^2 q_y = T \quad (8)$$

식(7) 과 (8)을 사용하면 다음 상태 방정식이 구해진다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3$ ; 모멘텀 휠 상태변수,  $x_4 = q_y$ ,  $x_5 = \dot{q}_y$ 이

다.  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$ ,  $y = \theta$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha T_m^2}{J} & 0 & \frac{K_m}{J} & -\frac{T_m D_y \sigma_y^2}{J} & -\frac{2D_y \xi \sigma_y T_m^2}{J} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{D_y \alpha T_m^2}{J} & 0 & -\frac{D_y K_m}{J} & \frac{T_m I_{yy} \sigma_y^2}{J} & \frac{2I_{yy} \xi \sigma_y T_m^2}{J} \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ -\frac{K_m}{J} \ 1 \ 0 \ \frac{D_y K_m T_m}{J}]^T, \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$J = T_m^2 (D_y^2 - I_{yy})$$

식(6)과, 식(8)에서 연계상수가 없는 것으로 간주하고 입력을  $u$  출력을  $\theta$ 로 설정시 식(10)과 같은 전달함수를 구할 수 있다.

$$\frac{\theta}{u} = \frac{b_1 s}{s^3 + \alpha_1 s^2 - \alpha_2 s - \alpha_3} \quad (10)$$

여기서,  $\alpha_1 = \frac{1}{T_m}$ ,  $\alpha_2 = \frac{\alpha}{I_\theta}$

$$\alpha_3 = \frac{\alpha}{T_m I_\theta}, \quad b_1 = \frac{K_m}{T_m I_\theta}$$

주어진 변수값[2]을 대입하면

$$\alpha_1 = 0.6024, \quad \alpha_2 = -4.8913E-9, \quad \alpha_3 = -2.9466E-9, \\ b_1 = 1.3421E-5$$

로 주어진다.

## 3. 위성체 모델기준 적용제어 및 강인제어

### 3.1 모델기준 적용제어 설계

강체모델의  $\alpha = 0$  경우 논문[3]에서 모델을 MRAC 기법으로 구하였으며  $\alpha = 3w_o^2(I_\theta - I_\varphi)$  경우를 고려하면 전달함수 (10)에서  $\theta$ 와  $u$ 의 미분은 존재하지 않는다고 가정하고 안정한 함수  $\frac{1}{(s+0.1)^3}$ 로 양변을 필터링하면 다음식을 구한다.

$$\frac{s^3}{(s+0.1)^3} [\theta] + \alpha_1 \frac{s^2}{(s+0.1)^3} [\theta] - \alpha_2 \frac{s}{(s+0.1)^3} [\theta] - \alpha_3 \frac{1}{(s+0.1)^3} [\theta] = b_1 \frac{s}{(s+0.1)^3} [u] \quad (11)$$

여기서  $z$ ,  $\theta^*$  와  $\phi$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$z = \frac{s^3}{(s+0.1)^3} [\theta], \quad \theta^* = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ b_1]^T,$$

$$\phi = [\frac{-s^2}{(s+0.1)^3} [\theta], \frac{s}{(s+0.1)^3} [\theta], \frac{1}{(s+0.1)^3} [\theta], \frac{s}{(s+0.1)^3} [u]]^T$$

그때 식(11)는 다음과 같이 선형변수 모델형태로 표현할 수 있다.

$$z = \theta^* T \phi \quad (12)$$

변수  $\theta^*$ 를 평가(estimation) 하는데 gradient 방법을 사용한 적용 법칙은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \Gamma \varepsilon \phi, \quad \Gamma = \Gamma^T > 0, \\ \varepsilon &= \frac{z - \theta^* \phi}{m^2}, \\ m^2 &= 1 + n_s^2 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $n_s$ 는  $\frac{\phi}{m} \in L_\infty$  되도록 설계된 정량화 신호이다.

Cost 함수는 식(12)에 의하여 주어진다.

$$J(\theta, t) = \frac{\varepsilon^2 m^2}{2} = \frac{((\theta^* T - \theta^T) \phi)^2}{2m^2} \quad (14)$$

이때  $\theta$ 에 관하여 최소화 될 수 있는데 Gradient 방법을 적용하면 최소화한 궤적  $\theta(t)$ 는 미분방정식에 의해 나타내진다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= -\Gamma \nabla J(\theta), \quad \Gamma = \Gamma^T > 0 \\ \nabla J(\theta) &= -\frac{(\theta^* T - \theta^T) \phi^2}{m^2} = -\varepsilon \phi, \quad \varepsilon = \frac{z - \theta^T \phi}{m^2} \end{aligned} \quad (15)$$

그래서 적용법칙은 다음과 같다.

$\dot{\theta} = \dot{\theta} = \Gamma \varepsilon \phi$ , 이고 여기서  $\dot{\theta} = \theta - \theta^*$ ,  $\theta^*$ : 상수 이다.

폐회로 시스템의 안정성에 관해서 이론적인 검증은 하기위해 Lyapunov 형태 함수를 다음과 같이 선정한다.

$$V(\dot{\theta}) = \frac{\dot{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\theta}}{2} \quad (16)$$

그때

$$\dot{V} = \dot{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\theta} = \dot{\theta}^T \phi \varepsilon = -\varepsilon^2 m^2 \leq 0, \quad \dot{\theta}^T \phi = -\varepsilon m^2 \text{ 이다.}$$

그결과,

$$\begin{aligned} V, \dot{\theta} &\in L_\infty, \quad \varepsilon, \varepsilon m \in L_\infty, \quad \varepsilon \in L_2, \quad \varepsilon n_s \in L_2, \\ \varepsilon, m &\in L_2 \cap L_\infty \text{ 이다.} \end{aligned}$$

### 3.2 강인 제어기( $H_\infty$ ) 설계

피치다이내믹스, 지구센서, 그리고 모멘텀휠 다이내믹스를 하나의 플랜트로 가정하여 모델 기준 적용기법으로 이상적인 모델을 판별한 후, 외란이나 잡음이 존재할 때 여러종류의 모델링 에러가 발생할 수 있어 이러한 현상을 감안하여 상대적으로 좋은 실행결과를 얻기 위해 제어기를 설계한다. 이때 플랜트가 불확실성을 가진 다이내믹스로  $P_1(s) = P_o(s) + \delta P(s)$ 로 표현된다.

$P_o(s)$ 는 이상적인 플랜트 다이내믹스 모델이고  $\delta P(s)$ 는 불확실한 부분(Perturbation)을 의미한다. 플랜트  $P_1(s)$ 를 안정화시키기 위하여 제어기를 설계하기 위하여는  $\delta P(s)$ 는  $P_o(s)$ 와 비교하여 불안정한 pole의 갯수가 같아야 하고, 불확실한 부분이 모든 주파수 범위에서 불확실성 상한 범위  $r(s)$ 내에 있어야 한다. 여기서  $r(s)$ 는 안정된 proper 유리함수이다. 그리하여 제어기가 폐회로 시스템에서  $P_1(s)$ 를 안정화시키고 small gain 이론  $|r(j\omega) \cdot \frac{C(j\omega)}{1 + P_o(j\omega) C(j\omega)}| < 1$ 을 만족해야 한다. 그리하여

$r(s)$ 내에 존재하는 불확실성을 가진 플랜트를 필요충분적으로 안정화시킬 수 있다. 제어기  $C(s)$ 는 blaschke 곱  $B(s)$ , 불확실성 상한 범위  $r(s)$ , 유니트 함수  $U(s)$ 로 구성하는  $q(s)$ 로 나타낼 수 있다. 즉,  $C(s) = \frac{q(s)}{1 - P_o(s)q(s)}$ 로 표현된다. 유니트 함수는 논문[4]에서 소개된다. 위성체의 강체모델은 물축과 요축이 유사한 값의 관성모멘트를 가지고 각속도가 작을 때  $\theta$ 항을 무시한 경우이다. 이 경우 플랜트가 원점에 1개의 pole이 존재하여 논문[5]를 이용해 제어기[2]를 설계하였다.

연성체의 경우, 등식(9)의 상태방정식을 전달함수 형태로 변환시 다음과 같다.

$$P_o(s) = \frac{as(s + \beta_1)(s + \beta_2)}{(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)(s + \alpha_3)(s - \alpha_4)(s + \alpha_5)}$$

여기서 변수값은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0.0181 - 3.6226i, \quad \alpha_2 = 0.0181 + 3.6226i, \quad \alpha_3 = 0.6024 \\ \alpha_4 &= \alpha_5 = 0.0001, \quad a = 1.3455 E - 5, \quad \beta_1 = 0.0181 - 3.6180i, \\ \beta_2 &= 0.0181 + 3.6180i \end{aligned}$$

설계과정)

I) 불확실성 상한을  $r(s) = \frac{k}{s + 0.0001}$ ,  $k = 0.05$ 로 설정한다.

II)  $\bar{P}_o(s) = B(s)P_o(s)$ 로 구한다. 여기서  $B(s) = \frac{(s - \alpha_4)}{(s + \alpha_4)}$ 이다.

III)  $r(s)$ 가 strictly 유리함수이기 때문에 유니트함수  $U(s)$ 는  $\alpha_4$ 와  $\infty$  값을 이용하여 구해진다. 이때

$$U(\alpha_4) = \frac{r(\alpha_4)}{\bar{P}_o(\alpha_4)} = 3695.0215, \text{ 이 결과 유니트함수}$$

$$U_1(s) = \frac{0.6279}{s + 0.0001} \text{ 이다.}$$

V) Proper 함수를 구한다.

$$q(s) = \frac{B(s)}{r(s)} U_1(s) = \frac{12.5585(s - \alpha_4)}{(s + \alpha_4)}$$

VI) 이때 제어기  $C(s)$ 는 pole 과 zero 소거법을 이용해 정리한다.

VII) 폐회로 시스템의 특성 방정식을 이용하여 시스템의 안정성을 점검한다.

## 4. 시물레이션

### 4.1 모델기준 적응제어

위성체 시스템의 자세제어를 연구하는데 있어 우선 다이나믹스의 모델을 MRAC 기법에 의하여 분별(identification) 한 후 제어기를 설계하여 원하는 실행 결과를 얻을 수 있다. 논문[3]에서는 위성체의 강제 모델에 대하여 피치다이내믹스의 3개 변수 수렴성을 입증하였다. 연성체 모델에 대하여는 식(10)으로 주어진다. 이때 입력신호가 하나의 주파수를 가진 신호가 인가시 2개 변수(parameter)들을 분별할 수 있다. 4개 변수 수렴성을 보여주기 위하여 3종류의 신호를 인가 하였다. 그래서, 입력을 3종류 주파수를 가진,  $u = 1 + \sin(t) + \sin(3t) + \sin(5t)$ 를 인가한다. 이때  $a_1 \cong 0.6, a_2 = a_3 = b_1 \cong 0$  으로 그림[2]와 같이 실값(true value)으로 수렴함을 보여 주고 있다.

### 4.2 PI 제어기 및 강인 제어기

위성체의 다이나믹 모델에 대해서 피치제어 회로를 Matlab/Simulink 소프트웨어를 이용하여 폐회로 시물레이션을 수행하는데 있어 논문[2]의 값을 대입하고 초기상태변수값은  $x_0 = 0.1745$  [rad]을 사용하였다. 시물레이션을 수행하는데 있어 PI 제어기에서 비례이득 ( $K_p$ )과 적분이득 ( $K_i$ )은 각각 4308.6 ( $V/rad$ ) 과 53.9 ( $V/rad/sec$ ) 이다. 그림3은 PI 제어기의 시물레이션 결과를 보여준다. 약 300초 경과후에 자세각이 수렴하고 있다. 강인제어기는 상기의 설계과정을 거쳐 VI)단계에서 다음과 같은 2차 proper 함수를 가진다.

$$C(s) = \frac{-0.00176s + 0.00106}{s^2 + 0.60262s - 0.00004} + 12.55848$$

그림4는 강인 제어기의 결과를 보여주는데 PI 제어기보다 짧은 시간에 안정함을 보여주고 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 위성체의 적응제어를 통한 모델을 설계한 후 강인제어를 통하여 연성체 모델을 안정화 시키며 원하는 결과를 얻었다. 강제의 경우 원점에 1개의 pole 이 존재하는 경우 이미 논문[2]에서 자세제어에 관해 기술하였으며, 연성체의 경우 1개의 pole이 s-plane의 우반평면에 존재하는 경우 Interpolation 이론을 이용하여 설계하였다. 모델이 강제인 경우 강인제어기는 3차 전달 함수 인데 반하여, 연성체의 경우 2차 전달함수를 얻어 보다 간단하게 설계 되었다. 그리고 강인 제어기는 PI 제어기 보다 수렴성 면에서 우수함을 보여주고 있다.

## 참고문헌

- [1] P. Ioannou and A. Datta, "Robust Adaptive Control: A Unified Approach," Proceedings of the IEEE, Vol. 79, No. 12, 1736 - 1768, December 1991.
- [2] 진익민, 노영환, 김진철 (Ik Min Jin, Young Hwan Lho, and Zeen-Chul Kim), "무궁화 위성의 자세제어 기법의 관한 연구 (A

Study on the Attitude Control Techniques of Koreasat)," 한국 자동제어 학회지 (Korea Automatic Control Conference), 대전 (Taejon), 1994. 10. 18 - 20.

[3] 노영환, 이상용 (Young Hwan Lho, and Sang Yong Lee) "위성체의 강인적응제어 연구 (A Robust Adaptive Control of Satellite)," 한국 자동제어 학술회의 (Korea Automatic Control Conference), 경북 포항 공과대학, 1996, 10. 24 ~ 26.

[4] P. Dorato, H. B. Park, and Yunzhi Li, "An algorithm for interpolation with units in  $H^2$  with applications to feedback stabilization," Automatica, May 1989.

[5] Hidenori Kimura, "Robust Stabilizability for a Class of Transfer Functions," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-29, no. 9, pp. 788-793, Sept. 1984

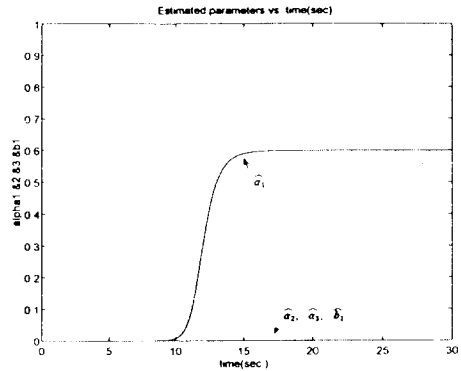


그림2. MRAC를 이용한 추정값 ( $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{b}_1$ )

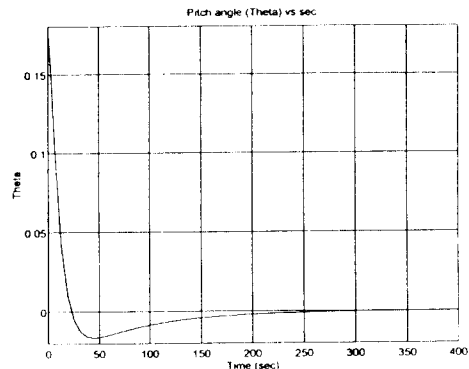


그림3. PI 제어기를 이용한 피치각 ( $\theta$ )의 응답

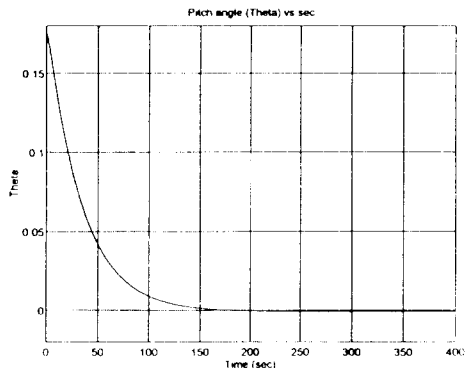


그림4. 강인제어기를 이용한 피치각 ( $\theta$ )의 응답