

쌍발복합재 항공기의 동적 미계수 추정

Dynamic Derivatives Estimation of Twinbee Aircraft

°신중화*, 황명신*

한국항공대학교 항공기계공학과 (Tel : 02-300-0108 ; Fax : 02-3158-2191 E-mail : mshwang@hanul.hangkong.ac.kr)

Abstracts The purpose of this paper is to find how to determine the controllability and stability derivatives from flight test and to display the stability of the Twinbee aircraft. There are various methods developed to find the derivatives : wind tunnel testing, predicted result from empirical data, flight test and so on. Among those methods, the estimation from flight test of real aircraft is the most reliable. We performed the flight test of Twinbee and recorded the states of aircraft. Using those states and parameter estimation algorithm based on the Maximum Likelihood (MMLE) criterion, we can estimate the controllability and stability derivatives. In this paper, we will show the process from designing the proper flight test input to estimation of derivatives.

Keywords Parameter Estimation, Stability Derivatives, Flight test

1. 서론

비행역학은 항공기의 운동을 다루는 항공공학의 한분야이다. 비행역학에서 주요 관심사는 항공기의 성능과 동적 특성을 예측하고 평가하는 것이다. 항공기의 운동은 6 자유도 선형 비행운동 방정식에 의해 표현되며, 운동방정식에는 조종/안정 미계수 (Controll-ability / Stability Derivatives) 들이 포함되어 있다. 이들 미계수들은 비행 성능과 비행 특성을 결정하는 중요한 계수들로서, 항공기의 운동을 이해하고 시뮬레이션하기 위해서는 사전에 결정되어야 한다.

이들 계수를 결정하는 방법은 지금까지 서로 방법은 다르지만 보완적인 세가지 방향으로 발전되어 왔다 : 1) 분석적 방법, 2) 풍동시험 방법, 3) 비행시험 방법.

분석적 방법이나 풍동시험 방법은 미계수 추정에 있어 많은 제한을 갖고 있으며 추정된 값의 유효성에도 문제가 있다. 따라서, 비행 시험으로부터 미계수를 결정하는 과정은 앞의 두가지 방법의 한계와 불확실성을 줄이기 위해 중요하고 반드시 필요한 절차이다.

비행시험을 통한 미계수 추정 과정은 크게 세부분으로 나뉜다 1) 비행시험 장비 구성, 2) 비행시험 기술, 3) 비행 데이터 분석 및 추정.

미계수 추정 문제에서는 연구대상 시스템을 미지의 변수를 포함하는 일련의 동적 방정식으로 모델링 된다고 가정한다. 미지 변수값을 결정하기 위해 시스템은 적당한 입력에 의해 가진되고 입력과 시스템 응답이 측정된다. 미지 변수의 값은 주어진 입력에 대한 모델 응답과 실제 시스템 응답이 일치되어야 한다는 조건으로부터 추정된다. 본 연구에서는 미계수 추정을 위해 최대공

산법(Maximum Likelihood Method)을 사용하였다.

2. 비행시험

2.1 비행시험(Fligh Test)

비행시험이란, 기본적으로 제작된 비행기가 실제 비행이 가능한 한지를 조사하는 작업에서부터 그 비행기가 어떤 거동을 하며, 어떤 성능을 나타내는지 파악하고 더 나아가 비행기의 형식증명, 감항증명을 받기 위한 자료의 획득 등의 여러가지 목적을 달성하기 위하여 비행기를 가지고 수행하게 되는 일련의 과정이다.

2.2 최적 입력 설계

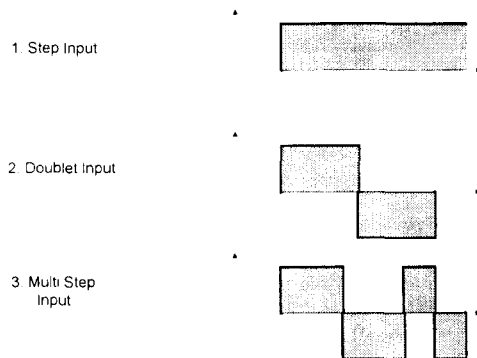


그림 1 비행 시험에 사용되는 입력 형태
Fig.1 The useful input pattern for flight test

어떤 추정 알고리즘을 사용하든지 추정된 변수의 정확도와 신뢰도는 시스템 응답에서 얻을 수 있는 유용한 정보의 양에 크게 의존한다. 따라서 항공기의 특성이 잘 나타날 수 있도록 적절한 입력을 가하고 그에 따른 출력을 관측하는 것이 필요하다.

항공기의 동적 특성을 잘 나타낼 수 있는 입력으로서 비행 시험에서 주로 사용되는 입력은 그림 1 과 같다.

일반적으로 비행기의 거동은 장주기 운동이 지배적으로 일어나게 되므로 특별히 단주기 운동을 일으킬수 있는 입력을 선정하는 것에 관심을 가져야 한다. 단주기를 확실하게 발생시키기 위해서는 짧은 시간동안에 변화되는 Doublet 이나 Multi Step 입력이 바람직하며, 장주기를 위해서는 긴 시간 동안의 Step 입력이 적당한 것으로 알려져 있다. 위의 내용과 실현 가능성을 고려하여 실제 비행시험시 세로 단주기 운동(Short-period Motion)을 위해 사용된 입력 형태는 그림 2 와 같다.

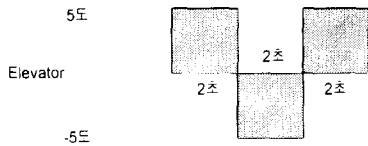


그림 2 세로 단주기 운동 입력 형태
Fig 2 The input for Longitudinal Short-Period Motion

2.3 비행 시험 장비

변수 추정의 정확성은 측정된 비행 자료의 질에 직접적으로 의존한다. 따라서 조종 입력과 운동 변수의 정밀한 측정은 성공적인 미계수 추정의 전체 조건이다. 본 연구를 위해 비행 시험에 사용된 측정장비는 다음과 같다.

표 1 비행 시험 장비

TABLE 1 Flight Test Instrumentation

측정장비	측정값	측정범위
자세 자이로 Attitude Gyro	기울이각	±60°
	옆놀이각	±45°
각속도 자이로 Rate Gyro	p: Roll Rate	±100 °/s
	q: Pitch rate	±50 °/s
	r: Yaw rate	±50 °/s
가속도계 Accelerometer	a _x	± 1 g
	a _y	± 1 g
	a _z	- 3 g ~ +6 g
압력 변환기 Pressure Transducer	비행 속도(u)	30 kt ~ 180 kt
	압력 고도(Hp)	-1000 ft ~ 20000 ft
Linear Displacement Transducer	α, β	± 90°
	수평 안정판 변위	-21 ~ +21°

3.비행기의 수학적 모델

본 논문에서 다루고 있는 항공기는 근사적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

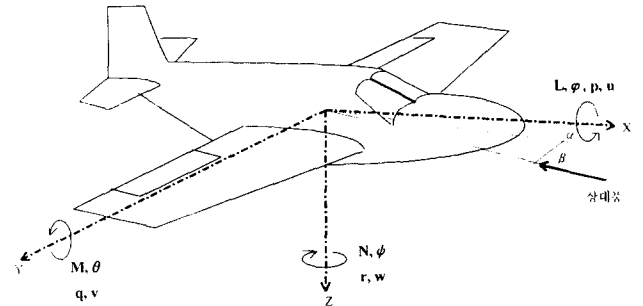


그림 3 항공기의 모델
Fig 3 The model of Aircraft

미소교란이론(Small disturbance Theory)을 이용한 수학적 모델 구성시 기본 가정은 다음과 같다.

- 1) 비행기는 공탄성효과를 무시하는 강체이다.
- 2) 비행기가 비행하고 있는 지구는 고정 좌표계이며, 대기 또한 그 지구에 고정되어 움직이지 않는다.
- 3) 항공기 질량은 비행 시험 시간 동안 변화하지 않는다.
- 4) 항공기는 저속으로 비행하므로 공기의 압축성에 의한 변수들의 변화는 무시할 수 있다.
- 5) 동안정 미계수들은 상수이다.
- 6) 기준 비행 조건이 대칭적이다.
- 7) 추력은 개개의 비행시험 동안 일정하다.
- 8) 초기 비행속도는 x 축 성분만 있다.
- 9) 각 상태(State)들은 초기값에서 교란된 값이라고 볼 수 있다. (Small Disturbance Theory)

기본적인 평형 방정식은 Force Equations, Moment Equations, Euler Angle 을 이용하고, 초기상태 트림 가정을 적용시켜 다음과 같은 선형화된 세로 운동 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & 0 & -g \\ Z_u & Z_\alpha & 1 & 0 \\ u_0 & u_0 & & \\ M_u + \frac{M_\alpha}{u_0} Z_u & M_\alpha + \frac{M_\alpha}{u_0} Z_\alpha & M_q + M_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_c} & X_{\delta_r} \\ Z_{\delta_c} & Z_{\delta_r} \\ u_0 & u_0 \\ M_{\delta_c} + \frac{M_\alpha}{u_0} Z_{\delta_c} & M_{\delta_r} + \frac{M_\alpha}{u_0} Z_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_c \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기에 있는 식의 항들과 미계수들의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
V_n &= \frac{-(C_{D_n} + 2C_{D_n})QS}{mu_{u_n}} & X_n &= \frac{-(C_{D_n} - C_{L_n})QS}{mu_{u_n}} \\
Z_{\alpha} &= \frac{-(C_{L_n} + 2C_{D_n})QS}{mu_{u_n}} & Z_{\alpha} &= -C_{Z_{\alpha}} \frac{\bar{c}}{2u_0} QS^T(u_0 m) \\
Z_{\omega} &= \frac{-(C_{L_n} + C_{D_n})QS}{mu_{u_n}} & & \left(Z_{\alpha} = u_0 Z_n, \quad Z_{\omega} = u_0 Z_n \right) \\
Z_{\delta} &= -C_{Z_{\delta}} \frac{\bar{c}}{2u_0} QS^T m & Z_{\delta} &= -C_{Z_{\delta}} QS^T m \\
M_n &= C_m \frac{(QS\bar{c})}{u_0 I_y} & & \\
M_{\alpha} &= C_{m_{\alpha}} \frac{(QS\bar{c})}{u_0 I_y} & M_{\omega} &= C_{m_{\omega}} \frac{\bar{c}}{2u_0} \frac{(QS\bar{c})}{u_0 I_y} \\
& \left(M_{\alpha} = u_0 M_n, \quad M_{\omega} = u_0 M_n \right) & & \\
M_{\delta} &= C_{m_{\delta}} \frac{\bar{c}}{2u_0} \frac{(QS\bar{c})}{I_y} & M_{\delta} &= C_{m_{\delta}} \frac{(QS\bar{c})}{I_y}
\end{aligned}$$

4. 미계수 추정 방법

(최대공산법 ; Maximum Likelihood Estimation)

최대공산법을 사용한 변수추정의 기본 개념은 실험에서의 측정치 z 를 미지의 변수 θ 에 관련된 것으로 가정하고 이 미지의 변수값을 측정치 z 가 나타낼 수 있는 확률을 가장 크게 하는 값으로 결정하는 것이다. 연속측정(sequential measurement)을 가정하는 경우 최대공산법을 이용한 변수추정은 측정치 z 의 조건확률 밀도 함수(conditional probability density)를 최대로 하는 θ 를 결정하는 것으로서 다음의 식 (2)로 정의된다.

$$\hat{\theta}_{MLL} = \arg \max_{\theta} p[z|\theta] \quad (2)$$

확정시스템에서의 최대공산법(출력오차방법)은 1960년대 후반부터 미항공우주국(NASA)을 중심으로 비행체의 공력계수 추정에 이용되어 왔다. 그러나 이 방법은 확정 선형 모델을 사용하므로 불안정한 비행체에서의 식별 작업이 어렵고 비행체의 운동이 선형성을 유지하도록 조종 입력 자체를 제한하고 있으며, 상태잡음의 영향을 미소한 것으로 가정하여 무시하므로 돌풍등의 외란을 고려할 수 없으며, 안정된 대기에서의 비행시험을 조건으로 하는 등의 제한적인 측면이 있다.

연속-이산시간 시스템에서의 시스템은 다음과 같이 가정된다.

$$x(t_0) = x_0 \quad (3)$$

$$\dot{x}(t) = F x(t) + B u(t) \quad (4)$$

$$z(t_i) = H x(t_i) + D u(t_i) + M v(t_i) \quad (5)$$

- 여기서 F : system matrix
- B : input matrix of state equation
- H : output matrix
- D : input matrix of measurement equation

M : measurement noise matrix

V : measurement noise

측정 잡음 v 는 기대값이 영이고 단위 공분산을 가지는 가우시안 백색잡음으로 가정하며 최대공분산법을 적용하기 위한 가격함수는 다음의 형태로 정의 된다.

$$\begin{aligned}
J(\theta) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [z(k) - \hat{z}(k)]^T (MM^T)^{-1} [z(k) - \hat{z}(k)] \\
&\quad + \frac{N}{2} \ln \det(MM^T) \quad (6)
\end{aligned}$$

위의 가격함수를 최소화하기 위해 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson) 방법을 사용한다. 이 방법은 미지 변수들의 조합 벡터의 근사값과 그에 관한 가격함수의 일차, 이차 기울기를 이용하는 반복 절차이다.

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i - [\nabla^2 J(\hat{\theta}_i)]^{-1} [\nabla J(\hat{\theta}_i)]^T \quad (7)$$

$$\nabla J(\theta_i) = - \sum_{k=1}^N [z(k) - \hat{z}(k)]^T (MM^T)^{-1} [\nabla \hat{z}(k)] \quad (8)$$

$$\nabla^2 J(\theta_i) \cong \sum_{k=1}^N [\nabla \hat{z}(k)]^T (MM^T)^{-1} [\nabla \hat{z}(k)] \quad (9)$$

여러 차례의 반복 계산을 통해 가격 함수를 최소값으로 수렴시켜야 하며, 이때 F, B 행렬은 초기의 가정된 값에서부터 모형의 상태값들이 실제 비행기의 값과 같아지는 확률이 최대가 되는 값으로 변화하게 된다. 계산 절차를 아래에 있는 흐름도에 나타내었다.

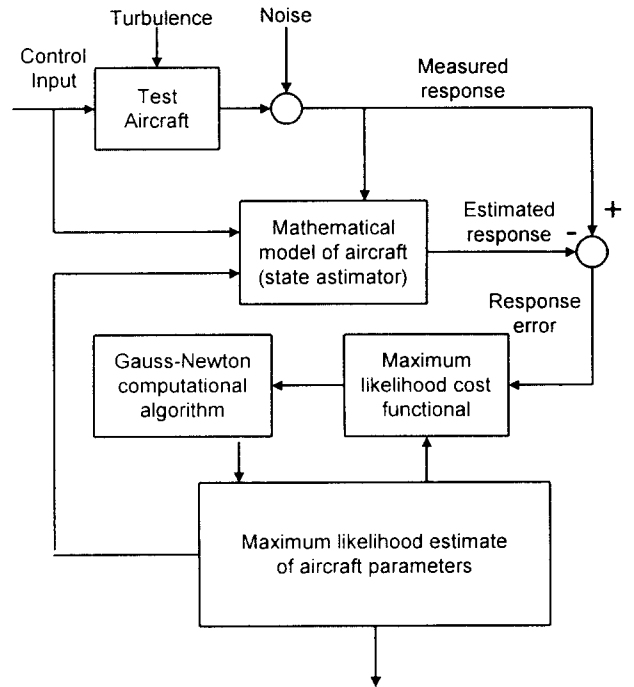


그림 4 최대공산법을 사용한 변수 추정 개념

Fig. 4 Maximum-likelihood estimation concept

5. 추정결과

최대공산법을 통해 추정된 미계수와 이를 이용하여 시뮬레이션한 결과는 다음과 같다.

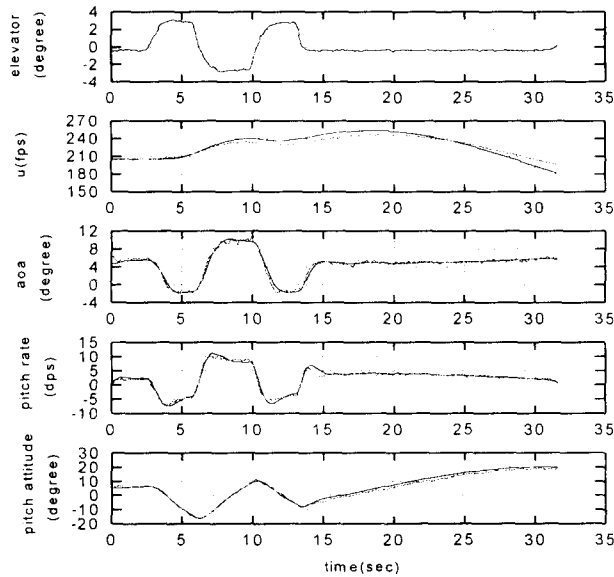


그림 5 Flight 1 : 세로 단주기 운동 (조종간 자유, $u_0=205$ fps)

Fig. 5 Flight 1 : Longitudinal short period mode (Stick-free)

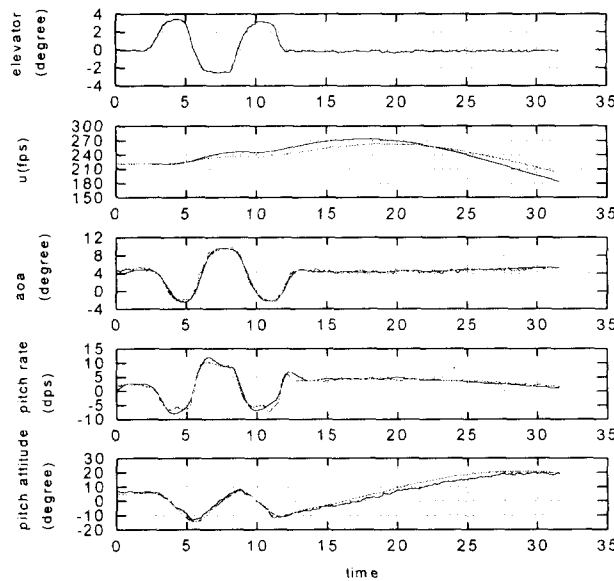


그림 6 Flight 2 : 세로 단주기 운동 (조종간 고정, $u_0=222$ fps)

Fig. 6 Flight 2 : Longitudinal short period mode (Stick-fixed)

비행시험 자료로부터 추정된 조종/안정 미계수를 가지고 시뮬레이션한 결과는 실제 비행기의 거동과 잘 일치하였다. 또한 추정된 미계수들은 일반 항공기의 미계수들이 가지는 통상 범위에 근접하는 비교적 만족스러운 값을 보여주었다.

표 2 추정된 미계수

TABLE 2 Estimated derivatives

미계수	추정된 값		상용범위	DATCOM method
	Flight 1	Flight 2		
C_{d_0}	0.0247	0.0246	-	-
C_{l_0}	0.6871	0.5864	-	-
C_{l_α}	4.9915	5.6955	4.0~7.0	6.5660
$C_{m\dot{\alpha}}$	-3.2732	-2.4508	-4.0~7.0	-11.8044
C_{m_q}	-16.8206	-11.2995	-10.0~15.0	-19.0477
$C_{x\delta_e}$	0.2221	0.2457	-	-
$C_{z\delta_e}$	0.0195	0.0342	-	-
$C_{m\delta_e}$	-1.6493	-1.2533	-0.75~2.0	-1.6685

6. 결론

해석적 방법(DATCOM method)으로 계산된 미계수들 중 일부는 일반 항공기의 상용 범위 값을 벗어나는데 반해 비행시험 자료로부터 최대공산법(Maximum Likelihood Method)을 사용하여 추정된 미계수들은 상용 범위와 일치하거나 매우 근접한 값을 보여주고 있다. 또한, 추정된 미계수들을 사용한 비행 운동 시뮬레이션은 비행시험을 통해 구해진 값과 거의 일치한다. 이상의 결과로부터 비행시험에 사용한 조종 입력(control input)의 선택과 자료의 측정이 적절하였음을 알 수 있다.

앞으로 가로운동 비행시험 자료를 이용하여 미계수를 추정할 것이며 추정된 미계수를 이번 시험 항공기와 비슷한 타기종과 비교하여 최대공산법을 사용한 추정 결과의 정확성을 검증할 것이다.

참고문헌

- [1] Kenneth W. Iliff, "Parameter Estimation for Flight Vehicles" J.Guidance, vol. 12, pp. 609-622, 1989.
- [2] Raman K. Mehra, "Maximum Likelihood Identification of Aircraft Stability and Control Derivatives" J.AIRCRAFT, vol.11, No. 2, pp. 81-89,1974.
- [3] R. C. Nelson, "Flight Stability and Automatic Control", McGRAW-Hill, New York, 1989.
- [4] 송용규, 황명신, "비행시험을 통한 항공 91의 동안정성 해석 및 미계수 추출", 94 한국자동제어학술회의 논문집 pp1003-1012, 1994.
- [5] 오현식, 황명신, 이정훈, "항공기의 동안정 미계수 추정에 관한 연구", 95 한국자동제어학술회의 논문집 pp 855-858
- [6] 항공우주연구소, "쌍발 복합재료 항공기 개발(I)" .과학기술처 특정연구 개발사업 1 차년도 보고서, 1994.4.