

유전 알고리즘을 이용한 자기동조 제어기

A self tuning controller using genetic algorithms

°조 원 철*, 김 병 문*, 이 평 기**

*경상북도립 예천전문대학 전자과(Tel : +82-584-655-2308; FAX : +82-584-655-2310)

**위덕대학교 제어계측공학과(Tel : +82-561-670-1108; FAX : +82-561-670-1129)

Abstract : This paper presents the design method of controller which is combined Genetic Algorithms with the Generalized minimum variance self tuning controller. It is shown that the controllers adapts to changes in the system parameters with time delays and noises. The self tuning effect is achieved through the recursive least square algorithm at the parameter estimation stage and also through the Robbins-Monro algorithm at the stage of optimizing a polynomial parameters. The computer simulation results are presented to illustrate the procedure and to show the performance of the control system.

Keywords : Generalized minimum variance control, Weighting polynomial, Robbins-Monro algorithm, Genetic algorithm

1. 서론

적용제어에 관한 연구는 크게 자기동조제어(self tuning control)와 기준모델 적용제어(model reference adaptive control)가 있다. 파라미터를 모르거나 제어환경이 변하는 경우에 제어기의 파라미터를 온라인으로 자동조정하는 자기동조 제어기가 다른 방식의 제어기에 비하여 효과적이다. Åström 등[1]이 처음 제안한 자기동조 제어에는 확률적 환경에서 출력의 분산을 최소로 하는 최소분산(minimum variance)[2]제어가 있으며, 이는 비최소위상 시스템에 적합한 일반화 최소분산(generalized minimum variance)제어로 발전하였다.[3] 이러한 제어기는 현대 제어이론에 의존하며 성능지수와 관련된 하중함수의 선택을 포함한다. 엔지니어가 성능지수의 하중다항식을 선택하는 것은 쉽지 않다. 시스템의 성능은 항상 정성적인 향으로 표현되며 원하는 성능을 얻기 위해 어떻게 다항식을 선택하여야 하는 가는 명백하지 않다.

적절한 하중다항식 $P(z^{-1})$ 와 $Q(z^{-1})$ 를 선택하기 위해 시행착오 방법을 사용하였으며 Allidina등[4]은 극배치(pole placement) 방법을 이용하였다. 전자는 원하는 응답 특성을 얻을 때까지 하중다항식 계수들을 증가시키는 방법으로 최적의 값을 선택하는 것이 어렵고 시간이 걸린다. 후자는 페루프 극점들을 보다 나은 응답 특성을 얻을 수 있는 지점에 고정시키는 방법인데 플랜트가 변하는 경우에는 원하는 응답 특성을 얻기가 쉽지 않다. 극배치 방법 대신에 Lim등[5]은 극제한(pole restriction)방법을 제안하였다. 이 방법은 페루프 극점들을 한 지점에 고정시키는 것이 아니라 오버버슈트, 설정시간 등 공학적 설계서에 의해 결정되는 영역 안에 제한시키는 것이다.[6] 그러나 시스템의 차수가 클 경우 극배치방법은 Routh-Hurwitz판별법을 풀기가 쉽지 않다.

파라미터를 최적화 하는 방법은 매우 많으나 많은 파라미터에 대한 전역적인 해(global solution)를 찾기는 어렵고 또한 비선형, 불연속성, 미분 가능성 등의 제약조건이 뒤따른다. 유전

알고리즘(genetic algorithms)은 이러한 제약조건에 상관없이 다른 최적화 알고리즘보다 더 전역적인 해를 찾을 수 있는 최적화 알고리즘이다[7].

본 논문에서는 유전알고리즘을 이용하여 잡음과 시간지연이 있으며 시스템의 파라미터가 변하는 시스템에 적용할 수 있는 자기동조 제어기의 하중다항식의 계수를 얻는 방법을 제안한다. 제안한 방법은 하중다항식과 제어기계수의 초기치를 설정하는데 제약점이 없으며 최소위상시스템뿐만 아니라 비최소위상 시스템에도 잘 동작한다. 제안한 방법을 시간지연이 있고 비최소위상 시스템의 예제에 적용하여 제어성능을 확인한다.

2. 일반화 최소분산 자기동조 제어

제어할 단일 입출력 시스템을

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d-1}B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})\xi(t) \quad (1)$$

과 같은 모형으로 가정한다. 여기서 $y(t)$ 는 출력, $u(t)$ 는 제어입력, $\xi(t)$ 는 백색잡음, d 는 프로세스의 지연시간, t 는 이산시간을 의미한다. $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ 와 $C(z^{-1})$ 는

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m}, \quad b_0 \neq 0 \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_lz^{-l} \end{aligned} \quad (2)$$

와 같다. $A(z^{-1})$ 와 $C(z^{-1})$ 의 모든 근은 단위원 내에 존재한다고 가정하며, 앞으로는 표기를 단순화하기 위해 다항식과 전달함수에서 z^{-1} 의 표현을 빼기로 한다.

일반화 최소분산 자기동조 제어기는 보조출력

$$\psi(t) = Py(t) + Qu(t-d-1) - Ry_v(t-d-1) \quad (3)$$

의 분산이 최소가 되도록 설계하는 것이다. 여기서 $y_r(t)$ 는 기준입력, P , Q 와 R 은 하중 유리식이며

$$P = P_n/P_d, \quad Q = Q_n/Q_d, \quad R = R_n/R_d \quad (4)$$

의 전달함수로 나타낸다. (3)의 보조출력 분산을 최소화하는 제어 법칙은

$$u(t) = \frac{CRy_r(t) - (F/P_d)y(t)}{EB + CQ} \quad (5)$$

이다[12]. 여기서 E 와 F 를 얻기 위하여

$$CP_n/AP_d = E + z^{-d-1}(F/AP_d) \quad (6)$$

의 diophantine 방정식을 이용한다.

만약, 시스템의 파라미터 A , B 와 C 를 안다면 E 와 F 는 (6)에서 구하고 이를 (5)의 제어법칙에 대입하면 제어 입력을 얻을 수 있다. 그러나 시스템의 파라미터를 모르는 경우에는 제어기에 사용되는 파라미터를 직접 추정해야 한다. 이 파라미터를 추정하기 위해 보조출력 $\psi(t+d+1)$ 을 예측해야 하며 $Qu(t)$ 와 $Ry_r(t)$ 는 알고 있으므로, 보조출력 $\psi(t+d+1)$ 을 예측하는 문제는 t 까지의 입력력 데이터가 주어졌을 때

$$\psi_y(t+d+1) = Py(t+d+1) \quad (7)$$

을 예측하는 문제이다. 그리고 $\psi_y(t+d+1)$ 은 (1)과 (6)으로부터

$$\begin{aligned} \psi_y(t+d+1) = & (F/CP_d)y(t) + (EB/C)u(t) \\ & + E\xi(t+d+1) \end{aligned} \quad (8)$$

을 구할 수 있으며, 만약 $G = EB$ 로 놓으면 (8)은

$$\psi_y(t+d+1) = (F/C)y_r(t) + (G/C)u(t) + \varepsilon(t+d+1) \quad (9)$$

이다. 여기서 $y_r(t) = (1/P_d)y(t)$, $\varepsilon(t+d+1) = E\xi(t+d+1)$ 이고 F 와 G 는 z^{-1} 로 표시되는 다항식이며 그 차수는 각각

$$L = n + \deg P_d - 1 \quad (10)$$

$$J = m + d \quad (11)$$

이다. 또한, (9)는 입출력 데이터의 선형식으로서 시스템의 파라미터 F 와 G 를 표준 최소자승법으로 추정하면 추정치 \hat{F} 과 \hat{G} 을 얻을 수 있다. 따라서, 추정치 \hat{F} 과 \hat{G} 을 (5)에 대입하여 일반화 최소분산 자기동조 제어기의 제어법칙

$$u(t) = \frac{\hat{C}Ry_r(t) - \hat{F}y_r(t)}{\hat{G} + Q} \quad (12)$$

를 얻을 수 있다.

3. 제어기설계

3.1 자기동조 제어기

(12)의 제어법칙은

$$(\hat{G} + Q)u(t) = -\hat{F}y_r(t) + \hat{C}Ry_r(t) \quad (13)$$

로 표현할 수 있고 다항식 R 은 설계시 임의로 선택할 수 있으며 출력 $y(t)$ 와 기준입력 $y_r(t)$ 가 정상상태에서 일치하도록 $\hat{C}R$ 을 \hat{H} 으로 선정하면

$$\hat{H} = [F/P_d]_{z=1} = \sum_{i=0}^L \hat{f}_i \quad (14)$$

이다. 여기서 \hat{f}_i 는 다항식 \hat{F} 의 계수이며 P_d 는 임의로 선택할 수 있는 다항식이다. 다항식 Q 는 다항식 R 과 마찬가지로 설계자가 임의로 지정할 수 있으며 자기동조 제어법칙에 적분동작이 들어 가도록

$$\hat{G} + Q = (1 - z^{-1})/Q^* \quad (15)$$

로 선택한다. 여기서 Q^* 는 $\deg B - 1$ 의 차수를 갖는 다항식으로 서 제어기를 동조시키는 데 편리한 수단을 제공해 준다.

하중 유리식 $P(=P_n/P_d)$ 는 제어기 파라미터에 영향을 주는 요소로 기준입력의 변화에 대해 폐루프의 응답 특성을 좋게 하기 위하여 사용된다. P_d 와 P_n 의 계수를 부적절하게 선택하면 오버슈트가 커지거나 진동이 일어날 수 있으므로 이들 요소의 적절한 선택이 필요하다.

본 연구에서는 시스템의 발산을 방지하고 정상상태 오차를 제거하기 위해 다항식 P_d 는

$$P_d = \frac{1 + z^{-1}P_{d1}}{1 + P_{d0}} \quad (16)$$

로 선택한다. 이 값들을 결정하는 알고리즘에 대하여는 뒤에 기술한다.

이제 제어기의 출력은 (14)와 (15)를 (13)에 대입하면

$$\Delta u(t) = Q^*[\hat{H}y_r(t) - \hat{F}y_r(t)] \quad (17)$$

이다. \hat{H} 은

$$\hat{H} = [\hat{f}_0 + \hat{f}_1 + \dots + \hat{f}_L] \quad (18)$$

으로 선택한다. Robbins-Monro 알고리즘을 이용하여 다항식 Q^* 의 값을 자동 조정하고자 한다.

자기동조 최소분산 제어기는 보조출력의 분산 즉

$$J = \mathcal{E}[(\psi_y^*, y_r)] \quad (19)$$

를 최소가 되도록 제어 입력을 결정하는 방법이며, 여기서

$$l(\psi_y^*, y_r) = \frac{1}{2} [(Py_r(t+d+1) - \psi_y^*(t+d+1))^2] \quad (20)$$

이고 $\psi_y^*(t+d+1)$ 은 보조출력 $\psi_y(t+d+1)$ 의 예측치이다. (19)를 최소로 하는 Q^* 의 값은

$$\frac{\partial J}{\partial Q^*} = \mathcal{E} \left[\frac{\partial l(\psi_y^*, y_r)}{\partial Q^*} \right] = 0 \quad (21)$$

의 해와 같으며, 확률근사법(stochastic approximation)의 하나인 Robbins-Monro 알고리즘[8]을 이용하여 구한다.

Robbins-Monro 알고리즘은

$$\mathcal{E}[Q(\theta, e(t))] = 0 \quad (22)$$

의 해 θ 를 얻고자 하는 것이며, 여기서 $\{e(t)\}$ 는 확률변수의 수열이다. $Q(\theta, e(t))$ 가 시변함수인 경우 Robbins-Monro 알고리즘은

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \mu Q(\hat{\theta}(t-1), e(t)) \quad (23)$$

와 같이 표현되며 μ 는 양의 상수 ($0 < \mu < 1$)이다. 그러므로 (21)로부터 다항식 Q^* 를 구하는 순환식은

$$Q^*(t) = Q^*(t-1) + \mu \left\{ \frac{-\partial l(\psi_y^*, y_r)}{\partial Q^*} \right\} \quad (24)$$

과 같이 얻을 수 있다.

한편 $\partial l(\psi_y^*, y_r) / \partial Q^*$ 은 Chain rule을 이용하여 구하면

$$\frac{\partial J(\psi_y^*, y_r)}{\partial \nu} = \varepsilon \left[\frac{\partial l(\psi_y^*, y_r)}{\partial \psi_y^*(t+d+1)} \frac{\partial \psi_y^*(t+d+1)}{\partial u(t)} \frac{\partial u(t)}{\partial Q^*} \right] \quad (25)$$

과 같고 여기서

$$\frac{\partial l(\psi_y^*, y_r)}{\partial \psi_y^*(t+d+1)} = -\{Py_r(t+d+1) - \psi_y^*(t+d+1)\} \quad (26)$$

이고, (9)의 추정 식으로부터

$$\frac{\partial \psi_y^*(t+d+1)}{\partial u(t)} = \hat{g}_0 \quad (27)$$

과 같이 얻을 수 있다. 여기서 \hat{g}_0 은 \hat{G} 의 0차항의 계수이다. 또한, 시간 t 에서 추정된 H 와 F 를 각각 \hat{H}_t 와 \hat{F}_t 로 두고 (17)을 다시 쓰면

$$(1-z^{-1})u(t) = Q^* [\hat{H}_t y_r(k) - \hat{F}_t y_f(k)] \quad (28)$$

이므로 $\partial u(t)/\partial Q^*$ 는

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(t)}{\partial Q^*} &= \frac{1}{1-z^{-1}} [\hat{H}_t y_r(k) - \hat{F}_t y_f(k)] \\ &= \sum_{k=1}^t [\hat{H}_k y_r(k) - \hat{F}_k y_f(k)] \end{aligned} \quad (29)$$

이다. 따라서, 이 성능지수 J 를 최소로 하는 다항식 Q^* 는 (24)로부터

$$Q^*(t) = Q^*(t-1) + \mu [Py_r(t+d+1) - (\psi_y(t+d+1) \hat{g}_0 \sum_{k=1}^t [\hat{H}_k y_r(k) - \hat{F}_k y_f(k)])] \quad (30)$$

와 같이 구할 수 있다.

이렇게 구한 다항식 Q^* 를 (17)에 대입하여 제어 입력을 얻는다.

3.2 유전알고리즘

유전알고리즘은 1970년대 John Holland에 의해 연구가 시작된 것으로서 자연계의 자연선택설을 기반으로 하는 최적화 알고리즘이다[7,9]. 그리고 재생산(reproduction), 교배(crossover), 돌연변이(mutation)와 같은 연산자로서 알고리즘이 수행되는데 여러 가지의 해를 동시에 코딩한 해집단을 이용하고, 미분가능, 연속성 등의 수학적 정보가 필요 없으며 확률적인 과정으로 알고리즘이 수행되는 등 다른 최적화 알고리즘과는 다른 점이 많다[7]. 그림 1은 유전알고리즘의 진화과정이고 유전알고리즘의 수행과정은 다음과 같다.

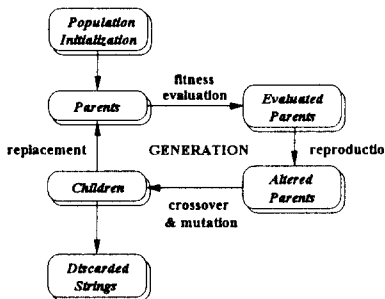


그림 1. 유전알고리즘의 진화 과정

Fig. 1. Evolutional procedure of Genetic Algorithm

단계 1. 최적화 문제의 파라미터들을 2진 스트링으로 코딩한다.

단계 2. 단계 1에서 얻은 스트링을 이용하여 임의의 초기 집단을 구성한다.

단계 3. 집단의 각 스트링에 대한 적합도를 계산한다.

단계 4. 사용자의 요구 조건이 만족되면 중단한다.

단계 5. 스트링의 적합도에 따라 진화시킴으로써 새로운 집단을 구성한다.

단계 6. 단계 3이하의 과정을 반복한다

유전 알고리즘의 적합도 값을 결정하는 목적함수는 다음과 같다.

$$f = \frac{K}{1 + \sum_{i=1}^K e(i)} + \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^1 ce(i)} \quad (31)$$

여기서 e 는 오차, ce 는 오차의 변화이고 K 는 상수값이다. 이 유전 알고리즘을 이용한 자기동조 제어 시스템의 블록 도는 그림 2에 보였다.

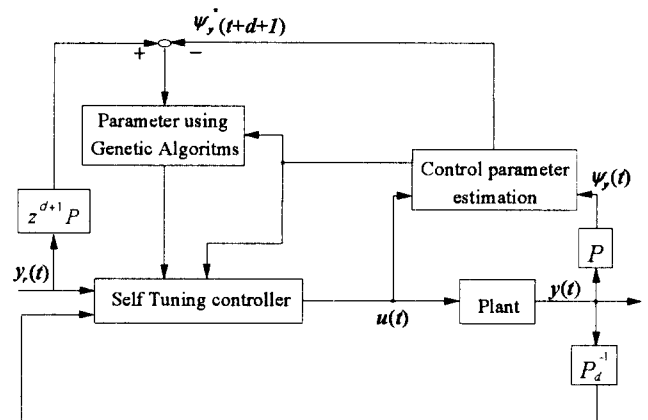


그림 2 유전 알고리즘을 이용한 자기동조 제어기의 구조도

Fig. 2 Structure of a self tuning controller using genetic algorithms.

4. 시뮬레이션 결과와 검토

제안한 알고리즘의 성능을 확인하기 위하여 다음과 같이 시간 지연이 있고 잡음이 존재하는 비최소위상 시스템에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션하여 제어기의 성능을 검토하고자 한다.

예제 1: 시간 지연이 있고 잡음이 존재하는 비최소위상 이산시간 시스템

$$y(t) = \frac{z^{-2}(0.16 + 0.8608z^{-1} + 0.12552z^{-2})}{1 - 0.7z^{-1} + 0.38z^{-2}} u(t) + \frac{1 - 0.25z^{-1}}{1 - 0.7z^{-1} + 0.38z^{-2}} \xi(t)$$

가 되며 300스텝 이후에는 영점이 변하여 시스템이

$$y(t) = \frac{z^{-2}(0.45 + 0.23z^{-1} + 0.22552z^{-2})}{1 - 0.7z^{-1} + 0.38z^{-2}} u(t) + \frac{1 - 0.25z^{-1}}{1 - 0.7z^{-1} + 0.38z^{-2}} \xi(t)$$

와 같이 움직인다고 가정하였다. $\xi(t)$ 는 평균이 0이고 분산이 0.1

인 가우스 백색잡음이며, 기준입력은 1과 -1의 계단함수로 700스텝까지 수행하였다. 제어기에 사용하는 파라미터의 초기치 $\theta(0)$ 은 0으로 하였으며, 다항식의 초기치 $Q^*(0)$ 역시 0으로 하였다. μ 의 값은 0.001로 정하였다. 시뮬레이션에 사용된 GA의 파라미터들은 집단의 크기가 50, 스트링의 길이는 50, 교배율은 0.6이고 돌연변이율은 0.001, 진화기간은 50세대로 하였다. 진화 결과 결정된 파라미터 값은 P_d 의 1차 계수가 -0.5969이고 P_n 의 1차 계수는 0.5061이다. 그리고 Q^* 의 0차 계수는 0.0596이고 Q^* 의 1차 계수는 0.005이다. 이 환경에서의 시뮬레이션 결과는 그림 3에 보였다.

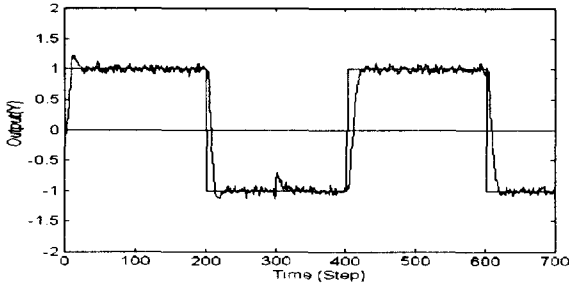


그림 3-a. 시스템 출력 $y(t)$
Fig. 3-a. System output, $y(t)$.

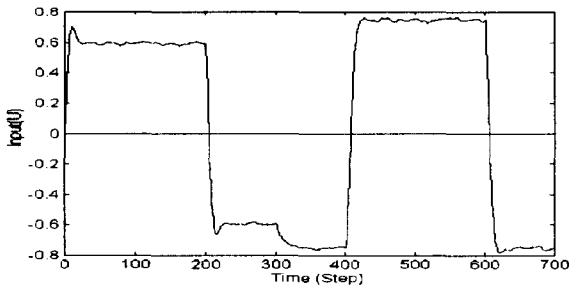


그림 3-b. 제어입력 $u(t)$
Fig. 3-b. Control input, $u(t)$

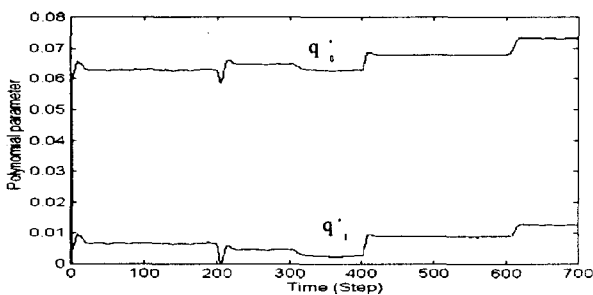


그림 3-c. 다항식계수 Q^*
Fig. 3-c. Polynomial parameter, Q^* .

그림 3은 구형과에 적용한 시뮬레이션 결과로 시스템의 출력은 기준입력이 변하는 경우에도 기준입력을 추종하였다. 다항식 계수는 시스템의 변화에 적응하여 수렴함을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 유전알고리즘을 잡음이 존재하는 비최소위상 시스템에 대해서 일반화 자기동조 제어기의 하중다항식의 계수를 얻는 방법을 제안하였다. 먼저 유전알고리즘으로 자기동조 제어기의 하중다항식의 계수를 얻은 다음 Robbins-Monro 알고리즘으로 제어기의 하중다항식의 계수를 최적화하였다. 이 방법은 시간 지연이 있는 최소위상이나 비최소위상 시스템에 적용 가능하며 시뮬레이션을 통해 이를 확인하였다.

6. 참고문헌

- [1] K. J. Åström, and B. Wittenmark, "On self-tuning regulators," *Automatica*, vol. 9, No.2, pp. 185-199, 1973.
- [2] D. W. Clarke, and P. Gawthrop, "A self-tuning controller," *Proc. IEE*, vol. 122, No. 9, pp. 929-934, 1975.
- [3] V. V. Chalam, *Adaptive Control Systems Techniques and Applications*, Marcel Dekker, Inc., 1987.
- [4] A. Y. Allidina, and F. M. Hughes, "Generalized self-tuning controller with pole assignment," *IEE Proc. D, Control Theory & Appl.*, vol. 127, (1), pp. 13-18, 1980.
- [5] C. C. Lim, C. C. Hang, and K. Y. Leong, "Adaptation of cost function parameters for an explicit self-tuner," *Control-Theory and Adv. Tech.*, vol. 2, (4), pp. 577-591, 1986.
- [6] C. C. Hang, K. W. Lim, and W. K. Ho, "Generalised minimum-variance stochastic self-tuning controller with pole restriction," *Proc. IEE*, vol. 138, (1), pp. 25-32, 1991.
- [7] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison Wesley, 1989.
- [8] G. C. Goodwin and K. S. Sin, *Adaptive Filtering, Prediction and Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
- [9] L. Davis, *Handbook of Genetic Algorithms*, Von Nostrand Reinhold, New York, 1991.