

## 연속 냉간 압연기의 다변수 $H_\infty$ 외란제거 제어

### Multivariable $H_\infty$ Disturbance Rejection control for Tandem Cold Mills

° 김승수\*, 김종식\*\*

\* 부산대학교 기계기술 연구소(Tel : 051-510-3077)

\*\* 부산대학교 기계공학부(Tel : 051-510-2317; E-mail : jskim@hyowon.pusan.ac.kr)

**Abstracts** A  $H_\infty$  control techniques with roll eccentricity filter is proposed to alleviate the effect of entry thickness variation and roll eccentricity occurred in rolling stand itself of tandem cold mills. A robust controller to the disturbances is designed using  $H_\infty$  control techniques, which can reflect the input direction of disturbances and knowledge of disturbance spectrum in the frequency domain. And, non-standard  $H_\infty$  control problem caused by selection of weight function having poles on  $j\omega$  axis is discussed. The evaluation for the resultant controller composed by  $H_\infty$  synthesis is done through computer simulations. The effectiveness of the proposed method is compared to those of the conventional LQ synthesis method and a feedforward controller against roll eccentricity, which was already studied.

**Keywords** Non-Standard  $H_\infty$  Control, Pseudo Stabilizing Solution, Robust Control, Multivariable Rolling Mills, Roll Eccentricity Filtering

#### 1. 서론

연속 냉간 제어시스템은 다양한 외란에 대하여 스텐드 간 판장력을 적정수준으로 유지하면서 미리 지정된 판두께에 대한 오차를 가능한 한 작게 하고자 하는 것이다. 이때 장력과 판두께를 교란시키는 주된 외란요소로는 열간 압연모드 또는/그리고 전방 스텨드들에서의 출측두께 불균일성 및 용접 이음부 등을 포함한 일측 판두께 변동과 백업률의 비원통형상 및 축과의 중심불일치로 인한 롤편심 등을 들 수 있다.

기존의 대부분의 연속 냉간 압연현장에서는 출측두께는 롤갭으로, 장력은 롤속도로 각각 분리하여 단일 입출력 형태로 제어하고 있다. 그러나 실제의 냉간 압연기는 판두께와 장력이 강한 연성을 갖기 때문에 이들의 통합제어가 자연스러우며, 보다 나은 시스템 성능을 기대할 수 있다. 그리고 1970년대 이후 압연 판재의 두께 허용공차가 매우 엄격해짐에 따라 관심이 높아진 롤편심에 대한 연구는 주로 롤편심 추정을 이용한 출측두께 추정오차의 보정 및 피드포워드 롤편심 제어, 그리고 최근에는 반복제어(repetitive control) 기법 등의 적용사례를 볼 수 있다. 그러나 압연 시스템에 대한 반복 제어기법은 아주 단순화된 단일 입출력 압연모델을 대상으로 하였고, 롤편심이 열간 압연기 또는/그리고 연속 냉간압연기의 전위 스텨드의 롤에서 기인된, 당 압연스텐드 축면에서는 일측 소재의 두께변동으로 고려된 경우로서, 이는 제어대상 압연스텐드 자체의 롤편심과는 다른 문제이다.

본 연구에서는 실공정 데이터를 근거로 한 다변수 냉간 압연 모델에 대하여 입측두께 변동뿐만 아니라 당 압연스텐드 자체에서 야기되는 롤편심 모두를 외란입력으로 고려한다. 우선 출력측으로 반영되는 롤편심 신호성분의 추정을 통해 게이지미터 두께 추정오차를 보정하며, 이는 출측두께 측정의 본질적인 공정 시간 지연 문제를 해결한다. 그리고 압연 플랜트의 실제 외란들의 입력 방법 및 주파수 특성을 효과적으로 반영할 수 있는  $H_\infty$  외란억압다변수 제어기를 설계한다. 한편 기준입력 또는 외란의 주파수 성분을 알고 있는 경우 정상오차가 없고 파라미터 변동에 강인한 제어계를 설계하고자 할 때 일반적으로 널리 알려진 내부 모델 원리(internal model principal)을 이용한다. 본 논문에서는 이 내부 모델 원리를  $H_\infty$  제어에 적용하기 위한 조건 및 설계방법을

해석적으로 제시한다. 그리고 압연 플랜트에 대해 제안한 설계방법과 앞서 연구된 LQ 제어 및 추정된 롤편심 신호를  $H_\infty$  이용한 피드포워드 보상방법에 의한 결과들을 시뮬레이션을 통해 비교 검토하고, 그 유용성을 확인한다.

#### 2. 다변수 냉간 압연모델

압연 판두께 제어공정은 Fig. 1에 표시된 바와 같이 압연스텐드 사이를 통과하는 판재의 두께를 정한 기준값에 대해 가능한 한 오차가 작도록 롤갭과 롤속도 등의 제어입력을 적절히 조절하는 것이다.

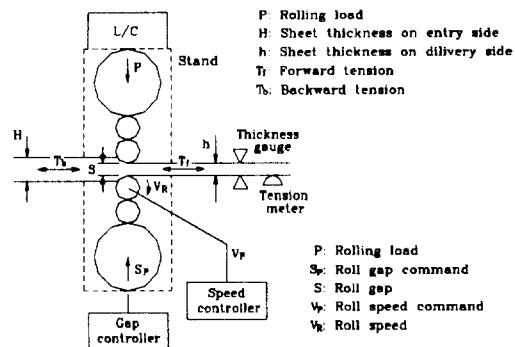


Fig. 1 Rolling process of a mill stand

연속 냉간 압연시스템의 모델링<sup>[4]</sup>을 위해서는, 우선 정해진 압연 생산계획, 즉 압연될 모재의 판두께와 판폭, 최종 스텨드에서 요구되는 출측 판두께와 판속도에 대해 각 스텨드의 압하율을 결정하고, 이에 따라 각 압연스텐드의 압연인자들에 대한 작동점(롤속도, 롤갭, 압연하중, 스텨드간 장력 등의 set-up 초기조건)이 적절하게 선정되어야 한다. 그리고 압연시스템에 대한 선형모델을 얻기 위해서 압연 공정에 관한 비선형식인 압연하중식 및 선진을 계산식에서 관련인자들의 미소변동에 의한 영향계수들의 연산이 요구된다.

그리고 선진을식과 압연 하중식을 포함한 압연이론에 관한 기본식들을 종합하면 연속 냉간 압연공정을 다음과 같은 상태공간 모델로 표현할 수 있다.

$$\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) + E_i w_i(t) \quad (1)$$

$$y_i(t) = C_i x_i(t) + F_i w_i(t) \quad (2)$$

여기서,  $i$ 는 스텐드의 번호를 의미하며,  $A_i, B_i, C_i, E_i, F_i$ 는 각 요소들의 관계식들로부터 유도되는 시스템 행렬이다. 그리고 암연 플랜트의 상태 벡터  $x_i$ , 제어입력벡터  $u_i$  및 외란입력벡터  $w_i$ , 그리고 주요 제어변수인 출력벡터  $y_i$ 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_i &= [\Delta S_i \ \Delta P_i \ \Delta V_{Ri} \ \Delta T_{bi}]^T, \quad u_i = [\Delta S_{pi} \ \Delta V_{pi}]^T, \\ y_i &= [\Delta h_i \ \Delta T_{bi}]^T, \quad w_i = [\Delta H_i \ e_i]^T \end{aligned}$$

출력 방정식 (2)에 표시된 바와 같이 추정 불가능한 를편심  $e$ 는 주요 제어변수인 출축두께변동  $\Delta h$ 에 직접 외란항으로 작용한다. 그리고 출축두께 센서는 롤 바이트(roll bite)에서 적당거리 떨어진 위치에 설치되기 때문에 이의 직접 추정시 출축두께 신호의 공정 수송 지연(process transporation lag)을 피할 수 없게 된다. 이와 같이 냉간 암연 제어시스템에서 당 암연스탠드 자체의 를편심이 외란 입력으로 고려되는 경우, 흔히 시간지연 문제를 해결하기 위해 이용되는 Smith 예측기의 적용을 근본적으로 어렵게 한다.

### 3. 를편심을 고려한 게이지미터(gaugemeter) 두께추정

#### 3.1 를편심 효과

게이지미터 출축두께 추정기법은 를하중과 를캡의 측정양으로부터 동시에 출축 판두께를 추정하는 것으로서, 이는 출축두께의 직접 추정시 본질적인 공정 수송지연을 피할 수 있으나, 일반적으로 중대한 를편심이 존재하는 경우 심각한 추정오차를 야기하게 된다. 우선 게이지미터 출축 판두께식<sup>[4]</sup>으로부터 추정 불가능한 를편심을 무시하면 다음과 같은 출축 두께변동의 추정치  $\hat{\Delta}h_s$ 를 얻을 수 있다.

$$\hat{\Delta}h_s = \frac{1}{M} \Delta P + \Delta S \quad (3)$$

만일  $\hat{\Delta}h_s$ 를 이용한 고-게인(high-gain) 피드백 제어시스템을 구성하면 를편심 이외의 외란효과는 줄일 수 있다. 그러나 를편심 효과는 암연하중의 증감과는 독립적으로 실제적인 작업률의 간격도 변화시킨다. 이 경우 를편심은 실제적인 출축두께에 측정잡음의 효과를 주게 된다. 따라서 를편심이 배제된 출축두께의 추정신호  $\hat{\Delta}h_s$ 를 이용한 고-게인 피드백은 오히려 를편심의 악영향을 증폭시키게 된다.

#### 3.2 를편심 신호추정 및 출축두께 오차의 보상

전형적인 게이지미터 기법과 관련하여 출축 두께의 추정오차를 해결하는 방법을 이용하기로 한다.<sup>[4]</sup> 를하중과 를캡 그리고 출축두께 등의 다른 측정신호들을 이용하여 우선 측정불가능한 를편심 신호를 추정한다. 를편심 추정을 위한 신호  $\hat{e}^*$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\hat{e}^* = \Delta h - \frac{1}{M} \Delta P - \Delta S \quad (4)$$

실제 측정되는 출축두께 변동량  $\Delta h_m(t)$ 의 시간지연  $\tau_d$ 를 고려하면, 시간  $(t - \tau_d)$ 에서의 를편심 추정신호  $\hat{e}^*(t - \tau_d)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{e}^*(t - \tau_d) = \Delta h_m(t) - \frac{1}{M} \Delta P(t - \tau_d) - \Delta S(t - \tau_d) \quad (5)$$

여기서,  $\Delta P$ 와  $\Delta S$ 의 과거 신호들은 저장되어 있다고 가정한다. 이 때 를편심의 주기  $\tau$ 를 알고, 또한 일반적으로  $\tau > \tau_d$ 이면 다음과 같은 주기성을 이용하여 현재시간의 를편심 신호를 추정할 수 있다.

$$\hat{e}(t) = \hat{e}(t - \tau) \quad (6)$$

그러나 식 (4)에서 염이지는 실제의 전체 를편심 신호는 일반적으로 식 (7)과 같은 여러 개의 주기를 가지는 조화성분들과 측정잡음  $n(t)$ 의 합으로 표현되므로, 식 (6)을 이용하기 위해서는  $\hat{e}^*$ 에서

서로 다른 주기를 가지는 를편심 성분들  $e_i$ 를 각각 분리하여 추정해야 할 필요가 있다.

$$\hat{e}^* = \sum_{i=0}^n e_i + n = \sum_{i=1}^n G_i \sin(\omega_i t + \phi_i) + n(t) \quad (7)$$

위의 각 조화성분에서 주파수  $\omega_i$ 를 제외한 크기  $G_i$ 와 위상  $\phi_i$ 는 알 수 없으며, 비정상적(non-stationary)이다.

이와 같은 를편심 신호의 추정을 위한 최적 필터로서 Riccati 방정식의 해에 의존하지 않고 선정할 수 있는 시불변 필터개인<sup>[4]</sup>을 사용하기로 한다.

식 (7)의 각 를편심 성분에 대한 필터회로를 구성하고, 각각의 주기에 대응한 필터 출력신호들에 대해 식 (6)을 이용하면, 다음과 같이 전체 를편심  $\hat{e}(t)$  및 를편심이 보상된 출축 두께변동  $\hat{\Delta}h(t)$ 를 추정할 수 있다.

$$\hat{e}(t) = \sum_{i=1}^n \hat{e}_i(t - \tau_i) \quad (8)$$

$$\hat{\Delta}h(t) = \frac{1}{M} \Delta P(t) + \Delta S(t) + \hat{e}(t) \quad (9)$$

### 4. $H_\infty$ 외란제거 제어

본 절에서는 앞절에서 언급한 를편심이 보상된 출축 두께변동의 추정을 가정하여 냉간 암연시스템의 강인한 외란제거  $H_\infty$  제어기 설계를 위해 Fig. 2 와 같은 피드백 제어시스템을 제안한다.

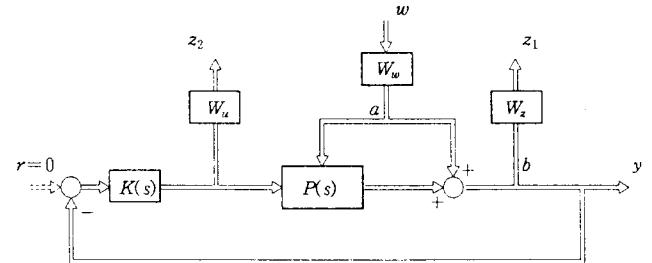


Fig. 2 Generalized plant with controller

외란제거 제어목적은  $a$ 점을 통해 들어가는 실외란의 영향이  $b$ 점에 가능한 한 나타나지 않도록 제어기  $K(s)$ 를 설계하는 것이다. 여기서 무게함수  $W_u \in RH_\infty$ 는 외란입력의 스펙트럼, 특히 를편심의 일정 주기의 조화신호가 고려되고, 강인-안정성 또는 제어입력의 적절한 제한을 위해  $W_u \in RH_\infty$ 를 가정한다. 그리고 저주파 입력에 대한 외란제거 성능을 고려하여 출력채널에 적당한 무게함수  $W_z \in RH_\infty$ 를 포함하기로 한다. 여기서, 일반화된 제어시스템의 플랜트 모델  $G(s)$ 를 다음과 같이 정의하고, 시스템 행렬  $A, B_1, \dots, D_{22}$  등의 표시는 지면관계상 생략한다.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

이때 무게함수  $W_u, W_z$ 가 허수축 상에 극점을 가지면, 이는 표준  $H_\infty$  제어문제<sup>[1]</sup>에서 안정화 제어기가 보장되기 위한 필요조건인 일반화된 플랜트의 가안정성 또는/그리고 가검출성이 만족되지 않는다.

#### 4. 1 표준 $H_\infty$ 제어 문제

일반적으로 제어시스템 설계시 정상상태 편차가 있고 파라미터 변동에 강인한 제어시스템을 설계할 필요가 있다. 이 경우 무게함수에 허축상의 극점을 포함시킨  $H_\infty$  문제로 정식화 될 수 있다. 그러나 이 경우에는 표준  $H_\infty$  제어문제의 가정을 충족시킬 수 없다. 여

기서 비표준  $H_\infty$  제어문제란 허축상의 극점을 갖는 무게함수를 허용할 수 있는  $H_\infty$  제어 문제를 의미한다.

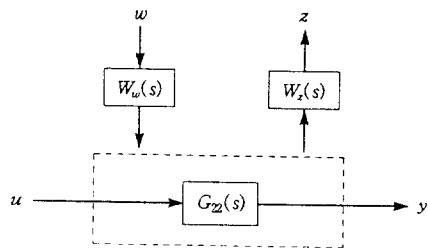


Fig. 3 Weightings  $W_w$  or  $W_z$  having poles on  $jw$  axis

Fig. 3은  $w$  혹은  $z$ 에 직접 결합된 무게함수  $W_w(s)$ ,  $W_z(s)$ 의 어느쪽인가에 허축상의 극점을 갖는 일반화된 플랜트를 고려한 것이다. 허축상의 극점을 갖는  $W_w$  또는  $W_z$ 에 대해서 우선,  $G_{zw} \in RH_\infty$ 를 만족하기 위해서는  $W_w$ 와  $W_z$ 의 허수축 모드  $A_w$  및  $A_z$ 는  $G_{zw}$ 의 영점에서 상쇄되어 각각  $z$ 로부터 불가관측, 그리고  $w$ 로부터 불가제어가 되어야만 한다. 그러므로 설계하려고 하는 제어기  $K(s)$ 와는 별도로  $G_{zw} \in RH_\infty$ 가 가능하기 위한 일반화된 플랜트 조건을 수식으로 표현하면 다음과 같다. 여기서는 외부입력에 대한 무게함수  $W_w$ 에 허수축 모드가 있을 경우만 언급하고,  $W_z$ 의 경우는 전자의 경우와 듀얼(dual)형태이다.

**정리<sup>[3]</sup>:**  $W_w$ 에 허수축상의 모드  $A_w$ 가 있을 경우  $G_{zw} \in RH_\infty$  가 되기 위해서는

$$1. (A - B_2 D_{12}^+ C_1) V = VA_w, \quad D_{12}^+ C_1 V = 0 \quad (11)$$

를 충족시키는 열 플랭크  $V$ 가 존재해야 한다.

$$2. A_w \text{ 가 } (A, C_2) \text{의 가관측 모드라면 식 (11)과 함께}$$

$$C_2 V = 0 \quad (12)$$

위 정리에서 식 (11)은 앞서 언급한대로 불안정 모드  $A_w$ 가  $z$ 의 불가관측 모드가 되기 위한 조건이며, 이 조건 하에서도  $H_\infty$  제어문제를 풀 수는 있다. 그러나 무게함수를 포함한 일반화된 플랜트에서 불안정한 모드(허수축 모드 포함)의 상쇄가 있는 경우도(이 경우 어떠한 제어기로도 내부안정이 될 수 없다) 이 조건을 만족시킴으로서 식 (12)는 이러한 경우를 배제한 것이다. 즉,  $A_w$ 가 내부모델로서 제어기  $K(s)$ 에 나타나기 위한 충분조건이다.

위의 일반화된 플랜트에 대한 전제 조건하에서  $G_{zw}$ 의 안정성이외에  $G_{zw}$ 의 무한 노음(norm)을 1 미만으로 하는  $H_\infty$  제어문제의 해를 도출하는 방법은 다음과 같은 의사 안정화 해(pseudo-stabilizing solution)<sup>(2)</sup>의 개념을 이용한다.

#### 4.2 의사 안정화 해

우선 표준  $H_\infty$  제어문제와 관련된 Riccati 방정식의 실대칭해  $X$  및 안정화 해를 판정하는 행렬  $A_x$ 는 다음과 같다.

$$X(A - B_2 D_{12}^+ C_1) + (A - B_2 D_{12}^+ C_1)^T X + X(B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^{-1} B_2^T)X + (D_{12}^+ C_1)^T D_{12}^+ C_1 = 0 \quad (13)$$

$$A_x = A - B_2 D_{12}^+ C_1 + (B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^{-1} B_2^T)X \quad (14)$$

정의 : 의사 안정화 해

$$\operatorname{Re}\{\lambda_i(A_x)\} \leq 0, \quad \forall i \quad (15)$$

$$(A - B_2 D_{12}^+ C_1) V = VA_w, \quad D_{12}^+ C_1 V = 0 \quad (16)$$

을 충족시키는 열 플랭크  $V$ 에 대해  $XV = 0$ 이 성립하며, 동시에  $A_x$ 에서  $\lambda_i(A_x)$ 이외의 고유값은 안정이다. 이와 같은 조건을 만족시키는 Riccati 방정식 (13)의 해  $X$ 를 의사 안정

화 해라 하며, 이를 도출하는 방법은 다음과 같다.

식 (11)에서 얻어지는 기저  $V$ 를 불가관측 공간으로 분리하는 표준형(canonical form)를 만들어 이 공간에 대응하는  $X$ 의 성분을 0이라 놓고 구할 수 있다. 즉,  $T = (H, V)$ 를 정칙으로 하는 적당한 보조기저  $H$ 를 선택하면 식 (16)으로부터

$$A = T^{-1}(A - B_2 D_{12}^+ C_1)T = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ A_{12} & A_w \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\widehat{C}_1 = D_{12}^+ C_1 T = [\gamma_{11} \quad 0] \quad (18)$$

의 형식으로 변환할 수 있고,  $B_1$  및  $B_2$ 도 다음과 같이 적당한 형식으로 변환할 수 있다.

$$\widehat{B}_1 = T^{-1} B_1 = \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \end{bmatrix}, \quad \widehat{B}_2 = T^{-1} B_2 = \begin{bmatrix} B_{21} \\ B_{22} \end{bmatrix} \quad (19)$$

여기서,  $B_{12}$  및  $B_{22}$ 는 나중에 이용되지 않는 요소이다.

이때  $T^T$ ,  $T$ 를 각각 Riccati 방정식 (13)의 좌우에 곱하여 정리하면 다음과 같다.

$$\widehat{X} \widehat{A} + \widehat{A}^T \widehat{X} + \widehat{X} (\widehat{B}_1 \widehat{B}_1^T - \widehat{B}_2 E_{12}^{-1} \widehat{B}_2^T) \widehat{X} + \widehat{C}_1^T \widehat{C}_1 = 0 \quad (20)$$

여기서,  $\widehat{X} = T^T X T$ 이다. 따라서 구하려고 하는 안정화 해  $X$ 는 다음과 같이 된다.

$$X = (T^T)^{-1} \operatorname{diag}(X_1, 0) T^{-1} \quad (21)$$

여기서,  $X_1$ 은 식 (20)에서 식 (17) ~ 식 (19)에 의해 차원이 축소된 다음 Riccati 방정식의 안정화 해이다.

$$X_1 A_1 + A_1^T X_1 + X_1 (B_{11} B_{11}^T - B_{21} E_{12}^{-1} B_{21}^T) X_1 + \gamma_{11}^T \gamma_{11} = 0 \quad (22)$$

결론적으로  $H_\infty$  제어문제의 무게함수  $W_w$ 가 허수축상의 극점을 포함하는 경우 일반화된 플랜트 모델에서  $(A, B_2)$ 가 불안정, 그리고  $G_{12}(s)$ 의 허수축상의 영점모드가 되는 고유값  $\lambda_i(A_w)$ 가 존재하여 표준  $H_\infty$  제어문제의 해가 직접 사용될 수 없다. 이 경우 의사 안정화해의 성질과 함께 내부 모델 원리에 의해 다음의 순서로 보다 용이하게 이 문제를 해결할 수 있다.

1. 가정조건을 반영하는 시스템  $G(s)$ 를 구성한다.
2. 정리에 의한 가정하에서 설계된 제어기  $K(s)$ 는 실제 모드로서  $A_w$ 를 포함하게 되므로 미리  $\lambda_i(A_w)$ 를 극점으로 하고, 또 적당한 안정된 영점을 갖는 인자  $U(s)$ 에 의해  $K(s) = U(s) \tilde{K}(s)$  라 둔다. 여기서,  $\tilde{K}(s)$ 는 새로운 제어기이다. 이때  $G_{zw} = LFT\{G, UK\} = LFT\{G, \tilde{K}\}$ 을 만족시키는 변환된 일반화 플랜트  $\tilde{G}(s)$ 를 구할 수 있다.
3. 이때  $\tilde{G}(s)$ 는 표준  $H_\infty$  제어문제의 가정을 충족시키는 일반화된 플랜트가 되며, 이때  $\tilde{G}$ 로부터 도출되는 안정화 해와  $G$ 의 의사 안정화 해가 수치적으로 같게 된다.
4.  $\tilde{G}$ 에 대해 표준  $H_\infty$  제어문제의 주정리를 이용하여  $\tilde{K}$ 를 구하고,  $K = UK$ 를 역산한다.

#### 4.3 암연 제어 시스템 설계

- 1) 주파수 무게함수  $W_w$ 의 선정

본 논문의 냉간 암연기에서 고려된 외란중 입측 두께변동 ( $w_1$ )은 물속도가 상대적으로 아주 느린 열간 또는/그리고 냉간 암연기의 전방 스텐드를 통과하면서 기인된 것으로 저주파신호의 특성을 가진다. 반면 물편심 ( $w_2$ )의 주파수특성은 제어대상 암연기의 정상 물속도 ( $w_0$ )와 직접 관계하는 것으로, 입측 두께변동에 비해 고주파

신호이다. 따라서 여기서는 롤편심 외란을 주요하게 제거할 목적으로 다음과 같이 허수축상의 극점( $\pm j\omega_0$ )을 갖는  $W_u$ 를 선정하였다.

$$W_u(s) = \frac{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2} I_2 \quad (23)$$

여기서,  $\xi$ 는 설계파라미터이고  $I_2$ 는  $(2 \times 2)$  단위행렬을 의미한다.

## 2) 주파수 무게함수 $W_s$ 및 $W_u$ 의 선정

$W_s(s)$ 와  $W_u$ 는 일반적인  $H_\infty$  혼합 감도문제의 성능 및 강안-안정성을 위한 가중함수에 대응되는 것으로서,  $W_s(s)$ 는 암연제어시스템의 저감도화를 고려하여 저주파역에서의 게인은 크고, 고주파역에서는 게인이 작도록 식(24)와 같이 일차 가중함수로 선정하였다. 그리고  $W_u$ 는 암연 플랜트의 불확실성을 반영하여, 프로퍼(proper)하면서 고주파역에서 큰 게인을 가지도록 식(25)와 같이 선정하였으며,  $W_u(0) = 1$ 이 되도록 하였다.

$$W_s(s) = \frac{a}{s + 0.001} I_2 \quad (24)$$

$$W_u(s) = \frac{2000(s + 100)(s + 500)}{(s + 10000)^2} I_2 \quad (25)$$

여기서,  $a$ 는 설계 파라미터이다.

이와 같은 무게함수들에 대해  $\|G_{zu}\|_\infty < 1$ 을 만족하는 제어기  $K(s)$ 는 앞서 언급한 바와 같이 4. 2절의 설계절차에 따라 Glover와 Doyle이 제안한 알고리즘<sup>[1]</sup>을 사용하여 구하였다.

## 5. 컴퓨터 시뮬레이션 및 성능 분석

본 시뮬레이션에 이용된 외란입력 신호들은 앞서 언급한 바와 같이 가능한 한 실제적인 외란특성을 반영하기 위하여 입측 두께변동( $w_1$ )은 용접이음부 및 암연모재(전방 스텐드에서의 출측 두께)의 불균일성 등을 고려하여 스템 및 1 Hz(이하)의 정현파신호, 그리고 롤편심( $w_2$ )은 본 암연모델의 백업률 정상 회전주기에 대응한 4 Hz와 이의 3차 조화성분으로 가정하였다.

Fig. 4 및 Fig. 5는 기존의 LQ 피드백 및 피드포워드 롤편심 제어(이하 통합제어로 칭함)와 본 논문에서 제안한  $H_\infty$  제어의 외란제거 성능을 비교한 것이다. 이미 참고문헌<sup>[4]</sup>에서, 외란입력으로 입측 두께변동만 고려되는 경우 LQ 피드백 제어로서, 그리고 롤편심만이 고려되는 경우는 롤편심 추정을 통한 피드포워드 롤편심 제어로 만족한 출측두께 성능을 얻을 수 있음을 확인하였다. 그러나 보다 실제적인 경우로 두가지 외란요소를 동시에 고려하여 통합 제어기법을 적용하였을 경우 각각의 결과에 비해서는 두 외란성분 모두 다소 제거효과가 약해짐을 알 수 있었다.

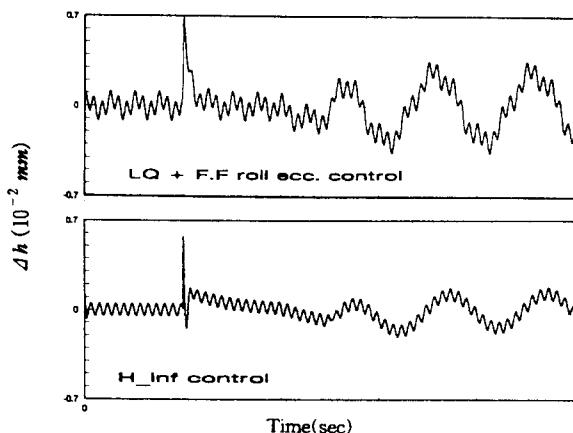


Fig. 4 Time responses of delivery thickness variation for a mill control system

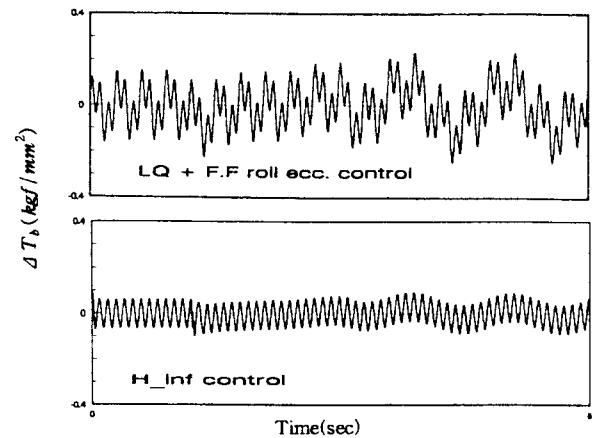


Fig. 5 Time responses of backward tension variation for a mill control system

한편 Fig. 4의 출측 두께변동( $\Delta h$ )에서 본 논문에서 제안한  $H_\infty$  제어는 통합제어에 비해 롤편심 뿐만 아니라 입측 두께변동의 제거성능 모두 개선됨을 보여주고 있다. 이는 입력방향 뿐만 아니라 주파수 스펙트럼이 구별되는 다른 두 외란신호의 특성상  $H_\infty$  제어의 효용성을 보여주는 것으로 사료된다. Fig. 5의 장력변동( $\Delta T_b$ )에서도  $H_\infty$  제어는 LQ에 의한 통합제어와 비교할 때 입측 두께변동의 영향은 큰 차이가 없는 반면 롤편심으로 인한 영향은 크게 감소됨을 보여주고 있다. 이와 같이 출측 두께변동 뿐만 아니라 장력변동을 크게 줄일 수 있다면 연속 냉간암연기에서 판장력을 매개로 한 암연스탠드간 간섭효과가 약화되고, 이는 보다 많은 스템에서 분산제어를 수행하는데 바람직한 효과를 줄 수 있다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 다변수 암연시스템을 고려하여 입측 판두께변동과 당 암연 스템 자체의 롤편심의 서로 다른 외란요소 모두를 효과적으로 제거할 수 있는  $H_\infty$  외란제거 제어기를 설계하였다. 우선 본 논문의 암연 제어모델에서 주 제어변수인 출측 판두께는 본질적인 측정 시간지연은 물론 외란요소인 롤편심이 직달항으로 작용하기 때문에 기존의 게이지미터 판두께 추정기법을 보완하기 위한 롤편심 추정필터를 설계하였다. 그리고  $H_\infty$  제어계 설계시 정상상태 응답특성이 좋고 파라미터 변동에 강인한 제어 시스템을 설계하고자 할 때, 허수축상의 극점을 갖는 무게함수를 선정함으로써 비롯되는 비교준  $H_\infty$  문제의 설계방법을 해석적으로 제시하였다. 마지막으로 다변수 냉간 암연 시스템에 대한  $H_\infty$  제어기법의 적용은 기존의 LQ 피드백 제어 및 피드포워드 롤편심 제어와 비교하여 롤편심 뿐만 아니라 입측 두께변동의 영향도 동시에 개선할 수 있음을 확인하였다.

## 참고문헌

- [1] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, B. A. Francis, "State-Space Solutions to Standard  $H_\infty$  and  $H_2$  Control Problems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, pp. 831~847, 1989.
- [2] 美多, 栗山, 劉, "jw 축상에 허울을 갖는 가중함수를 허용하는 제어계의 설계," 日本 計測自動 制御學會 論文集, 제29권, 11 호, pp. 1320~1329, 1993.
- [3] 美多 勉 著,  $H_\infty$  制御, 昭晃堂, 1994.
- [4] 김종식, 김승수, "롤편심을 포함한 냉간 암연시스템의 다변수 제어," 대한기계학회논문집, 제21권, 제3호, pp. 502~510, 1997.