

# 선형 Magnetostatic 작동기의 정밀 접촉력제어를 위한 최적제어기 설계 Optimal Contact Force Control for a Linear Magnetostatic Actuator

\*강희석\*, G. Masada\*\*, I. Busch-Vishniac\*\*

\*한국생산기술연구원(Tel:+82-417-560-8456; Fax:+82-417-560-8400; E-mail: hskang@mail.kitech.re.kr)

\*\*The University of Texas at Austin

**Abstracts:** When a manipulator makes contact with an object having position uncertainty, performance measures vary considerably with the control law. To achieve the optimal solution for this problem, an unique objective function that weighs time and impact force is suggested and is solved with the help of variational calculus. The resulting optimal velocity profile is then modified to define a sliding mode for the impact and force control. The sliding mode control technique is used to achieve the desired performance. Sets of experiments are performed, which show superior performance compared to any existing controller.

**Key words:** Control, Force, Impact, Optimal

## 1. 서론

로봇이나 매니퓰레이터가 작업물과 접촉할때 보통 바람직하지않은 힘이 순간적으로 생성된다. 이러한 순간의 제어는 시스템이 비선형적이고 빠른 동력학적 특성 때문에 일반적으로 어렵다. 그렇기 때문에 보통 로봇의 힘제어에서도 충돌시의 동적 특성은 자세히 다루어지고 있지 않다. 그렇지만 생산시스템의 요구조건이 더욱 더 높아지면서 이러한 충돌시의 동력학적 특성이 무시하기 어려워졌다.

충돌하는 두 물체 사이의 물리적인 현상은 상당히 깊게 연구되어 왔지만[1,2] 충돌시의 제어에 관한 연구는 그 동안 자세히 다루어지지 않았다. 최근 들어 몇몇 학자들이 이 문제에 관심을 갖기 시작하였지만 대부분이 전통적인 힘제어 이론과 크게 다르지 않다[3,4,5]. 예를 들어 Youcef-Toumi는 이 문제를 속도 피드백과 적분제어를 이용하여 해결하려 하였다[3]. 그렇지만 충돌 직전 까지의 접근속도는 능동적으로 제어가 되지않아 성능 향상에 한계를 보여주었다. 또한 Allotta는 충돌을 전후하여 변위제어와 힘제어에 적당한 가중치를 줄 수 있는 비선형 제어를 제안하였으나 최적화에 대한 개념의 부족으로 널리 받아들여지지 않았다[4].

본 연구에서는 충돌시의 제어기 설계에 보다 체계적으로 접근하기 위하여 세가지의 기본 개념을 다음과 같이 제시하였다.

- 가. 충돌시의 제어문제는 위치/힘제어나 이들의 복합적 문제가 아닌 교유의 문제로 다루어져야 한다.
- 나. 이 문제는 시간최적화 문제의 확장된 개념으로서 시간과 충돌량을 동시에 최적화 시켜야 한다.
- 다. 대상 물체의 불확실한 위치 정보는 제어기의 성능에 크게 관계되며 이는 제어기 설계과정에 고려되어야 한다.

위의 제시된 개념에 근거하여 주어진 문제를 그림 1과 같이 도

식적으로 표현할 수 있다. 즉, 매니퓰레이터는 대상 물체에 접근하여 접촉하려한다. 물체의 위치정보는 측정 또는 추정 되어지고 확률론적으로 표시된다. 제어의 최종목적은 가능한 한 빠르고 충격이 적게 접촉을 이루는 것으로서, 이 두 개의 상반된 요구를 만족시키기 위해서는 최적화 문제를 풀어야만 한다.

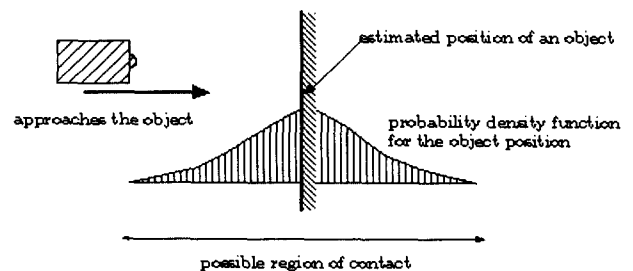


그림 1 문제의 도식적 설명

Fig. 1 Schematic explanation of impact problem

## 2. 최적화 문제의 서술

충돌시의 제어기를 설계하는데 있어서 가장 자연스러운 첫 번째 질문은 아마 '최적의 접근 속도는 무엇인가?' 일 것이다. 이는 빠른 접촉과 적은 충돌량을 실현하기 위한 의문인 것이다.

본 연구에서는 이의 수학적 표현으로서 다음과 같은 목적함수를 제시하고자 한다.

$$J = E(t_c - t_0) + \gamma E(f_p) \quad (1)$$

여기서  $t_c$ ,  $t_0$ ,  $f_p$ 는 각각 접촉시각, 초기시각, 최대 충돌력을 나타내고  $E(\cdot)$ 는 기대치를 구하는 함수이다.  $\gamma$ 는 시간에 대한 충돌력의 상대적 가중치를 나타낸다. 식 (1)을 조금 더 자세히 수학적으로 기술하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$J(v) = \int_{x_0}^{x_1} p(x) \int_{x_0}^x \frac{dx}{v(\xi)} dx + \gamma \int_{x_0}^{x_1} p(x) x v(x) dx \quad (2)$$

여기에서  $p(x)$ 는 대상물체의 위치를 나타내는 분포함수이고  $x_0$

와  $x_j$ 는 그 극단을 표시한다.  $x$ 는 접촉물체의 특성치를 나타내는 값으로써  $f_p = xv$  와 같은 선형관계를 갖는다고 가정하였다.

### 3. 최적 경로의 계산

식 (2)를 다음과 같이 간단하게 쓸 수 있다.

$$J(v) = \int_{x_0}^{x_f} p(x) \left[ \int_{x_0}^x \frac{d\xi}{v(\xi)} + \gamma xv(x) \right] dx. \quad (3)$$

식 (3)은 일반적인 최적화 문제의 형태가 아니므로 해를 쉽게 얻을 수 없다. 최적화 문제의 가장 기본적인 정리인 Pontryagin의 최소치 정리는 다음과 같다[6].

$$J(v(x)) \geq J(v^*(x)) \text{ for all admissible } v(x), \text{ where} \quad (4)$$

$$v(x) = v^*(x) + \delta v(x) \text{ for all admissible } \delta v(x).$$

식 (4)를 식 (3)에 적용하면 다음과 같은 결과를 얻게된다.

$$\int_{x_0}^{x_f} p(x) \left[ \int_{x_f}^x \frac{-\delta v(\xi)}{(v^*(\xi) + \delta v(\xi))v^*(\xi)} d\xi + \gamma x \delta v(x) \right] dx \geq 0. \quad (5)$$

여기에서 좌변의 두 항은 속도경로가  $v^*(x)$ 에서 벗어날 때의 시간과 접촉력의 증가량을 나타낸다. 이제 그림 2에 나타낸 것과 같이  $x_\delta$  주변을 제외한 영역에서는 0의 값을 갖는 작은 변동,  $\delta v$ 를 생각해보자.  $\delta v$ 를 식 (5)에 적용하여 적분을 수행하면 다음의 식을 얻는다.

$$\int_{x_0}^{x_f} p(x) [F(x) + \gamma x \delta v(x)] dx \geq 0 \quad (6)$$

$$\text{where } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq x_\delta - \frac{w}{2} \\ -\frac{A}{v^*(x_\delta)^2} & \text{if } x \geq x_\delta + \frac{w}{2} \end{cases}$$

식 (6)을 한번 더 적분하면 다음과 같이 정리된 식을 얻을 수 있다.

$$\int_{x_0}^{x_f} p(x) F(x) dx + \int_{x_0}^{x_f} p(x) F(x) dx + \int_{x_0}^{x_f} p(x) \gamma x \delta v(x) dx \geq 0 \quad (7)$$

$$p(x_\delta) \gamma x - \frac{1}{v^*(x_\delta)^2} \int_{x_f}^{x_\delta} p(x) dx \geq 0.$$

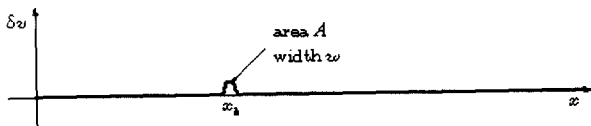


그림 2 속도,  $v$ 의 허용된 작은 변동,  $\delta v$ 의 예

Fig. 2 An example of admissible perturbation,  $\delta v$

이제, 원래의 변동과 크기는 같고 음의 값을 갖는 작은 변동,  $-\delta v$ 를 생각해보자. 위와 똑 같은 절차를 따르면 다음 식을 얻는다.

$$p(x_\delta) \gamma x - \frac{1}{v^*(x_\delta)^2} \int_{x_0}^{x_\delta} p(x) dx \leq 0. \quad (8)$$

Pontryagin의 최소치 정리에 따르면 부등식은 어떠한 허용된 변동에서도 만족되어야 한다. 위에서  $\delta v$ 와  $-\delta v$ 는 둘 다 허용된 변동이므로 식 (7)과 (8)은 동시에 만족되어야 한다. 식 (7)과 (8)의 좌변은 똑같으므로 두식을 동시에 만족시키는 경우는 그값이 0일 때 뿐이다.

$$p(x_\delta) \gamma x - \frac{1}{v^*(x_\delta)^2} \int_{x_0}^{x_\delta} p(x) dx = 0. \quad (9)$$

또한  $x_\delta$ 는  $x$ 축 상의 어떠한 위치라도 관계가 없으므로 식 (9)는 모든  $x_\delta$ 에 대해 성립함을 알 수 있다.

식 (9)를  $v^*(\cdot)$ 에 관해 정리하고 변수를 바꾸면 최적의 속도경로를 구할 수 있다.

$$v^*(x) = \sqrt{\frac{\int_x^{x_f} p(\xi) d\xi}{\gamma x p(x)}}. \quad (10)$$

목적함수에서 예측된 것과 같이 식 (10)은 최적속도가 물체의 위치 측정오차,  $p(x)$ , 시스템의 특성치,  $x$ , 그리고 설계변수,  $\gamma$ 에 따라 크게 달라지는 것을 보여주고 있다.

일단 시스템 모델 단계에서  $p(x)$ 가 주어지면  $v^*(\cdot)$ 는 쉽게 계산되어질 수 있다. 예를 들어  $p(x)$ 가 균일한 분포를 가지면 최적속도는

$$v_{uni}^*(x) = \sqrt{\frac{x_f - x}{\gamma x}} \quad (11)$$

이고 Gaussian분포를 가지면

$$v_{nor}^*(x) = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)}{\gamma x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}}. \quad (12)$$

으로 표시되어진다.

### 4. 제어기 설계

이제 구체적인 제어기 설계문제를 생각해보자. 주어진 시스템이 최적의 성능을 얻기 위해서는 속도의 형태에 상관없이 매니퓰레이터가 구해진 최적속도를 가능한 정확하게 따라가도록 제어기를 설계하여야 한다. 건설한 제어기로 알려진 슬라이딩 모드 제어기는[7] 이러한 용도에 적용하기에 적당하다고 생각된다. 왜냐하면 슬라이딩 모드 제어기는 상태공간에서의 설계방법이고 슬라이딩 면은 플랜트가 따라가야 하는 목표 모드를 나타내기 때문이다.

먼저, 속도와 접촉력의 오차를 나타내는 슬라이딩 면을 다음과 같이 정의하였다.

$$s(x) = \frac{r_f - f}{r_f} v^*(x) - v \quad (13)$$

여기서  $r_f$ 는 기준 접촉력을,  $f$ 는 측정된 접촉력을 각각 나타낸다. 식 (13)을 살펴보면 시스템을 슬라이딩 면에 놓이게 하는 방법으로 두가지 간단한 경우를 생각할 수 있다: 1) 만약  $f=0$ 이면,  $v$ 를  $v^*$ 과 같게 만든다, 2) 만약  $v=0$ 이면  $f$ 를  $r_f$ 와 같게 만든다. 여기서 우리는 1)의 경우는 접촉전의 상황을, 2)의 경우는 접촉후의 상황을 각각 나타내는 것을 알 수 있다.

식 (13)에서 정의된 슬라이딩 면과 함께 본 연구에서는 다음과 같은 제어기를 제안하고자 한다.

$$u = \begin{cases} k \operatorname{sgn}(s(x)) & \text{if } |s(x)| > \rho \\ K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_s}\right) s(x) & \text{if } |s(x)| \leq \rho \end{cases} \quad (14)$$

경계영역의 바깥에서는 제어값이  $s(x)$ 의 부호에 따라  $+k$  또는  $-k$ 의 값을 갖음을 알 수 있다. 경계영역 안쪽에서는 정상 상태 오차를 줄이기 위해 비례-적분 제어기를 이용하였다. 경계영역의 폭을 정의하는 계수  $\rho$ 는 속도오차를 줄이기 위해서는 작게 잡아주어야 하나 측정 오차나 잡음에 의한 영향을 줄이기 위해서는 크게 잡아주어야 한다.

## 5. 제어기의 안정성 검토

본 연구에서는 직진 운동을 하는 magnetostatic 작동기를 대상 시스템으로 선정하였는데, 동적특성을 측정해본 결과 기계적 시상수가 전기적 시상수 보다 상당히 크게 나타나서 전기적 특성은 비례상수로 간략히 모델링하였다. 따라서 안정성 검토를 위한 플랜트의 모델로 다음과 같은 시스템을 생각해 볼 수 있다.

$$\frac{dv}{dt} = bu + d \quad (15)$$

여기서  $u$  는 제어입력을,  $d$  는 외란을 나타낸다. 우리는 식 (15)로 표현된 시스템의 거동을 슬라이딩 조건을 조사해 봄으로써 알아볼 수 있다. 식 (13), (14), (15)를 이용하여  $s(x)$ 의 변화율을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{ds^2}{dt} &= ss \\ &= \frac{d}{dt} \left[ \frac{r_f - f}{r_f} v^*(x) - v \right] s \\ &= \left[ \left(1 - \frac{f}{r_f}\right) \frac{dv^*(x)}{dx} v - \left(\frac{df}{r_f dt}\right) v^*(x) - d \right] s - bks. \end{aligned} \quad (16)$$

여기에서 매개변수  $k$ 의 값에 따라 제어기의 특성이 결정됨을 알 수 있다. 먼저  $k$ 를 다음과 같이 선택한다.

$$k = \frac{H + \eta}{b}. \quad (17)$$

여기에서  $H$ 는 다음 조건을 만족하도록 선택한다.

$$H \geq \left| \left(1 - \frac{f}{r_f}\right) \frac{dv^*(x)}{dx} v - \left(\frac{df}{r_f dt}\right) v^*(x) - d \right| \quad (18)$$

식 (16)과 (17)로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{2} \frac{ds^2}{dt} \leq -\eta s. \quad (19)$$

즉,  $k$ 를 충분히 크게 선택하면 주어진 시스템은 슬라이딩 조건을 만족하고, 이에 따라 안정되게 제어될 수 있음을 보여주고 있다. 또한 식 (17)에서 알 수 있는 바와 같이 슬라이딩 면에서의 불연속한 제어량을 표시하는 매개변수  $k$ 의 값이 기존의 슬라이딩 제어보다 증가한 것을 알 수 있다. 이는 식 (18)에 나타나 있듯이 슬라이딩 면을 따른 제어량,  $u_{eq}$ , 가 제어기에서 생략되고 대신 모델링 오차로 간주되었기 때문이다. 그러므로 접촉 전후에 시스템의 동적특성이 크게 바뀌게 되고, 이러한 변화에도 시스템을 안정되게 제어하려면  $k$ 를 상대적으로 크게 선택하여야 한다. 실제 제어기의 설계에 있어서는 요구되는 제어성과 오차에 대한 민감도를 고려하여  $k$ 를 선택하여야 한다.

## 4. 시뮬레이션과 실험

실험용 시스템의 전체적인 구성은 그림 3에 나타나 있고 몇몇 중요한 사양들은 표 1에 정리하였다. 개발된 비선형 제어기를 구현하기 위하여 제어용 보드가 장착된 IBM 호환컴퓨터를 사용하였다. 제어용 보드는 AD/DA 변환기와 DSP가 장착되어서 개발된 알고리즘을 구현하는데 10kHz의 샘플링 속도를 얻을 수 있었다.

실험은 매니플레이터와 대상물체 사이의 초기 간격을 0.2mm 정도로 조절한 후 계단입력에 대한 응답을 조사하는 방식으로 이루어 졌다. 그림 4는 표 1에 정리된 값들로 제어기를 조정했을 때의 시뮬레이션과 실험결과를 보여주고 있다. 시뮬레

표 1 제어 시스템의 사양

Table 1 Specification of the control system

시스템 특성치	작동 질량	65.7g
	접촉부의 강성	207N/mm
	기준 입력	1V or 0.1278N
	대상물의 위치	균일분포: 0.0-0.4mm
제어변수	$\gamma$	2.5097s/N
	$\rho$	0.5V
	$k$	0.1V
	$K_p$	0.1
	$\tau_I$	1.0ms

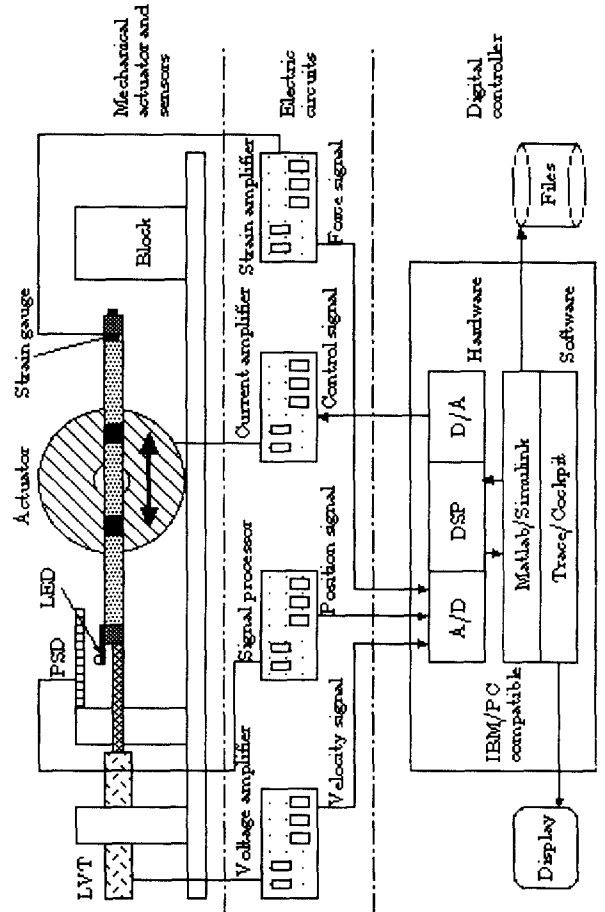


그림 3 실험 장치의 구성

Fig. 3 Experimental setup

이션과 실험결과가 0.05sec 정도 어긋나있는 것은 초기 간극이 정확히 0.2mm가 되도록 실험장치를 조정할 수 없었기 때문이다. 이러한 결과의 차이를 빼면 시뮬레이션과 실험 결과가 만족스럽게 일치하는 것을 알 수 있다. 위치와 힘의 시간에 따른 변화 형태가 거의 같고, 접촉시의 순간적인 최대 충격력의 크기도 상당히 일치하고 있다. 전체적인 경향은 실험 결과가 시뮬레이션 결과에 비해 작은 충격력과 적은 진동을 보여주고 있다. 이는 아마도 여러 가지 모델링되지 않은 시간 지연 요소 때문이라고 생각된다. 우선 힘센서가 시뮬레이션에서는 이상적인 요소로 모델링 되었으나 실제로는 그렇지않으리라 생각된다. 또다른 이유는 볼 베어링에 의한 마찰력을 들 수 있다. 실험 장치는 아주 적은 힘을 제어하도록 설계되었기 때문에 마찰력은 상대적으로

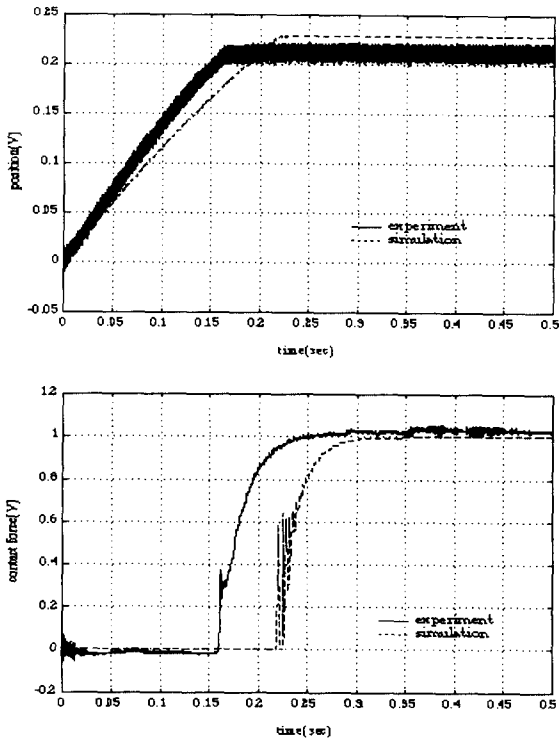


그림 4  $p(x)$ 가 균일분포를 갖을 때의 시뮬레이션과 실험  
 Fig. 4 Experimental versus simulation when  $p(x)$  has uniform distribution

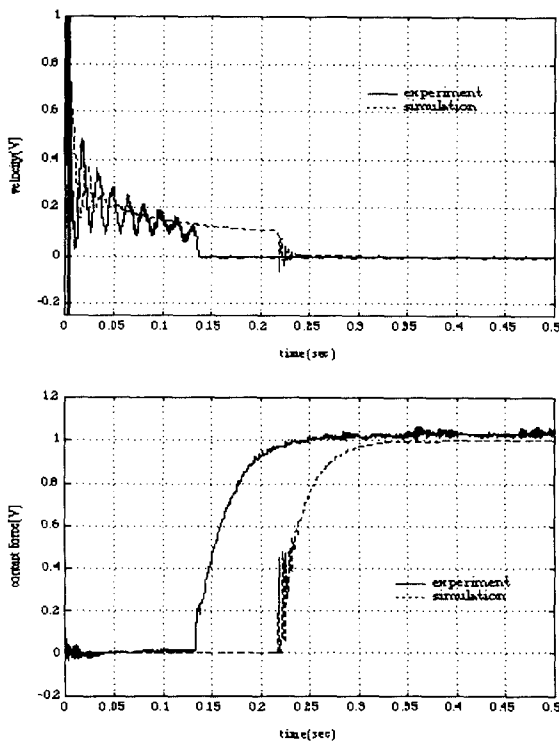


그림 5  $p(x)$ 가 Gaussian분포를 갖을 때의 시뮬레이션과 실험  
 Fig. 5 Experimental versus simulation when  $p(x)$  has Gaussian distribution

큰 영향을 줄 수 있으며, 특히 저속에서는 그 영향이 커서 진동을 줄여 주었다고 생각된다.

그림 5는 추정 오차가 Gaussian 분포를 갖는다고 가정하였을 때의 응답 특성을 보여준다. 물론 제어변수들은 그림 4와는 다른 값으로 조정되었다. 시스템의 거동은 접근시의 속도 형태를 제외하고는 그림 4와 거의 같음을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 충돌력을 제어하는 문제를 최적화의 개념을 통해 풀었다. 제한된 제어기는 다른 제어기에 비해 다음과 같은 장점을 갖는다. 첫째, 설계방법이 두 단계로 이루어져 있어서 유연하다. 즉, 최적 속도를 찾는 단계와 슬라이딩 제어를 구성하는 단계는 독립적으로 설계할 수 있다. 둘째, 최적화된 제어기를 제시하므로써 빠른 속도와 작은 충격력을 얻을 수 있다. 또한 확률론을 이용하였기 때문에 위치정보 오차가 존재하는 경우에도 제어 알고리즘은 최적의 성능을 보장한다. 셋째, 접촉 전후에 스위칭이 없는 연속된 알고리즘을 사용하므로써 위치 오차에 대한 영향을 줄였고 알고리즘이 간단해졌다. 넷째, 각 매개변수의 관계가 간단하여 제어성능의 예측과 개선이 쉽다. 마지막으로 슬라이딩 제어기의 이용으로 견실한 제어성능을 얻었다.

## 참고문헌

- [1] C. E. Smith, "Predicting Rebounds using Rigid-Body Dynamics", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.58, pp.754-758, 1991
- [2] J. K. Mills, C. V. Nguyen, "Robotic Manipulator Collisions: Modeling and Simulation", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.114, pp.650-659, 1992.
- [3] K. Youcef-Toumi, D. A. Gutz, "Impact and Force Control: Modeling and Experiments", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.116, pp.89-98, 1994
- [4] B. Allotta, G. Buttazzo, "Impact Handling by Proximity and Force Sensing", *IEEE International Conf. on Robotics and Automation*, Nice, France, pp.2032-2037, 1992.
- [5] J. K. Parker, F. W. Paul, "Impact Force Control in Robot Hand Design", *ASME Conference on Robotics and Manufacturing Automation*, Vol.15, pp.57-65, 1985.
- [6] F. L. Lewis, *Optimal Control*, John Wiley & Sons, New York, 1986.
- [7] J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1991.