

적용 퍼지추론 기법에 의한 도립진자의 안정화 제어

Stabilization Control of Inverted Pendulum by Adaptive Fuzzy Inference Technique

전부찬* , °심영진** , 김태우** 이준탁***

* 동아대학교 전기공학과 석사과정 ** 동아대학교 전기공학과 박사과정 *** 동아대학교 전기공학과 부교수

Jeon P.C* , ° Shim Y.J** , Kim T.W** , Lee J.T***

- * Student of Master course , Dept. of Electrical Eng. , Dong-A Univ.
- ** Student of Ph.D. course , Dept. of Electrical Eng. , Dong-A Univ.
- *** Ph.D., Associate professor , Dept. of Electrical Eng. , Dong-A Univ.

Abstracts In this paper, a hierarchical fuzzy controller for stabilization of the inverted pendulum system is proposed. The facility of this hierarchical fuzzy controller which has a swing-up control mode and a stabilization one, moves a pendulum in an initial natural stable equilibrium point and a cart in arbitrary position, to an unstable equilibrium point and a center of rail. Specially, the virtual equilibrium point (ϕ_{VEA}) which describes functionally considers the interactive dynamics between a position of cart and a angle of inverted pendulum is introduced. And comparing with the convention optimal controller, the proposed hierarchical fuzzy inference structur made substantially the inverted pendulum system robust and stable.

Keywords Pendulum, Adaptive, Fuzzy, Stabilization

1. 서론

일반적으로 대부분의 시스템은 비선형성을 가지며, 이 불확실한 비선형 시스템을 제어하기 위한 수학적인 모델링은 상당히 번거로우며, 모델링을 하였다하더라도 대단히 복잡한 구조가 된다.

특히, 동작 범위가 넓거나 시변 파라미터와 외란이 있는 비선형 시스템의 해석 및 제어 문제에서는 궤적제어와 같은 고전적 제어기법으로는 한계가 있다. 비선형 시스템을 제어하기 위해 1965년 L. A. Zadeh에 의해서 제안된 퍼지 제어기법은 수학적 모델링이 곤란하거나, 비선형성이 강한 시스템에 많이 적용되어지고 있다. 퍼지제어기의 구성시 규칙과 전·후진부의 파라미터는 전문가의 경험이나, 지식에 의존하여 주관적으로 결정되기 때문에, 안정한 제어 시스템의 설계가 곤란해진다.

따라서, 본 논문에서는 로켓트나 2족 보행 로봇(biped robots)의 자세 제어의 기본이 되는 비선형 시스템의 하나인 도립진자 (inverted pendulum) 시스템을 적용 퍼지 추론 기법에 의해서 안정화 제어를 하고자 한다. 즉, 평형점에 대한 위치각도와 거리에 대한 위상면으로부터 최적한 적용 퍼지 규칙을 생성하는데 목적을 두고 있다. 도립진자 시스템은 복잡한 비선형성으로 인해 정확한 수학적 모델링이 곤란하며 고전적인 제어기 설계법과 상태 공간 해석법에 근거한 현대제이론으로는 제어기 설계가 쉽지않다. 따라서, 본 논문에서 제안하는 퍼지 안정화 제어기는 크게 두 부분으로구성되는 데, 고유 안정 평형점의 진자를 안정화 근방의 영역으로 회전시켜 올리는 피드포워드 형태의 제어기인 **상선회 (swing-up)** 제어기와, 안정화 영역내의 진자를 불안정 평형점에 위치하도록 하며 동시에 원하는 위치로 이동시키는 안정화

(stabilization) 제어기로 구성된다. 특히, 안정화 제어기는 진자와 운송차의 상호작용을 고려한 가상 평형점(virtual equilibrium point)을 하부 구조에서 추론하고, 상부 구조에서는 이를 고려하여 진자의 제어를 행하는 이중 추론 구조를 구성하여 이를 비선형이 강한 도립진자 시스템의 적용 퍼지 추론기법에 적용, 시뮬레이션에 의해 적용퍼지 제어기를 구현하여 일반 퍼지 제어기법과 비교함으로써 동특성 및 외란의 적용면을 비교하므로써 제안하는 적용퍼지 제어기법의 우수성과 그 유용성을 입증한다.

2. 도립진자 시스템의 수학적 모델링

도립진자 시스템은 그림 1에서와 같이 마찰을 고려하면 2계 미분 방정식으로 표현될 수 있다.

매지

$$M\ddot{z}(t) + \mu\dot{z}(t) = \alpha \cdot \mu(t) - H(t) \quad (1)$$

진자의 운동방정식

$$\begin{aligned} H(t) &= m \frac{d^2}{dt^2} \{ z(t) + L \sin \phi(t) \} \\ &= m \ddot{z}(t) + m L \{ \ddot{\phi}(t) \cos \phi(t) - \dot{\phi}^2(t) \sin \phi(t) \} \end{aligned} \quad (2)$$

$$V(t) - mg = m \frac{d^2}{dt^2} \{ L \cos \phi(t) \}$$

$$= -mL \{ \ddot{\phi}(t) \sin \phi(t) + \dot{\phi}^2(t) \cos \phi(t) \} \quad (3)$$

$$J_p \ddot{\phi}(t) = LV(t) \sin \phi(t) - LH(t) \cos \phi(t) - \eta \dot{\phi} \quad (4)$$

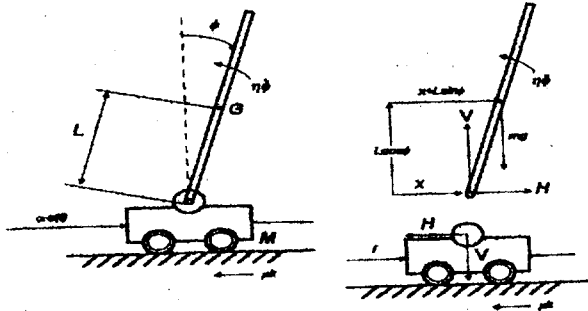


Fig. 1 Mathematical modeling of the inverted pendulum system

단, 운송차의 전동기 풀리에 감긴 와이어 벨트에 의해 X,Y평면 상으로만 움직이며 각 변수들에 대한 정의와 그 파라미터 값은 표 1과 같다.

Table-1. Parameters of the invert pendulum system

param	DESCRIPTION	VALUE	UNIT
m	Mass of the pendulum	0.112	kg
L	Length from the pivot to the mass center of pendulum	0.256	m
Y	Vertical reactive force at the pivot	---	kg · m/s ²
H	Horizontal reactive force at the pivot	---	kg · m/s ²
J_p	Inertia moment of the pendulum	0.00262	kg · m ²
M	Mass of the cart	0.866	kg
z	Horizontal position of the cart	-0.866	m
ϕ	Angle of the pendulum from the vertical line	- π ~ π	rad
r	Wire belt pulley radius	0.0235	m
α	Driving force coefficient	0.738	kg · m/s ² / V
κ	Input voltage to push the cart	-10 ~ 10	V
G	Mass center of the pendulum	---	---
g	Gravitational acceleration constant	9.8	m/s ²
μ	Friction coefficient	2.215	kg/a
η	Coefficient related to rotation moment of the pendulum	0.00199	kg · m ² /s

그림 1에서 수평반발력은 대차에서 크게 발생되며, 피봇에서는 미소하므로 뒷식의 H 를 무시할수 있으므로 운송차에 관한 식(1)은

$$\ddot{x} = \frac{\alpha}{M} \mu - \frac{\mu}{M} \dot{x} \quad (5)$$

으로 된다. 결과적으로 도립전자 시스템은 식(6)의 x , ϕ 의 각각에 대한 선형 2계 미분방정식으로 정리된다.

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{(J - p + mL^2)} \{ mgL\phi - mL\dot{x} - \eta\dot{\phi} \} \quad (6)$$

여기서, $x_1 = \dot{x}$, $x_2 = x$, $x_3 = \dot{\phi}$, $x_4 = \phi$ 와 같이 상태변수를 선택하면 다음의 상태방정식으로 기술될 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7)$$

$$y = Cx \quad (8)$$

$$\text{단, } A = \begin{bmatrix} -\frac{\mu}{M} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu mL}{M(J_p + mL^2)} & 0 & -\frac{\eta}{J_p + mL^2} & \frac{mgL}{J_p + mL^2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{M} \\ 0 \\ -\frac{\alpha mL}{M(J_p + mL^2)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

이다.

3. 도립전자 시스템의 퍼지 제어 기법

퍼지 제어시스템은 퍼지집합 이론 즉, 퍼지 "If-Then" 규칙 및 퍼지추론에 기반을 둔 제어의 특수한 형태로서 비선형 시스템에 적용이 용이하고, 종래의 PID제어기나 정확한 모델에 근거하여 설계된 어떠한 종류의 제어기보다도 자유도가 많으며, 적절히 설계하면 외란에 대하여 강인한 제어특성을 갖는 병렬형, 논리형 제어기로서 언어적 제어의 특징을 가지고 있다. 일반적으로 퍼지제어기(Fuzzy logic controller; FLC)의 기본구조는 그림2와 같이 네 부분으로 주어진다. 첫째, 퍼지화부(Fuzzification interface)는 현재의 입력값을 받아들이며 필요하다면 그 입력값을 적절한 퍼지공간에 맵핑시켜 퍼지화한다. 둘째, 지식 베이스부(Knowledge base)는 퍼지공간의 경계 및 가능한 변환, 그리고 언어적 값에 상응하는 퍼지집합에 대한 정보를 포함한다. 이 정보는 데이터 베이스를 나타내며 지식베이스에는 언어적 제어 규칙으로 구성된 제어규칙부를 포함한다. 셋째, 적용 퍼지 제어부(Adaptive Fuzzy Controller)는 실행부로서 지식 베이스에 따라 측정된 입력값에 상응하는 퍼지 제어값을 결정한다. 넷째, 비퍼지화부(Defuzzification interface)는 퍼지 출력값을 실제 크리스토프한 제어 입력값으로 변환시키는 비퍼지화 연산을 행한다.

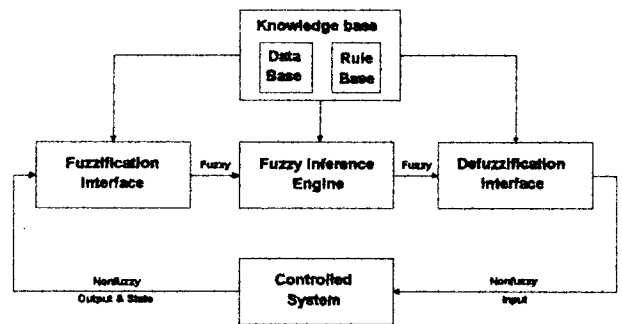


Fig. 2 Basic structure of a fuzzy logic controller system

퍼지추론이란, 몇 가지의 퍼지 명제들로부터 어느 한 명제를 도출해 내는 것으로 퍼지관계의 합성규칙에 의한 직접법과 퍼지 진리치를 이용하는 간접법이 있으며 본 논문에서는 직접법에 의해 비퍼지한 대표점 y_0 를 그림 3의 무게 중심법을 이용하였다.

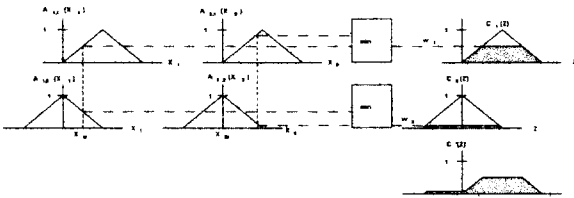


Fig. 3 Inference process of fuzzy inference method

4. 독립전자 시스템의 적응 퍼지제어기의 설계

4.1 적응 퍼지 제어기

적응 퍼지추론기의 구조는 그림 4와 같으며, 다층 Feed-Forward 회로망으로 구성되며, 학습 데이터에 적용하는 구조와 학습 절차를 갖는다. 즉, 적응 회로망은 Node 와 Node를 연결하는 Link로 되어 있는데, 각 Node의 출력은 Node가 갖고 있는 파라미터가 학습 데이터와의 오차크기를 최소화하기 위하여 구배법과 연쇄규칙에 따라 학습되어 진다. 특히, 학습의 수렴 속도와 Local Minimum에 도달하는 것을 방지하기 위해 다음의 복합 학습 규칙을 사용한다.

1) 기본 학습 규칙

그림 4에서 □ Node는 적응 파라미터를 가지며, ○ Node는 고정된 파라미터를 갖는다.

적응회로망이 L층일 경우, k번째층의 i번째 위치에 있는 노드의 출력 O_i^k 는

$$O_i^k = O_i^k(O_i^{k-1}, \dots, O_i^{k-1}, a, b, c, \dots) \quad (10)$$

로 된다. 단, a, b, c, ...는 Node의 파라미터들이며, P쌍의 입·출력 학습 데이터중 j번째 요소의 학습에 대한 오차의 척도는

$$E_p = \sum_{m=1}^L (T_{i,p} - O_{i,p}^L)^2 \quad (11)$$

로 둔다. 단, *L는 L층의 Node 수를 나타낸다.

따라서, L층 i번째 Node에서의 오차변화를 $\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^k}$ 은 구배법에 의해

$$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^k} = -2(T_{i,p} - O_{i,p}^L) \quad (12)$$

로 되며, Chain Rule에 의해, k번째 i번째 Node의 오차 변화들은

$$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^k} = \sum_{m=1}^{(k+1)} \frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^{k+1}} \cdot \frac{\partial O_{i,p}^{k+1}}{\partial O_{i,p}^k} \quad (13)$$

로 된다. a를 임의의 적응 회로망의 파라미터라 하면,

$$\frac{\partial E_p}{\partial a} = \sum_{s \in S} \frac{\partial E_p}{\partial O_s^*} \cdot \frac{\partial O_s^*}{\partial a} \quad (14)$$

로 되며, a에 대한 전체 오차의 변화들은

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \sum_{p=1}^P \frac{\partial E_p}{\partial a} \quad (15)$$

로 되며, a의 조정 값은

$$\Delta a = -\eta \frac{\partial E}{\partial a} \quad (16)$$

와 같다. 여기서, η 는 학습시의 구배 크기를 나타내는 스텝 크기 k_s 에 대한

$$\eta = \frac{k_s}{\sqrt{\sum_a \frac{\partial E}{\partial a}^2}} \quad (17)$$

의 값으로 조정된다. k_s 는 파라미터 공간 내에 있는 구배 변화의 길이이며, 수렴속도를 변화시키기 위한 것이다.

따라서, 본 논문에서 제안하는 추론 시스템의 구조는 그림 4와 같이 X_0, X 로 부터 가상평형점 $\phi \in V_{E_Q}$ 를 추론하여 파라메타를 적용시키는 퍼지추론 시스템이다.

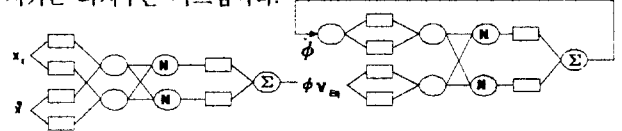


Fig.4 Structure of Adaptive fuzzy inference system

설계된 독립전자 시스템의 전자가 강제이고 구동력은 앰프에 인가되는 입력 전압에 비례하여 지연없이 운송차로 전달된다고 가정한다. 출력요소는 운송차의 위치 $X[m]$ 와 전자의 각도 $\phi[rad]$ 이다. 제어를 위하여 두가지 형태의 제어기를 고려하였다.

첫째, 상선화 제어기는 고유 안정 평형점 (natural stable equilibrium point)에 위치하고 있는 전자를 불안정 평형점 (unstable equilibrium point)주위의 안정화 영역으로 이동시킨다.

둘째, 안정화 제어기는 전자를 불안정 평형점에 유지하고 운송차를 레일의 한가운데에 위치시킨다. 퍼지제어기의 구성도는 그림 5와 같으며, 먼저 계측된 전자의 각도 $\phi[rad]$ 과 운송차의 위치 $X[m]$ 의 크리스프한 정보를 받아들여 퍼지화부에서 퍼지값으로 변환된다. 적응 퍼지제어부는 현재의 독립 전자 시스템의 상태에 의해 결정되는 안정화 제어신호를 퍼지값으로 출력한다. 출력된 퍼지값은 비퍼지화부를 거쳐 제어 신호로 주어지고 이에 따라 운송차가 움직인다. 전자의 각도 및 운송차의 위치는 센서에 의해 계측되며 퍼지 제어기의 퍼지화부로 입력된다.

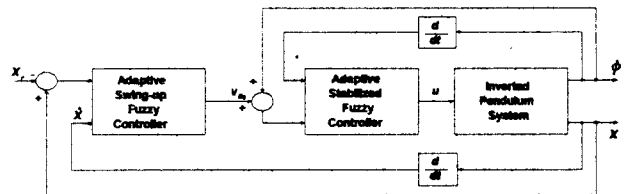


Fig.5 Block diagram of fuzzy control system

4.2 제어기의 설계

전자의 상태에 따라 안정한 제어기를 설계하기 위해 적응 퍼지 제어규칙을 제시한다. 전자를 바로 세우는 방법은 간단히 "전자가 오른쪽(positive)로 넘어지면 제어 입력 u 를 양(positive)으로 하여 운송차를 오른쪽으로 움직여라."와 같이 쓸 수 있다. 이것을 if ~

then 형식으로 표시하면

If ϕ is Positive then u is Positive (18)

로 된다. 여기서 진자가 넘어지는 속도 $\dot{\phi}$ 까지 고려하면 ϕ 가 Positive일 때 다시 세가지의 경우가 생긴다. 표 2는 각도 ϕ 및 각도의 변화량 $\dot{\phi}$ 에 대한 전체 25개의 퍼지 제어 규칙을 나타낸다.

Table-2. Fuzzy control rules for the inverted pendulum

$\phi \backslash \dot{\phi}$	NB	NM	ZO	PM	PB
NB	NG	NB	NM	NS	ZO
NM	NB	NM	NS	ZO	PS
ZO	NM	NS	ZO	PS	PM
PM	NS	ZO	PS	PM	PB
PB	ZO	PS	PM	PB	PG

그림 6은 입력변수 즉, 진자의 각도 ϕ 및 각도의 변화량 $\dot{\phi}$ 와 출력변수인 제어입력 u 에 대한 소속함수를 각각 ϕ_{VEQ} 나타내고 있다. 출력변수는 싱글톤으로 구성하였고, 그림 7은 대차의 위치 x 및 위치 변화량 \dot{x} 의 소속함수와 가상 평형점의 소속함수이다. 전진부는 삼각형, 후진부는 싱글톤 형태로 구성하였다.

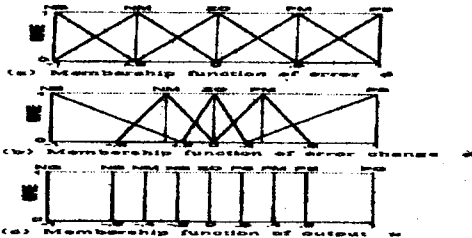


Fig. 6 Membership function for the inverted pendulum

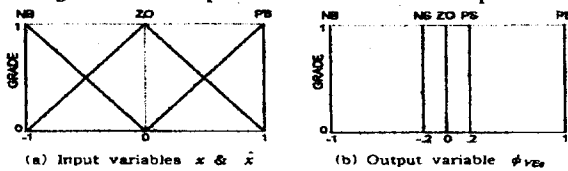


Fig. 7 Membership function for ϕ_{VEQ}

표 3은 가상 평형점 ϕ_{VEQ} 에 대한 퍼지 제어 규칙표이다.

Table-3. Fuzzy control for the virtual equilibrium point ϕ_{VEQ}

$x \backslash \dot{x}$	NB	ZO	PB
NB	NS	NB	ZO
ZO	NS	ZO	PS
PB	ZO	PB	PS

단, NB: Negative Big, NS: Negative Small, ZO: Approximately Zero, PS: Positive Small, PB: Positive Big 이다.

5. 시뮬레이션 및 결과 고찰

1) 운송차의 초기위치는 -0.4[m], 진자의 초기 각도 -0.2[rad]일 때 일반 퍼지제어인 경우의 시뮬레이션의 결과이며 각각 운송차의 위

치, 진자의 각도, 제어신호, 가상평형점을 나타낸다.

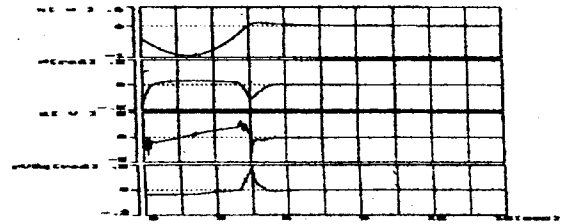


Fig. 8 General Fuzzy Control Results

2) 위와 동일한 조건하의 적응퍼지제어의 경우를 나타낸다.

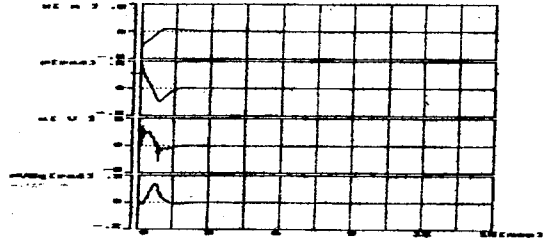


Fig. 9 Adaptive Fuzzy Control Results

6. 결론

본 논문에서 제시한 적응 퍼지 제어인 경우 일반 퍼지 제어에 비해서 운송차의 위치가 오버 슈트없이 안정적으로 목표 위치에 수렴함을 보였다.

1) 운송차의 초기위치 -0.4[m], 진자의 초기각도 -0.2[rad]인 경우 운송차의 최대오버슈트는 0.09[m]를 보였고, 응답시간은 일반 퍼지 제어시 6.5[sec]인데 비하여 적응 퍼지 제어인 경우 2.1[sec]로 약 4.4[sec]로 빠른 응답을 보였다.

2) 시뮬레이션의 경우 레일의 마찰이나 진동, 구동력의 지연등은 고려하지 않았으며, 평가함수로 사용된 비중행렬은 시행착오적으로 미리 선정하였기 때문에 더 좋은 성능을 얻을수 있었다.

3) 적응퍼지제어기의 경우 외부 외란등 비선형성이 강한 복잡함 플랜트에 대해 수학적 모델링이 필요로하지 않기 때문에 제어를 간단하게 구성할수 있다.

참고문헌

- [1] 川谷實治, "現代制御理論を使った倒立振り子の實驗[1]", 트랜シ스타技術, pp.315-322, May, 1993.
- [2] 外川一仁, 川谷實治, "現代制御理論を使った倒立振り子の實驗[2]", 트랜シ스타技術, pp.367-374, June, 1993.
- [3] Shigeyasu Kawaji, Teruyuki Maede, "Fuzzy Servo Control System for an Inverted Pendulum", Fuzzy Engineering toward Human Friendly Systems, Vol2, pp.812-823, 1991.