

이동로봇의 점근적으로 안정한 추종제어

Asymptotically Stable Tracking Control of Mobile Robots

"김도현", 오준호**

* 한국과학기술원 기계공학과 (Tel:+83-42-869-3263; Fax:+82-42-869-3210; E-mail:kdh@ohzlab.kaist.ac.kr)
* 한국과학기술원 기계공학과 (Tel:+83-42-869-3223; Fax:+82-42-869-3210; E-mail:jhoh@ohzlab.kaist.ac.kr)

Abstract In the past few years, many researchers are interesting of control of mobile robot with nonholonomic constraints. And tracking problems is important as well as regulation in nonholonomic system control. Some researchers have investigated the stable tracking control law for mobile robot. But, few results showed the globally asymptotically stable control method simply. So, we address the design of globally asymptotically stable tracking control law for mobile robot with nonholonomic velocity constraints using simple method. The stabilizability of the controller is derived by Lyapunov direct method. And we analyze the system responses according to the variation of control parameters in line tracking problem. It is derived that the responses represent no overshoot property in line tracking. Examples are two-wheeled mobile robot and car-like mobile robot and the simulation results represent the effectiveness of our method.

Keywords Mobile robot, Nonholonomic system, Asymptotic stability, Tracking control, Lyapunov direct method

1. 서 론

이동로봇에 대한 연구는 크게 경로계획(path planning), 경로추종(path tracking), 위치추정(position estimation), 휠구동 제어부(Wheel controller)등으로 나눌 수 있으며 과거 수십년간 많은 연구가 진행되어왔다. 본 연구에서는 경로추종에 관하여 논하기로 한다.

최근의 경로추종에 관한 연구는 기구학적 구속조건을 고려하여 다양한 방법으로 경로추종제어를 보여주고 있다. Y.Kanayama와 3명은 Lyapunov direct method를 이용하여 안정적인 추종제어를 하였고[11], C.Samson과 K.Ait-Abderrahim는 시변피환(time varying feedback)을 이용하여 전역안정제어를 하였으며[2,3], 그리고 O.J.Sordalen, C.Canudas de Wit는 불연속피환을 이용하여 안정추종제어를 하였다.[8] 또한 R.Murray, S.Sastry는 chained form을 이용한 제어개념을 연구하였고[9], G.Walsh의 4명은 미리 지정된 궤적에 대해 시스템을 선형화하는 방법을 제시하였고[4], H.S.Shin의2명은 가변구조제어 방법으로 추종을 하였으나 증명이 불충분하고[5], B.d'Andrea-Novel의 2명은 피환선형화(Feedback linearization)을 이용하였다.[1]

그러나 대부분의 연구가 시변피환(time varying feedback)이나 지역안정성(local stability)을 보여주는 한편, 전역안정성(global stability)에 대해서는 연구결과가 드물다. 따라서 본 연구에서는 보다 간단한 방법으로 이동로봇의 추종제어에서 전역안정성을 보장하는 제어규칙을 설계하는 방법에 대해 논하고자 한다.

본 연구는 Y.Kanayama의 3명의 연구[11]를 바탕으로 좀더 변형된 Lyapunov함수를 이용하여 전역안정성을 보장하는

제어규칙을 유도한다. 여기서 유도된 제어규칙으로 Wheeled 이동로봇과 Car-like 이동로봇에 적용하여 안정한 궤적추종 응답을 보이고, 직선추종 제어를 통해 제어기 변수에 따른 응답특성을 분석하여 항상 오버슈트(overshoot)없는 응답을 나타낼 수 있음을 보인다.

2. 이동로봇의 모델링

본 연구에서 대상으로 삼은 wheeled 이동로봇의 개략도를 Fig. 1에 나타내었다. 좌표계는 오차 좌표계를 이용하였고 이에따른 오차상태 운동방정식은 식(1)에 정리하였다.[11]

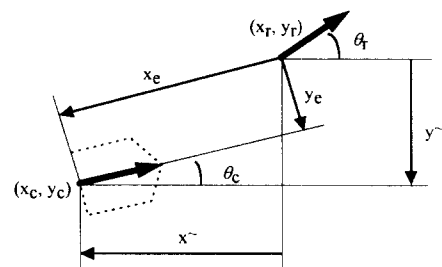


그림 1 Wheeled 이동 로봇의 개략도

Fig. 1 schematic diagram of wheeled mobile robot

$$P_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_c & \sin\theta_c & 0 \\ -\sin\theta_c & \cos\theta_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (P_r - P_c) \quad (1.a)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_e &= y_e \omega - u_1 + v_r \cos \theta_e \\ \dot{y}_e &= -x_e \omega + v_r \sin \theta_e \\ \dot{\theta}_e &= \omega_r - \omega\end{aligned}\quad (1.b)$$

여기서, $P_r=[x_e \ y_e \ \theta_e]^T$ 은 원하는 좌표, $P_e=[x_e \ y_e \ \theta_e]^T$ 는 현재 좌표, v_r, ω_r 는 각각 전진, 회전 기준속도, u_1, ω 은 제어입력으로 각각 전진속도, 회전속도이다.

그리고 car-like 이동로봇과 wheeled 이동로봇의 차이는, wheeled 이동로봇은 전진과 조향을 가운데 있는 2개의 바퀴로 하며, car-like 이동로봇은 뒷바퀴로 전진을 하고 앞바퀴로 조향을 하는 형태로 C.Sanson이 [3]에서 잘 설명을 해주고 있는데, 수식적으로는 식(1.b)에서 다음의 식이 첨가된다.

$$\omega = \frac{1}{L} \tan \phi u_1 \quad \dot{\phi} = u_2 \quad (1.c)$$

여기서 ϕ 는 조향각도, u_2 는 조향각속도, L 은 앞,뒤축간 거리이다. 따라서 wheeled 이동로봇과는 달리 두개의 제어입력이 독립적이지가 않다.

3. 이동로봇의 추종제어

본 장에서는 이동로봇의 궤적추종의 전역안정성을 보장하는 제어규칙을 제안한다.

정리 1 : 식(1)의 이동로봇에 대해 다음의 제어입력을 적용할 경우, 이동로봇의 궤적추종은 전역안정성이 보장된다.

$$\begin{aligned}u_1 &= K_x x_e + v_r \cos \theta_e - K_\theta \theta_e \omega \\ \omega &= \omega_r + v_r / 2 \{ K_y (y_e + K_\theta \theta_e) + 1 / K_\theta \sin \theta_e \}\end{aligned}\quad (2)$$

여기서 K_x, K_y, K_θ 는 양의 상수이다.

증명 : 다음과 같은 Lyapunov 함수를 선정한다.

$$V(x_e) = 1/2 x_e^2 + 1/2 (y_e + K_\theta \theta_e)^2 + (1 - \cos \theta_e) / K_y \quad (3)$$

$V(x_e)$ 는 $x_e=y_e=\theta_e=0$ 인 경우를 제외하고 항상 양의 값을 갖는다. 따라서 양의한정(positive definite)이다. 또한 선정된 $V(x_e)$ 의 시간에 대한 미분 $\dot{V}(x_e)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{V}(x_e) &= x_e \dot{x}_e + (y_e + K_\theta \theta_e)(\dot{y}_e + K_\theta \dot{\theta}_e) + \frac{1}{K_y} \sin \theta_e \dot{\theta}_e \\ &= -x_e (u_1 - v_r \cos \theta_e + K_\theta \theta_e \omega) + v_r (y_e + K_\theta \theta_e) \sin \theta_e \\ &\quad + \{ K_y (y_e + K_\theta \theta_e) + \frac{1}{K_y} \sin \theta_e \} (\omega_r - \omega)\end{aligned}\quad (4)$$

식(4)에 식(2)를 대입하면 $\dot{V}(x_e)$ 은 다음과 같다.

$$\dot{V}(x_e) = -K_x x_e^2 - 1/2 v_r K_y K_\theta (y_e + K_\theta \theta_e)^2 - 1/(2 v_r K_y K_\theta) \sin^2 \theta_e \quad (5)$$

$\dot{V}(x_e)$ 는 $x_e=y_e=\theta_e=0$ 인 경우를 제외하고 항상 음의 값을 갖는다. 따라서 음의한정(negative definite)이다.

Lyapunov direct method에서 $V(x_e)$ 는 양의한정, $\dot{V}(x_e)$ 는 음의한정이므로, 위의 이동로봇은 평형점 $x_e = [x_e \ y_e \ \theta_e]^T = 0$ 에서 전역안정성(global stability)이 보장된다.[7] ■

기존의 연구에서는 $V(x_e)$ 는 모든 오차상태변수를 포함하고 있어서 양의한정이나, $\dot{V}(x_e)$ 에서 θ_e 에 관한 항이 제외되어 음의반한정(negative semi-definite)이므로 지역안정성(local stability)개념이라서 전역안정성을 말할 수 없으나[10,11], 본 연구에서는 모든 오차상태변수를 포함하여 전역안정성을 보장하는 제어입력을 제시하였다. 그리고 car-like 이동로봇의 경우는 식(1.c)를 한번 미분하여 u_2 를 구할 수 있다.

정리1에서 제안한 제어입력의 물리적 의미를 생각해 보면, 식(3)에서 설정한 Lyapunov함수에는 각 오차상태변수의 절대량에 대한 항뿐 아니라, $(y_e + K_\theta \theta_e)$ 로 이루어지는 이동로봇의 자세 또한 포함되어있음을 알 수 있다. 이 항의 값은 이동로봇이 원하는 궤적을 향하고 있을 때는 작은 값을 갖고, 그렇지 않을 경우는 큰 값을 갖게 됨으로써 이동로봇은 항상 원하는 궤적을 향하도록 유도되고 있는 것이다. 따라서 기존의 각 상태변수의 절대량만을 고려하던 것에 자세에 관한 개념을 더 포함시켰다고 보면 된다.

4. 응답특성 분석

여기서는 본 연구에서 제안한 제어규칙의 설계변수인 계인 K_x, K_y, K_θ 의 값에 따른 응답특성을 분석해보기로 한다. 응답특성은 가장 기본적인 직선추종(line tracking)에 대한 응답으로 분석한다. 이 직선추종은 v_r =상수, $\omega_r=0$ 으로 하면 가능하다. 응답특성의 분석은 $x_e=y_e=\theta_e=0$ 에서 시스템을 선형화시켜 시스템행렬을 구한후, 폐환시스템의 극점을 이용하여 응답특성을 분석한다.

먼저 식(2)의 제어입력을 식(1.b)에 대입하면 다음과 같은 오차상태방정식이 유도된다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_e &= -K_x x_e + (y_e + K_\theta \theta_e) \left\{ \omega + \frac{v_r}{2} \left\{ K_y (y_e + K_\theta \theta_e) + \frac{1}{K_\theta} \sin \theta_e \right\} \right\} \\ \dot{y}_e &= -x_e \left\{ \omega + \frac{v_r}{2} \left\{ K_y (y_e + K_\theta \theta_e) + \frac{1}{K_\theta} \sin \theta_e \right\} \right\} + v_r \sin \theta_e \\ \dot{\theta}_e &= -\frac{v_r}{2} \left\{ K_y (y_e + K_\theta \theta_e) + \frac{1}{K_\theta} \sin \theta_e \right\}\end{aligned}\quad (6)$$

식(6)을 선형화시킨 후의 오차상태방정식의 시스템 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -K_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_r \\ 0 & -\frac{v_r K_y}{2} & -\frac{v_r}{2}(K_y K_\theta + \frac{1}{K_\theta}) \end{bmatrix} \quad (7)$$

식(7)의 극점, $\lambda_1, \lambda_{2,3}$ 을 구해보면 다음과 같다.

$$\lambda_1 = -K_x,$$

$$\lambda_{2,3} = v_r/4[-(K_y K_\theta + 1/K_\theta) \pm \{(K_y K_\theta + 1/K_\theta)^2 - 8K_x\}^{1/2}] \quad (8)$$

위와 같이 계환시스템의 극점이 구해지고, $\lambda_{2,3}$ 가 복소수일때 허수부의 위치로인한 감쇠비(damping ratio) ζ 값이 어떻게 되는가를 살펴봄으로써 응답특성을 분석할 수 있다.

간단한 계산을 통하여 $\lambda_{2,3}$ 가 복소수일때 실수축에서 극점까지의 각도(α)를 구해본 결과, $\lambda_{2,3}$ 는 항상 좌측 s-평면상의 $\pm 45^\circ$ 이내의 영역에 위치함을 알 수 있다.

즉, $\zeta = \cos\alpha$ 이므로 $\zeta \geq 0.707$ 이 된다. 따라서 직선추종시 계인의 값에 관계없이 진동이 거의 없이 수렴하는 결과를 나타내고 있다. 반면 Y. Kanayama[11]의 경우는 좌측 s-평면상의 모든 영역에 극점이 위치할 수 있기 때문에 진동을 유발할 소지가 있으므로 계인의 선택에 신중을 기해야 한다. 따라서 본 연구에서 제안한 제어규칙을 적용할 경우는 계인선정에 큰 노력을 기울이지 않아도 진동이 거의 없는 안정한 응답을 기대할 수 있다.

앞에서 제안한 제어규칙을 wheeled 이동로봇과 car-like 이동로봇에 적용한 모의실험을 수행하였다. 본 모의 실험에서 설정한 이동로봇의 사양은 로봇의 길이를 1m로 하였고, x축방향으로의 원하는 속도는 5m/s(=18km/h)로 하고 10초동안의 응답을 관찰하였다. 모의실험에서 선정한 계인은 $K_x=8, K_y=0.4, K_\theta=0.6$ 으로 감쇠비 $\zeta = 1$ 인 임계감쇠(critical damping)에 근접한 값이며, 이 계인에 대한 이동로봇의 직선추종 응답특성을 그림1, 2에 나타내었다. 또한 $K_x=8, K_y=1, K_\theta=0.4$ 로 하여 θ_c 보다 y_c 에 상대적으로 많은 가중치를 두면 그림3과 같이 응답이 더 빨라짐을 볼 수 있다. 그리고 사인곡선의 궤적추종에 대한 응답을 그림4에 나타내었다.

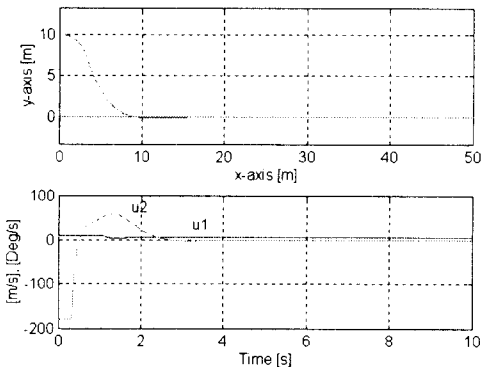


그림1 Wheeled 이동로봇의 직선추종

Fig. 1 Line tracking of wheeled mobile robot

$$(K_x=8, K_y=0.4, K_\theta=0.6)$$

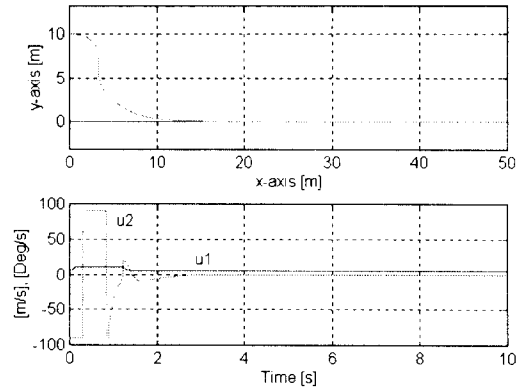


그림2 Car-like 이동로봇의 직선추종

Fig. 2 Line tracking of car-like mobile robot

$$(K_x=8, K_y=0.4, K_\theta=0.6)$$

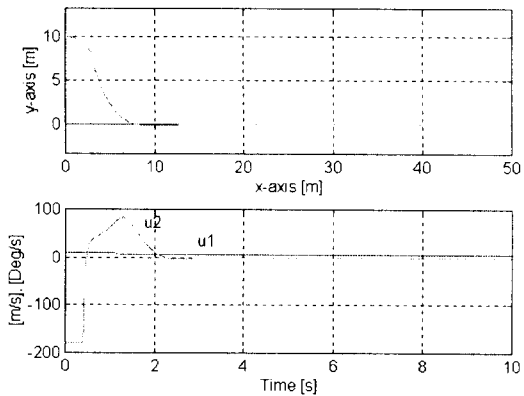


그림3 Wheeled 이동로봇의 직선추종

Fig. 3 Line tracking of wheeled mobile robot

$$(K_x=8, K_y=1, K_\theta=0.4)$$

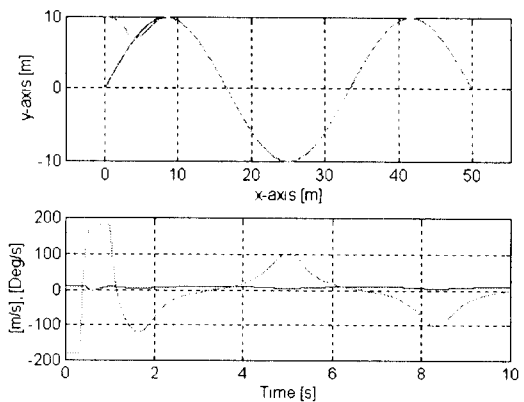


그림4 Wheeled 이동로봇의 사인곡선추종

Fig. 4 Sine wave tracking of wheeled mobile robot

위의 결과에서 볼 수 있듯이 이동로봇은 빠른 시간안에 원하는 궤적에 수렴하며 오버슈트 없는 안정한 응답특성을 보인다. 이 모의실험에서 이동로봇의 운동제한은 전진속도 입력은 최대 10m/s, 회전속도 입력은 wheeled 이동로봇의 경우 최대 180°/s, car-like 이동로봇의 경우 최대 90°/s이며 조향바퀴의 최대운동각은 45°로 하였다.

5. 결 론

본 연구에서는 이동로봇에 대한 궤적추종제어에서 보다 간단한 방법으로 전역안정성이 보장되는 제어규칙을 제안하였고, 제어기 설계변수인 게인에 따른 응답특성을 분석하여, 게인의 값에 상관없이 항상 오버슈트 거의 없는 응답특성을 나타낼 수 있음을 보였다.

또한 제안한 제어규칙을 wheeled 이동로봇과 car-like 이동로봇에 적용한 모의실험을 통하여 안정적인 수렴특성을 나타냄을 보였다.

참고문헌

[1] B. d'Andrea-Novel, G. Campion and G. Bastin, "Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots by State Feedback Linearization", *Int. J. of Robotics and Research*, Vol.14, No.6, pp543-559, 1995.

[2] C. Samson and K. Ait-Abderrahim, "Feedback Stabilization of a Nonholonomic Wheeled Mobile Robot", *IROS*, pp1242-1247, 1991.

[3] C. Samson, "Time-varying Feedback Stabilization of Car-like Wheeled Mobile Robots", *Int. J. of Robotics Research*, Vol.12, No.1, pp55-64, 1993.

[4] G. Walsh, S. Tilbury, S. Sastry, R. Murray and J. P. Laumond, "Stabilization of Trajectories for Systems with Nonholonomic constraints", *IEEE Tran. on Automatic Control*, Vol.39, No.1, pp216-222, 1994.

[5] H.S. Shin, J.H. Kim and K.G. Koh, "Variable Structure Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robot", *Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp1694-1699, 1995.

[6] J. Imura, K. Kobayashi and Y. Yoshikawa, "Exponential Stabilization Problem of Nonholonomic Chained Systems with Specified Transient Response", *IEEE Conf. on Decision and Control*, pp4733-4738, 1996.

[7] J.-J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, 1991.

[8] O. J. Sordalen and C. Canudas de Wit, "Exponential Control Law for a Mobile Robot: Extension to Path Following", *Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp2158-2163, 1992.

[9] R. M. Murray and S. Sastry, "Nonholonomic Motion Planning: Steering Using Sinusoids", *IEEE Tran. on Automatic Control*, Vol.38, No.5, pp700-716, 1993

[10] Y. F. Zheng, *Recent Trends in Mobile Robots*, World Scientific Series in Robotics and Automated Systems Vol. 11, World Scientific, 1993.

[11] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi, "A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot", *Int. Conf. On Robotics and Automation*, pp384-389, 1990.

[12] 고경철, *자율주행방식의 이동 로봇을 위한 경로 제어 알고리즘에 관한 연구*, 한국과학기술원 정밀공학과 박사학위논문, 1993