**Proceedings of the 12th
KACC, October 1997**

파라미터 불확실성 시변 시간지연 시스템에 대한 견실 H^∞ 제어

Robust H^∞ Control for Parameter Uncertain Time-varying Systems with Time-varying Delays in State and Control Input

°김기태, 김종해, 이상경, 박홍배

경북대학교 전자전기공학부

(Tel: +82-53-950-5548; Fax: +82-53-950-5505; E-mail: ktkim@palgong.kyungpook.ac.kr)

Abstracts In this paper, we present a robust H^∞ controller design method for parameter uncertain time-varying systems with disturbance and that have time-varying delays in both state and control. It is found that the problem shares the same formulation with the H^∞ control problem for systems without uncertainty. Through a certain differential Riccati inequality approach, a class of stabilizing continuous controller is proposed. For parameter uncertainties, disturbance and time-varying delays, proposed controllers stabilize the plant and guarantee an H^∞ norm bound constraint on disturbance attenuation for all admissible uncertainties. Finally a numerical example is given to demonstrate the validity of the results.

Keywords Robust H^∞ control, time-varying system, time-varying delay, differential Riccati inequality

1. 서론

시간지연은 화학공정, 유압·수압 시스템의 전송 라인, 그리고 압연시스템과 같이 다양한 공정시스템에 존재한다. 그러나 시간지연은 시스템의 안정성에 나쁜 영향을 끼칠 수 있어 문제해결에 대한 관심이 증가하고 있다[8].

따라서, 파라미터 불확실성을 포함하지 않은 시간지연 시스템에 대한 H^∞ 제어문제가 연구되고[1], 파라미터 불확실성 시간지연 시스템에 대해서도 논의되었다[3,6]. 또한 외란과 파라미터 불확실성을 동시에 고려한 시간지연 시스템에 대한 견실 H^∞ 제어문제도 다루었다[2,4,5]. 그러나 [2,5]에서는 상태지연 시스템에 대한 견실 H^∞ 제어문제가 언급되고 제어입력에 지연을 포함한 시스템의 견실 H^∞ 제어기는 [4]에 제시되었을 뿐 상태와 제어입력에 지연을 포함한 시스템에 대한 연구는 거의 없다.

[8]에서는 시변 시간지연을 가지는 시변시스템에 대한 견실 제어기를 제시하고 측정출력에 시불변 시간지연을 가지는 시변시스템에 대한 견실 H^∞ 제어기는 [7]에서 설계되었다. 그러나 시변 시간지연을 가지는 시변시스템에 대한 견실 H^∞ 제어기 설계는 알려져 있지 않다.

본 논문에서는 상태에 시변 시간지연을 가지는 폐루프 시스템에 대한 안정성을 보이고 상태와 제어입력에 시변 시간지연을 가지는 파라미터 불확실성 시변시스템에 대한 견실 H^∞ 제어기를 제시한다. 제안한 제어기는 미분 리카티 방정식(differential Riccati equality)의 해로 구해지는 상태궤환 제어기로 파라미터 불확실성 시변시스템을 안정시키고 모든 허용가능한 불확실성에 대해 외란 감쇠에 대한 H^∞ 노옴 한계치 γ를 보장한다.

2. 시스템의 안정화

상태에 시변 시간지연을 가지는 파라미터 불확실성 시변시스템은

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= \hat{A}_{cl}(t)x(t) + \hat{A}_{d1}(t)x(t-d_1(t)) + \hat{A}_{d2}(t)x(t-d_2(t)) + \hat{M}(t)u(t)\\
z(t) &= \hat{C}_{cl}(t)x(t) + \hat{C}_{d1}(t)x(t-d_1(t)) + \hat{C}_{d2}(t)x(t-d_2(t)) + \hat{N}(t)u(t)\\
x(t) &= 0, \quad t \le 0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

로 표현한다. 여기에서 $x(t) \in R^n$는 상태, $w(t) \in R^s$는

$$\| w(t) \|_2 \le \sigma \tag{2}$$

를 만족하는 외란입력을 나타낸다. 식 (2)에서 $\| \cdot \|_2$은 제곱적분가능함수의 L_2 노옴을 나타내고 $\sigma(>0)$는 상수이다. $z(t) \in R^p$는 제어된 출력을 나타내고 시간지연은

$$0 \le d_i(t) < \infty, \quad \dot{d}_i(t) \le \beta_i < 1, \quad i = 1,2 \tag{3}$$

을 만족하는 시변함수이다. 식 (3)에서 β_i는 시변 시간지연의 미분에 대한 상한치를 나타낸다.

식 (1)의 시스템행렬에 대한 표현은

$$
\begin{aligned}
\hat{A}_{cl}(t) &= A_{cl}(t) + \Delta A_{cl}(t), & \hat{M}(t) &= M(t) + \Delta M(t),\\
\hat{A}_{d1}(t) &= A_{d1}(t) + \Delta A_{d1}(t), & \hat{A}_{d2}(t) &= A_{d2}(t) + \Delta A_{d2}(t),\\
\hat{C}_{cl}(t) &= C_{cl}(t) + \Delta C_{cl}(t), & \hat{N}(t) &= N(t) + \Delta N(t),\\
\hat{C}_{d1}(t) &= C_{d1}(t) + \Delta C_{d1}(t), & \hat{C}_{d2}(t) &= C_{d2}(t) + \Delta C_{d2}(t)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

로 시변 공칭행렬과 시변 불확실성행렬로 나누어지고 식 (4)에서 $A_{cl}(t)$, $M(t)$, $A_{d1}(t)$, $A_{d2}(t)$, $C_{cl}(t)$, $N(t)$, $C_{d1}(t)$와 $C_{d2}(t)$는 공칭시스템의 시변행렬이고 불확실성행렬은

$$
\begin{bmatrix} \Delta A_{cl}(t) & \Delta M(t) & \Delta A_{d1}(t) & \Delta A_{d2}(t) \\ \Delta C_{cl}(t) & \Delta N(t) & \Delta C_{d1}(t) & \Delta C_{d2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} F(t) [\, E_1 \ E_2 \ E_3 \ E_4] \tag{5}
$$

의 정합조건을 만족한다. 여기에서 H_1, H_2, E_1, E_2, E_3와 E_4는 상수행렬이고 $F(t)$는

$$F(t) \in \Omega := \{F(t) : F(t)^T F(t) \le I, \text{ the elements of } F(t) \text{ are Lebesgue measurable}\} \tag{6}$$

을 만족하는 미지의 행렬이다.

이 절의 목적은 시스템을 안정시키고 H^∞ 노옴을 γ보다 작거나 같게 하는 것이다. 즉, 초기조건 $x(t)=0,\ t\in[-d_i(t), 0]$, $d_i(t) > d_j(t)$에서 시스템을 안정시키고

$$\| z(t) \|_2 \le \gamma \| w(t) \|_2, \quad \forall w(t) \in L_2[0, \infty) \tag{7}$$

을 만족하는 것이다.

파라미터 불확실성과 시변 시간지연을 가지는 식 (1)의 폐루프 시스템에서 H^∞ 노옴 한계치 γ로 자승적 안정성(quadratic stability)을 보장하는 리아푸노프 함수(Lyapunov functional)는

$$\begin{aligned} V(t) &= x(t)^T P(t) x(t) + \int_{t-d_1(t)}^{t} x(\theta)^T S_1(\theta) x(\theta) d\theta \\ &\quad + \int_{t-d_2(t)}^{t} x(\tau)^T P(\tau) B(\tau) S_2(\tau)^{-1} B(\tau)^T P(\tau) x(\tau) d\tau \end{aligned} \tag{8}$$

이다. 여기에서 $P(t)$와 $S_i(t)$, $i=1,2$는 양한정 대칭행렬이고 $B(t)$는 시스템행렬이다. 식 (8)에 대해 식 (1)의 자승적 안정성은 보조정리 1에서 유도한다.

보조정리 1 : 파라미터 불확실성 시변 시간지연 시스템인 식 (1)을 고려한다. 폐루프 시스템에서 어떤 양한정 대칭행렬 $P(t)$와 $S_{ii}(t)$, $i=1,2$에 대해

$$\begin{bmatrix} I & \hat{C}_{cl}(t) & \hat{N}(t) & \hat{C}_{d1}(t) & \hat{C}_{d2}(t) \\ \hat{C}_{cl}(t)^T & -O(t) & -P(t)\hat{M}(t) & -P(t)\hat{A}_{d1}(t) & -P(t)\hat{A}_{d2}(t) \\ \hat{N}(t)^T & -\hat{M}(t)^T P(t) & \gamma^2 I & 0 & 0 \\ \hat{C}_{d1}(t)^T & -\hat{A}_{d1}(t)^T P(t) & 0 & \alpha_1(t) S_{11}(t) & 0 \\ \hat{C}_{d2}(t)^T & -\hat{A}_{d2}(t)^T P(t) & 0 & 0 & \alpha_2(t)\tilde{S}_{22}(t) \end{bmatrix} > 0 \tag{9}$$

가 존재하면 폐루프 시스템 (1)은 자승적으로 안정하고 H^∞ 노옴이 γ보다 작거나 같다. 여기서

$$\begin{aligned} O(t) &= -\dot{P}(t) - \hat{A}(t)^T P(t) - P(t)\hat{A}(t) - S_1(t) \\ &\quad - P(t) B(t) S_2^{-1}(t) B(t)^T P(t), \\ \alpha_i(t) &= 1 - \dot{d}_i(t),\ i = 1, 2, \\ S_{ii}(t) &= S_i(1-d_i(t)),\ i = 1, 2, \\ \tilde{S}_{22}(t) &= P(t-d_2(t)) B(t-d_2(t)) S_{22}(t)^{-1} B(t-d_2(t))^T P(t-d_2(t)) \end{aligned} \tag{10}$$

으로 정의하고 $\gamma(>0)$는 임의의 값이다. ■

보조정리 1에서 제어된 출력이 현재 상태에만 의존하는 경우 식 (9)는 미분 리카티 부등식

$$\begin{aligned} &\dot{P}(t) + \hat{A}_{cl}(t)^T P(t) + P(t)\hat{A}_{cl}(t) \\ &\quad + P(t)[\tfrac{1}{\gamma^2}\hat{M}(t)\hat{M}(t)^T + \alpha_1(t)^{-1}\hat{A}_{d1}(t) S_{11}(t)^{-1}\hat{A}_{d1}(t)^T \\ &\quad + \alpha_2(t)^{-1}\hat{A}_{d2}(t)\tilde{S}_{22}(t)^{-1}\hat{A}_{d2}(t)^T] P(t) \\ &\quad + S_1(t) + P(t) B(t) S_2(t)^{-1} B(t)^T P(t) + \hat{C}_{cl}(t)^T \hat{C}_{cl}(t) \le 0 \end{aligned} \tag{11}$$

을 유도한다.

보조정리 2 : 정합조건 (5)와 (6)을 만족하는 폐루프 시스템 (1)에 대해

$$\begin{bmatrix} I & 0 & C_{cl}(t) & M(t) & \gamma\lambda H_2 & C_{d1}(t) & C_{d2}(t) \\ 0 & I & \frac{1}{\lambda}E_1 & \frac{1}{\lambda}E_2 & 0 & \frac{1}{\lambda}E_3 & \frac{1}{\lambda}E_4 \\ C_{cl}(t)^T & \frac{1}{\lambda}E_1^T & -O(t) & -P(t)M(t) & -\gamma\lambda P(t)H_1 & -P(t)A_{d1}(t) & -P(t)A_{d2}(t) \\ M(t)^T & \frac{1}{\lambda}E_2^T & -M(t)^T P(t) & \gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ \gamma\lambda H_2^T & 0 & -\gamma\lambda H_1^T P(t) & 0 & \gamma^2 I & 0 & 0 \\ C_{d1}(t)^T & \frac{1}{\lambda}E_3^T & -A_{d1}(t)^T P(t) & 0 & 0 & \alpha_1(t) S_{11}(t) & 0 \\ C_{d2}(t)^T & \frac{1}{\lambda}E_4^T & -A_{d2}(t)^T P(t) & 0 & 0 & 0 & \alpha_2(t)\tilde{S}_{22}(t) \end{bmatrix} > 0 \tag{12}$$

를 만족하는 양한정 대칭행렬 $P(t)$, $S_{ii}(t)$, $i=1,2$와 $\lambda(>0)$가 존재하는 것과 H^∞ 노옴 한계치 γ로 자승적으로 안정하다는 것은 필요충분관계에 있다.

증명 : 증명은 [5]와 유사하므로 생략한다. ■

보조정리 1과 2에서 식 (9)와 (12)는 같은 구조를 가지고 있다. 따라서 식 (12)는 파라미터 불확실성이 없는 시스템에 적용할 수 있다.

보조정리 3 : 파라미터 불확실성행렬이 없는 시스템

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + A_{d1}(t)x(t-d_1(t)) \\ &\quad + A_{d2}(t)x(t-d_2(t)) + [M(t)\ \ \gamma\lambda H_1]\begin{bmatrix} w(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix} \\ z(t) &= \begin{bmatrix} C_{cl}(t) \\ \frac{1}{\lambda}E_1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} C_{d1}(t) \\ \frac{1}{\lambda}E_3 \end{bmatrix} x(t-d_1(t)) \\ &\quad + \begin{bmatrix} C_{d2}(t) \\ \frac{1}{\lambda}E_4 \end{bmatrix} x(t-d_2(t)) + \begin{bmatrix} N(t) & \gamma\lambda H_2 \\ \frac{1}{\lambda}E_2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{13}$$

이 λ에 대해 H^∞ 노옴 한계치 γ로 안정하다는 것과 식 (4)와 (5)를 만족하는 폐루프 시스템 (1)이 H^∞ 노옴 한계치 γ로 자승적으로 안정하다는 것은 필요충분관계에 있다. ■

3. 제어기 설계

상태와 제어입력에 시변 시간지연을 가지는

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \hat{A}(t)x(t) + \hat{A}_{d1}(t)x(t-d_1(t)) + \hat{B}(t)u(t) \\ &\quad + \hat{B}_{d2}(t)u(t-d_2(t)) + \hat{M}(t)w(t) \\ z(t) &= \hat{C}(t)x(t) + \hat{D}(t)u(t) \\ x(t) &= 0,\quad t \le 0 \end{aligned} \tag{14}$$

의 파라미터 불확실성 시변시스템을 고려하자.

식 (14)에서 $x(t)$, $u(t)$, $w(t)$와 $z(t)$는 각각 상태, 제어입력, 외란입력 그리고 제어된 출력을 나타낸다. 그리고 시간지연은 식 (3)을 만족한다. 시스템행렬은 식 (4)~(6)과 유사한 조건을 만족한다.

파라미터 불확실성과 시변 시간지연을 가지는 식 (14)의 시

스템에 대해 자승적 안정성과 H^∞ 노옴 한계치 γ를 보장하는 상태궤환 제어기

$$u(t) = -S_2(t)^{-1}B(t)^T P(t)x(t) \tag{15}$$

를 제안한다. 따라서 식 (14)와 (15)로 이루어지는 폐루프 시스템을 안정시키고 H^∞ 노옴 한계치 γ를 보장하기 위한 충분조건을 조사한다. 제안한 상태궤환 제어기의 타당성을 보이기 위해 보조정리 1의 충분조건을 이용한다.

정리 4 : 파라미터 불확실성 시변 시간지연 시스템인 식 (14)를 고려한다. 미분 리카티 방정식

$$\begin{aligned}
&\dot{P}(t) + A(t)^T P(t) + P(t)A(t) \\
&- C(t)^T D(t) S_2(t)^{-1} B(t)^T P(t) - P(t)B(t)S_2(t)^{-1}D(t)^T C(t) \\
&+ P(t)Q(t)P(t) \\
&+ S_1(t) + C(t)^T C(t) + \| H_2^T H_2 \| E_1^T E_1 + R(t) = 0
\end{aligned} \tag{16}$$

이 양한정 대칭행렬 $P(t)$를 해로 가지게 하는 상수 $\rho > 0$와 양한정 대칭행렬 $R(t)$가 존재하면 시변 시간지연과 파라미터 불확실성을 가지는 시스템을 자승적으로 안정시키고 H^∞ 노옴 한계치 γ를 보장한다. 식 (16)에서

$$\begin{aligned}
Q(t) = \; & B(t)S_2(t)^{-1}D(t)^T D(t) S_2(t)^{-1} B(t)^T - B(t)S_2(t)^{-1}B(t)^T \\
& + \frac{1}{\gamma^2} M(t)M(t)^T + A_{d1}(t)\ \hat{S}_{11}(t)^{-1} A_{d1}(t)^T + B_{d2}(t)\ \hat{S}_{22}(t)^{-1} B_{d2}(t)^T \\
& + \rho(2 + \frac{1}{\gamma^2}) H_1 H_1^T \\
& + \frac{1}{\rho}[\frac{1}{\gamma^2} M(t)E_2^T E_2 M(t) - B(t)S_2(t)^{-1}E_4^T E_4 S_2(t)^{-1}B(t)^T \\
& \qquad + A_{d1}(t)\ \hat{S}_{11}(t)^{-1}E_3^T E_3\ \hat{S}_{11}(t)^{-1}A_{d1}(t)^T \\
& \qquad + B_{d2}(t)\ \hat{S}_{22}(t)^{-1}E_5^T E_5\ \hat{S}_{22}(t)^{-1}B_{d2}(t)^T] \\
& + \| H_2^T H_2 \| B(t)S_2(t)^{-1}E_4^T E_4 S_2(t)^{-1}B(t)^T \\
& + [\frac{1}{\gamma^2} \| E_2 E_2^T \| + \| E_3\ \hat{S}_{11}(t)^{-1} E_3^T \| \\
& \quad + \| E_5\ \hat{S}_{22}(t)^{-1}E_5^T \|] H_1 H_1^T \\
& - \rho \| H_2^T H_2 H_2^T H_2 \| B(t)S_2(t)^{-1}E_4^T E_4 S_2(t)^{-1} B(t)^T
\end{aligned} \tag{17}$$

이다.

증명 : 식 (14)에 대한 리아푸노프 함수는 식 (8)을 이용한다. 식 (14)의 해에 대한 리아푸노프 함수의 미분치는

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) = \; & \dot{x}(t)^T P(t)x(t) + x(t)^T \dot{P}(t)x(t) + x(t)^T P(t)\dot{x}(t) \\
& + x(t)^T S_1(t)x(t) \\
& - (1 - \dot{d}_1(t))x(t-d_1(t))^T S_1(t-d_1(t))x(t-d_1(t)) \\
& + x(t)^T P(t)B(t)S_2(t)^{-1}B(t)^T P(t)x(t) \\
& - (1-\dot{d}_2(t))x(t-d_2(t))^T P(t-d_2(t))B(t-d_2(t)) \\
& \times S_2(t-d_2(t))^{-1}B(t-d_2(t))^T P(t-d_2(t))x(t-d_2(t))
\end{aligned} \tag{18}$$

이 된다. 입력이 영이고

$$\xi(t)^T = [\, x(t)^T \ \ x(t-d_1(t))^T] \tag{19}$$

로 두면

$$\dot{V}(t) = \xi(t)^T \begin{bmatrix} \hat{O}(t) & P(t)\ \hat{A}_{d1}(t) \\ \hat{A}_{d1}(t)^T P(t) & -\alpha_1(t)S_{11}(t) \end{bmatrix} \xi(t) < 0 \tag{20}$$

이 되며 시스템의 자승적 안정성을 나타낸다.

초기치를 영으로 두고 임의의 $w(t) \in L_2[0,\infty)$에 대해

$$J = \int_0^\infty [\, z(t)^T z(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t) + \dot{V}(t)]dt - V(\infty) \tag{21}$$

로 표현한다. 식 (21)은

$$J \le \int_0^\infty [\, z(t)^T z(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t) + \dot{V}(t)]dt \tag{22}$$

를 만족하며

$$\begin{aligned}
&\dot{P}(t) + \hat{A}(t)^T P(t) + P(t)\hat{A}(t) \\
&- \hat{C}(t)^T \hat{D}(t) S_2(t)^{-1} B(t)^T P(t) - P(t)B(t)S_2(t)^{-1}\hat{D}(t)^T \hat{C}(t) \\
&+ P(t)[\, B(t)S_2(t)^{-1}B(t)^T \\
&\qquad - B(t)S_2(t)^{-1}\hat{B}(t)^T - \hat{B}(t)S_2(t)^{-1}B(t)^T \\
&\qquad + B(t)S_2(t)^{-1}\hat{D}(t)^T \hat{D}(t)S_2(t)^{-1}B(t)^T + \frac{1}{\gamma^2}\hat{M}(t)\hat{M}(t)^T \\
&\qquad + \alpha_1(t)^{-1}\ \hat{A}_{d1}(t)S_{11}(t)^{-1}\ \hat{A}_{d1}(t)^T \\
&\qquad + \alpha_2(t)^{-1}\ \hat{B}_{d2}(t)S_{22}(t)^{-1}\ \hat{B}_{d2}(t)^T]P(t) \\
&+ S_1(t) + \hat{C}(t)^T \hat{C}(t) \le 0
\end{aligned} \tag{23}$$

으로 표현한다.

$$\hat{S}_{ii}(t) = (1-\beta_i)S_{ii}(t) \le (1 - \dot{d}_i(t))S_{ii}(t), \quad i = 1,\ 2 \tag{24}$$

를 만족하는 $\hat{S}_{ii}(t)$가 존재하며 정합조건과 임의의 행렬 X와 Y에 대해

$$X^T Y + Y^T X \le \rho X^T X + \frac{1}{\rho} Y^T Y, \quad \text{for any } \rho > 0 \tag{25}$$

를 이용하여 식 (17)을 이끌어낸다. ■

4. 예제

불확실성과 시변 시간지연을 가지는 시스템

$$A(t) = \begin{bmatrix} -3 + \frac{2}{1+t} & 2 \\ 0 & -1 + \frac{1}{1+t} \end{bmatrix}, \qquad B(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$A_{d1}(t) = \begin{bmatrix} -0.3 + \frac{0.2}{1+t} & 0.2 \\ 0 & -0.1 + \frac{0.1}{1+t} \end{bmatrix}, \quad B_{d2}(t) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \tag{26}$$

$$M(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad C(t) = [\, 1 \ \ 0\,], \qquad D(t) = 1$$

을 고려하자. 여기에서 불확실성과 시변 시간지연 및 외란은

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix},\ H_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$E_1 = [1\ 1],\ E_2 = 1,\ E_3 = [0.1\ 0.1],\ E_4 = 0.1,\ E_5 = 0.1,$$

$$F(t) = \sin t,$$

$$d_1(t) = 3 + 0.2\sin t,\quad d_2(t) = 1 + 0.1\cos t, \tag{27}$$

$$w(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t \le 1,\ t \ge 5 \\ -1 & 1 \le t \le 3 \\ 1 & 3 \le t \le 5 \end{cases}$$

로 각각 설정하고 양한정 대칭행렬과 상수는

$$S_1(t) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix},\quad S_2(t) = 2,\quad \gamma = 1,\quad \rho = 0.5 \tag{28}$$

로 둔다.

시스템 (26)에서 폐루프 시스템을 안정시키고 H^∞ 노옴 한계치를 만족시키기 위해 식 (15)의 제어기와 함께 폐루프 시스템을 구성한 후 식 (16)의 미분 리카티 방정식을 만족하는 양한정 대칭행렬 $P(t)$를 구한다.

룬지-쿠타 알고리듬(Runge-Kutta Algorithm)에 의한 $P(t)$의 수치적 해는 그림 1에 주어진다.

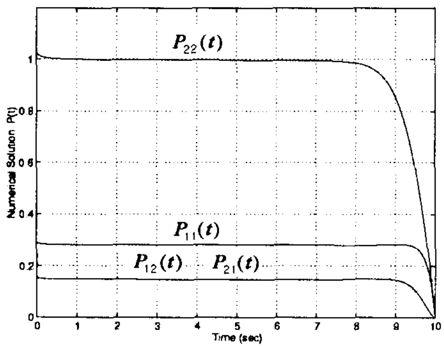

그림 1. $P(t)$에 대한 수치적 해

Fig. 1. Numerical solution of $P(t)$.

$P(t)$에 대한 상태, 제어입력 및 제어된 출력은 MATLAB의 SIMULINK를 이용하여 그림 2, 3으로 나타난다. 그림 2에서 상태 $x_1(t)$, $x_2(t)$가 영으로 수렴함을 알 수 있고 주어진 H^∞ 노옴 한계치 γ가 1보다 작음은 그림 3에서 알 수 있다.

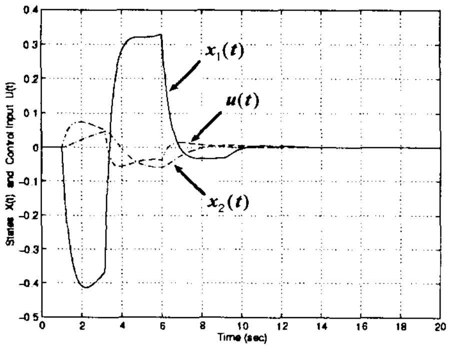

그림 2. 상태와 제어입력

Fig. 2. States $x(t)$ and control input $u(t)$.

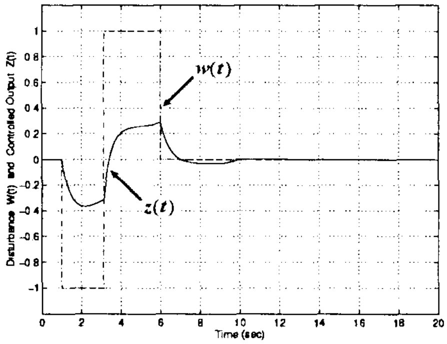

그림 3. 외란입력과 제어된 출력

Fig. 3. Disturbance $w(t)$ and controlled output $z(t)$.

5. 결론

본 논문에서는 상태와 제어입력에 시변 시간지연을 가지는 파라미터 불확실성 시변시스템에 대해 견실 H^∞ 제어기를 제시하였다. 제안한 제어기는 시변 시간지연을 가지는 시변시스템을 안정시키고 모든 허용가능한 불확실성에 대해 외란 감쇠에 대한 H^∞ 노옴 한계치를 보장하였고 이를 예제를 통해 확인하였다. 앞으로의 연구과제로는 성능 향상과 함께 모든 상태를 측정할 수 없는 경우에 대한 출력궤환 제어기로 확장하는 것이다.

6. 참고문헌

[1] H. H. Choi and M. J. Chung, "An LMI Approach to H_∞ Controller Design for Linear Time-delay Systems," *Automatica*, vol. 33, no. 4, pp. 737-739, 1997.

[2] J. H. Ge, P. M. Frank, and C. F. Lin, "Robust H_∞ State Feedback Control for Linear Systems with State Delay and Parameter Uncertainty," *Automatica*, vol. 32, no. 8, pp. 1183-1185, 1996.

[3] J. H. Kim, E. T. Jeung, and H. B. Park, "Robust Control for Parameter Uncertain Delay Systems in State and Control Input," *Automatica*, vol. 32, no. 9, pp. 1337-1339, 1996.

[4] A. Kojima, K. Uchida, E. Shimemura, and S. Ishijima, "Robust Stabilization of a System with Delays in Control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, no. 8, pp. 1694-1698, 1994.

[5] H. Kokame, K. Konishi, and T. Mori, "Robust H_∞ Control for Linear Delay-Differential Systems with Time-Varying Uncertainties," *Proc. IEEE CDC*, Kobe, Japan, pp. 2097-2102, 1996.

[6] M. S. Mahmoud and N. F. Al-Muthairi, "Quadratic Stabilization of Continuous Time Systems with State-Delay and Norm-Bounded Time-Varying Uncertainties," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, no. 10, pp. 2135-2139, 1994.

[7] A. Pila, U. Shaked, and C. E. de Souza, "Robust H_∞ Control of Continuous Time-Varying Linear Systems with Time Delay," *Proc. IEEE CDC*, Kobe, Japan, pp. 1368-1369, 1996.

[8] H. Wu and K. Mizukami, "Linear and Nonlinear Stabilizing Continuous Controllers of Uncertain Dynamical Systems Including State Delay," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, no. 1, pp. 116-121, 1996.