

# CNC 공작 기계의 정밀 절삭을 위한 주기적 외란 보상 Periodic Disturbance Compensation for Precision Cutting in CNC Machining Center

최종호, °임혁, 최병갑

서울대학교 전기공학부, ERC-ACI, ASRI

(Tel:+82-2-875-9183, Fax:+82-2-888-4182, E-mail:chchoi@csl.snu.ac.kr)

**Abstracts** A periodic disturbance canceler is proposed to compensate the periodic disturbance due to cutting process in a CNC machining center. For precision cutting, the combination of a disturbance observer and a periodic disturbance canceler is desirable in order to compensate both the frictional force and the periodic disturbance. This method is implemented in a position control system of a CNC machining center in cutting process and the experimental results are described to show its effectiveness.

**Keywords** Disturbance observer, Periodic disturbance, Periodic disturbance canceler

## 1. 서론

서보 모터의 견실한 위치 제어를 위하여 외란 보상에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 서보 모터 제어에 영향을 미치는 외란으로는 마찰력과 절삭력 등이 있다. 이러한 외란을 보상해 주기 위해 외란 관측자는 널리 연구되어 오고 있다 [1] [2] [3]. 외란 관측자는 플랜트에 들어오는 외란을 추정하고 되먹임 함으로써 외란을 보상하여준다. 하지만 외란 관측자는 시스템에 존재하는 불확실한 동특성에 의하여 전 주파수 영역의 외란을 추정, 보상해 줄 수는 없다 [2]. CNC 공작 기계의 절삭 가공시 발생하는, 주기적인 특성을 갖는 외란이 외란 관측자가 보상해 줄 수 있는 주파수 영역에서 벗어나 있는 경우에 외란 관측자는 적절한 보상을 해 주지 못한다.

본 논문에서는 CNC 공작 기계의 서보 시스템에 외란 관측자와 주기적 외란에 대한 보상기를 적용하여 마찰력과 절삭으로 인하여 발생하는 주기적 외란을 보상해 줌으로 보다 정밀한 절삭 가공을 할 수 있는 방법에 대하여 다룬다.

## 2. 플랜트 모델과 외란

### 2.1 CNC machining center의 모델링

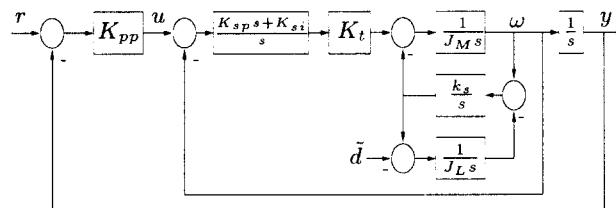


그림 1 위치 제어 시스템의 블럭 다이어그램

Fig 1: Block diagram of position control system

CNC 공작 기계는 XY 테이블, AC 서보 모터, 전류 제어기와 비례-적분 속도 제어기를 포함하고 있는 서보팩, 그리

표 1 위치 제어 시스템 모델에 사용된 기호

TABLE 1: Parameters of position control system

$J_M$	모터 관성 질량	$0.00376 \text{Kgm}^2$
$J_L$	테이블 관성 질량	$\text{X: } 0.00464 \text{ Y: } 0.00740 \text{ Kgm}^2$
$K_s$	스프링 상수	$600 \text{ Nt} \cdot \text{m/rad}$
$K_t$	토크 상수	$1.2054 \text{ Nt} \cdot \text{m/A}$
$K_{sp}$	속도제어기 비레이득	$1.3003 \text{ A(rad/sec)}^{-1}$
$K_{si}$	속도제어기 적분이득	$19.5045 \text{ A/rad}$
$K_{pp}$	위치제어기 비레이득	$312.6527 \text{ sec}^{-1}$

고 DSP를 사용한 위치 제어기 등으로 이루어져 있다. XY 테이블과 AC 서보 모터는 그림 1과 같이 각각의 관성 질량  $J_L$ 과  $J_M$ 을 갖는 2-mass 시스템으로 모델링 할 수 있다. 모델링에 사용된 기호들은 표 1에 정리되어 있다. 속도 제어 시스템을 플랜트로 보고 외란 보상을 하므로 앞으로의 보상 방법은 속도 제어 시스템에 국한하여 설명하겠다. 속도 제어 시스템의 입력  $u$ 에 대한 출력  $\omega$ 의 전달함수는 (1)과 같다.

$$P(s) = \frac{J_L K_t K_{sp} s^3 + J_L K_t K_{si} s^2 + K_s K_t K_{sp} s + K_s K_t K_{si}}{J_L J_M s^4 + J_L K_t K_{sp} s^3 + (J_L K_t K_{sp} + (J_L + J_M) K_s) s^2 + K_s K_t K_{sp} s + K_s K_t K_{si}} \quad (1)$$

위의 플랜트는 스프링 상수  $K_s$ 가 무한대인 nominal 플랜트와 곱셈형 모델링 오차(multiplicative perturbation)로 나눌 수 있다 [1].

$$P(s) = P_n(s)[1 + \Delta(s)] \quad (2)$$

$$P_n(s) = \lim_{K_s \rightarrow \infty} P(s) = \frac{K_t K_{sp} s + K_t K_{si}}{J s^2 + K_t K_{sp} s + K_t K_{si}} \quad (3)$$

단,  $J = J_L + J_M$ 이다.  $P(s)$ 를 사용하여 외란 관측자를 설계하면 차수가 너무 커지므로 보통은 nominal 플랜트  $P_n(s)$ 를 사용한다. 이때 곱셈형 모델링 오차  $\Delta(s)$ 를 고려하여 외란 관측자의 견실 안정성을 보장하도록 한다.

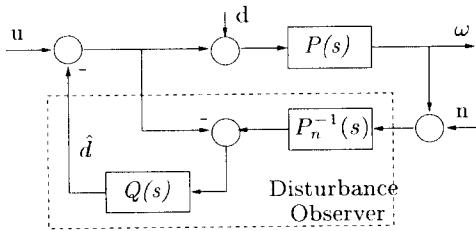


그림 2 외란 관측자의 구조

Fig 2: Structure of disturbance observer

## 2.2 마찰력과 주기적 외란(periodic disturbance)

CNC 공작 기계로 절삭 가공을 할 때, 위치 오차에 큰 영향을 미치는 외란으로는 마찰력과 주기적 외란이 있다. 마찰력의 많은 모델링 방법 중 고전적인 쿨롱 마찰력(Coulomb friction)/정지 마찰력(stiction) 모델은 NC 공작 기계의 저속에서 비교적 정확한 모델이라고 알려져 있다 [4].

주기적 외란은 공구(tool)의 날이 회전하면서 피가공물을 가공할 때 그 충격으로 발생한다. 스핀들 모터의 회전 속도가  $\omega_s$ (rpm)이고 공구의 날수가  $l$ 이라면 주기적 외란의 주파수  $f_d$ 는 (4)와 같다.

$$f_d = \frac{\omega_s l}{60} \text{ Hz} \quad (4)$$

주기적 외란으로 인하여 생기는 위치 오차의 크기는 공구가 피가공물 안으로 들어가 있는 깊이와 공구가 가공을 하면서 이동하는 속도에 관계된다.

## 3. 외란 관측자

그림 2는 외란 관측자의 블럭 다이어그램이다.  $u$ 는 제어 입력,  $d$ 는 외란,  $n$ 은 잡음, 그리고  $\omega$ 는 출력이다. 블럭 다이어그램으로부터 출력  $\omega$ 는 다음과 같다.

$$\omega = G_{u\omega}(s)u + G_{d\omega}(s)d + G_{n\omega}(s)n \quad (5)$$

$$G_{u\omega} = \frac{PP_n}{P_n + (P - P_n)Q} \quad (6)$$

$$G_{d\omega} = \frac{PP_n(1 - Q)}{P_n + (P - P_n)Q} \quad (7)$$

$$G_{n\omega} = \frac{PQ}{P_n + (P - P_n)Q} \quad (8)$$

저주파수 영역에서  $Q(s) \approx 1$ 이면 (6)-(8)은  $G_{u\omega} \approx P_n$ ,  $G_{d\omega} \approx 0$ ,  $G_{n\omega} \approx 1$ 로 근사화된다. 즉 플랜트는 nominal 플랜트를 따라가게 되고 외란은 억제된다. 반면 고주파수 영역에서는 잡음을 억제하기 위해서  $Q(s) \approx 0$ 이 되어야 함을 알 수 있다. 따라서 Q 필터 설계에 따라 외란 관측자의 외란 억제 성능과 잡음에 대한 견실성이 결정됨을 알 수 있다.

Q 필터 설계에 대하여 Umeno와 Hori는 (9)와 같은 형식을 제안하였다 [2][3].

$$Q(s) = \frac{1 + \sum_{k=1}^{N-r} a_k(\tau s)^k}{1 + \sum_{k=1}^N a_k(\tau s)^k} \quad (9)$$

$N$ 은 Q 필터의 차수이고  $\tau$ 는 Q 필터의 시상수(time constant)이다.  $r$ 은 Q 필터의 상대차수로서 nominal 플랜트의

상대 차수와 같거나 더 커야 한다.  $a_k$ 는 이항 계수(binomial coefficient)를 사용하고  $\frac{N!}{(N-k)!}$ 이다. 외란 관측자를 제어기에 구현하기 위해 bilinear 변환을 사용하여 연속 시간 외란 관측자를 이산 시간 외란 관측자로 변환하였다. 샘플링 시간은 1 msec로 하였다.

## 4. 주기적 외란의 보상

### 4.1 외란 관측자의 주기적 외란 억제 성능

만약  $P(s) \approx P_n(s)$ 이면, 그림 2로부터 외란의 추정값  $\hat{d}$ 는 (10)과 같다.

$$\hat{d} \approx Qd + QP_n^{-1}n \quad (10)$$

잡음에 의한 향이 충분히 작으면 외란의 추정값은  $\hat{d} \approx Qd$ 가 된다. 또한 (7)은  $G_{d\omega} \approx P(1 - Q)$ 로 근사화된다. 따라서  $Q \approx 1$ 인 저주파수 영역에서의 외란은 외란 관측자에 의하여 매우 효과적으로 추정되어서 보상될 수 있다. 반면에 절삭 가공시 주파수  $f_d$ 를 갖는 주기적 외란에 대해서  $|Q(s)|_{s=j2\pi f_d} \neq 1$ 이거나  $\angle Q(s)|_{s=j2\pi f_d}$ 가 무시할 수 없을 만큼 큰 경우에는 적절한 보상을 하지 못한다.

Q 필터를 설계할 때  $\tau$ 를 작게 하면 보다 넓은 주파수 영역에서의 외란을 억제할 수 있지만 외란 관측자의 견실 안정성을 보장하기 위해서는 다음의 부등식을 만족하는  $\tau$ 를 설정해야 한다 [1][2].

$$|Q(s)| < \frac{1}{|\Delta(s)|} \quad \forall s = j2\pi f \quad (11)$$

nominal 플랜트의 상대 차수가 1이므로 Q 필터의 상대 차수를 2로 하고 3차의 Q 필터를 (9)로부터 얻으면 다음과 같다.

$$Q(s) = \frac{3(\tau s) + 1}{(\tau s)^3 + 3(\tau s)^2 + 3(\tau s) + 1} \quad (12)$$

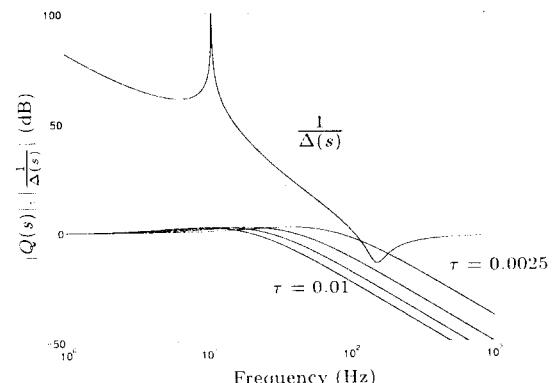


그림 3  $\frac{1}{\Delta(s)}$  과  $Q(s)$ 의 주파수에 따른 이득

Fig 3: Magnitude plots of  $\frac{1}{\Delta(s)}$  and  $Q(s)$

그림 3은  $|\frac{1}{\Delta(s)}|$ 과  $\tau$ 가 0.0025, 0.0050, 0.0075, 그리고 0.01일 때의  $|Q(s)|$ 를 그린 것이다. 이 그림으로부터 외란 관측자의 성능이 좋으면서도 견실 안정성을 보장하는 조건 (11)을 만족하는  $\tau$  값은 0.0050임을 알 수 있다. 주기적 외란이 위치 오차에 영향을 미칠 수 있는 주파수 영역을 수십 Hz정도로 본다면 설계된 Q 필터는 이 주파수 영

역에서 이득이 0dB가 되지 않고 위상도 최대  $130^\circ$  정도까지 지연되므로 주기적 외란을 정확하게 추정, 보상할 수는 없다.

견실 안정성을 보장하기 위해서 Q 필터의  $\tau$ 는 제한되어지므로 한 주파수 성분만을 갖는 주기적 외란을 보상하기 위해 Q 필터의 대역폭을 넓히는 것은 항상 가능하지도 않을 뿐 아니라 좋은 방법도 아니다.

## 4.2 주기적 외란 보상기의 구조

Widrow는 외란을 줄이는 최적의 선형 최소 자승 외란 보상기(optimal linear least squares disturbance canceler)로 적응 외란 보상기(adaptive disturbance canceler)를 제시하였다 [5]. 그림 4 (a)는 적응 외란 보상기의 일반적인 구

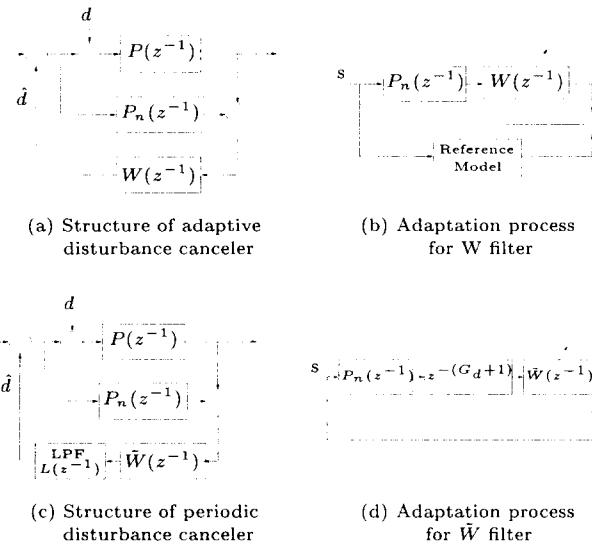


그림 4 주기적 외란 보상기의 구조

Fig 4: Structure of periodic disturbance canceler

조이다. 플랜트와 nominal 플랜트의 출력 차이를  $W$ 로 필터링해서 외란을 보상하는 구조이다. 필터  $W$ 를 구하기 위하여 그림 4 (b)의 적응 방법을 사용한다. 여기서 입력신호  $s$ 는 외란과 통계적 특성이 같은 신호를 사용한다. 기준 모델로는 시간 지연이나 저역 통과 필터를 사용한다. 시간 지연을 사용하면 nominal 플랜트는 저역 통과 필터이므로  $W$  필터는 고역 통과 필터가 되어 잡음과 불확실한 등특성에 의해서 시스템이 불안정하게 된다. 저역 통과 필터를 사용하면  $Q$  필터에서 와 같은 이유로 외란의 추정값  $\hat{d}$ 이 외란  $d$ 를 정확하게 추정하지 못하여 보상이 잘 되지 않는다.

외란이 (4)로 주어진 한 주파수 성분만을 가지고 있을 때 그림 4 (c)와 같은 구조를 갖는 주기적 외란 보상기를 제안한다.  $\hat{W}$  필터는 그림 4 (d)의 적응 방법을 사용하여 구한다. 정확한 외란을 추정하기 위해 그림 4 (b)에서 사용한, 시간 지연이나 저역 통과 필터와 같은 기준 모델은 사용하지 않는다. 입력신호  $s$ 는 주기적 외란과 같은 주파수를 갖는 사인(sine) 신호를 사용한다. 얻어진  $\hat{W}$ 는 고역 통과 필터이므로 시스템의 안정성을 보장하기 위해 저역 통과 필터  $L$ 을 추가한다. 그림 4 (d)에서 저역 통과 필터  $L$ 의 군지연(group delay)  $G_d$ 는 nominal 플랜트에 시간 지연을

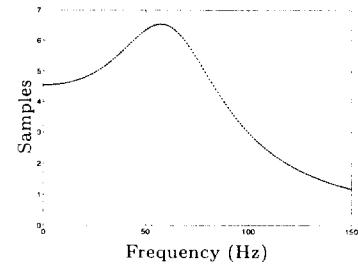


그림 5 저역 통과 필터  $L$ 의 군지연  
Fig 5: Group delay of low pass filter  $L$

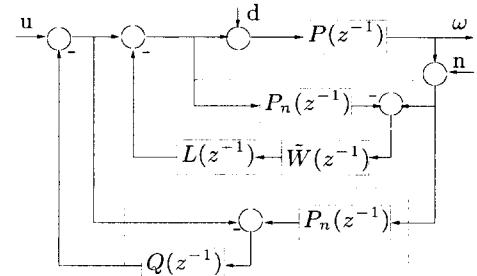


그림 6 외란 관측자와 주기적 외란 보상기의 구조  
Fig 6: Structure of disturbance observer plus periodic disturbance canceler

추가함으로써 보상할 수 있다.

$$G_d = -\frac{d(\angle L(j\omega))}{d\omega} \Big|_{\omega=2\pi f_d} \quad (13)$$

그림 4 (d)에서  $G_d + 1$ 만큼의 시간 지연을 추가한 것은 저역 통과 필터  $L$ 의 군지연뿐 아니라 디지털 제어에 의한 한 샘플링 만큼의 시간 지연을 보상해 주기 위해서이다.  $\hat{W}$  필터는 고역 통과 필터이고  $L$  필터는 저역 통과 필터이므로  $L\hat{W}$ 는 대역 통과 필터가 된다.  $\hat{W}$ 는 주기적 외란의  $G_d + 1$  샘플링 시간 만큼을 예측하는 필터가 되고  $L$  필터를 거치면서 제어기의 출력까지  $G_d + 1$  만큼의 시간 지연으로 결국 정확한 주기적 외란의 추정, 보상이 이루어지게 된다.

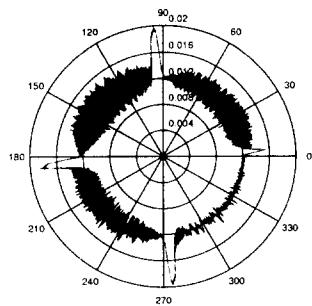
저역 통과 필터  $L$ 은 주기적 외란의 주파수에서 리플(ripple)이 없어야 하고 군지연이 작아야 하므로 Chebyshev 필터 디자인 방법을 사용하여 구하였다 [7]. 그림 5는 저역 통과 필터  $L$ 의 군지연을 보여주고 있다.

## 4.3 외란 관측자와 주기적 외란 보상기

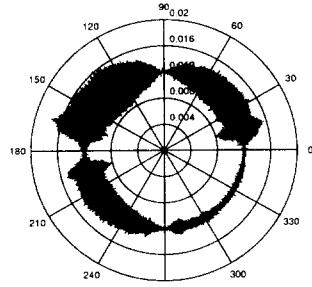
주기적 외란 보상기는 한 주파수를 갖는 주기적 외란을 보상하도록 적응되었으므로 저주파수 영역의 외란은 보상해 주지 못한다. CNC 공작 기계의 절삭 가공에서 마찰력과 주기적 외란을 모두 보상하기 위해서 그림 6 구조를 사용하였다. 먼저 주기적 외란을 보상하기 위해 내부에 주기적 외란 보상기를 사용하여 절삭 가공시 발생하는 주기적 외란을 보상해 주고 바깥쪽에 외란 관측자를 사용하여 마찰력을 보상해 주었다.

## 5. 실험 결과

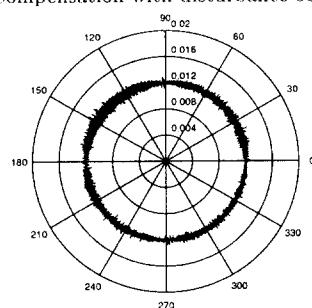
절삭 실험을 위해서 통일 중공업의 TNV-40 수직형 CNC 공작 기계를 사용하였고 XY 축에는 Yaskawa사의 AC 서



(a) No disturbance compensation



(b) Compensation with disturbance observer



(c) Compensation with disturbance observer plus periodic disturbance canceler

그림 7 원호 가공의 실험 결과

Fig 7: Experimental results for circular motion

보 모터(USAMED09MA2)와 서보팩(CACR-SR10BB) 그리고 TMS320C32를 사용하여 자체 제작한 위치 제어 보드를 사용하였다. 위치 제어기로는 비례 제어기를 사용하였다. 모터의 위치 측정을 위해 24000 pulse/rev의 인코더를 사용하였다. 위치 측정의 최소 단위, 즉 한 펄스는  $\frac{1}{24}\mu\text{m}$ 이다. 절삭 가공에는 지름이 8mm이고 두날을 가진 엔드밀과 폐가공물 SS41C를 사용하였다.

그림 7은 스팬들 모터를 1500rpm의 속도로 회전시키면서 반지름이 6mm인 원을 120mm/min의 이송속도로 깊이 2mm만큼 절삭한 실험 결과이다. 주기적 외란의 주파수는 (4)로부터 50Hz임을 계산할 수 있다. 각 축에 사용된  $L(z^{-1})$ 과  $\tilde{W}(z^{-1})$ 는 다음과 같다.

$$L_x(z^{-1}) = L_y(z^{-1}) = \frac{0.009 + 0.018z^{-1} + 0.018z^{-2} + 0.009z^{-3}}{1 - 2.148z^{-1} + 1.623z^{-2} - 0.421z^{-3}}$$

$$\tilde{W}_x(z^{-1}) = 9.915 - 21.856z^{-1} + 11.291z^{-2}$$

$$\tilde{W}_y(z^{-1}) = 13.103 - 29.523z^{-1} + 15.766z^{-2}$$

그림 7 (a)는 외란을 전혀 보상하지 않았을 때의 결과이다. 90도마다 마찰력으로 인한 큰 윤곽오차와 주기적 외란에 의해 50Hz의 주파수를 갖는 오차를 볼 수 있다. 그림 7 (b)는 외란 관측자를 사용하여 외란을 보상한 경우이다.

표 2 실험 결과의 통계적 분석

TABLE 2: Statistical analysis of experimental results

종류	그림 7 (a)	그림 7 (b)	그림 7 (c)
최대 윤곽 오차	$7.8\mu\text{m}$	$5.7\mu\text{m}$	$1.5\mu\text{m}$
윤곽 오차 표준 편차	$1.5\mu\text{m}$	$1.3\mu\text{m}$	$0.3\mu\text{m}$

마찰력을 외란 관측자에 의해 보상되었으나 주기적 외란은 거의 보상되지 못하고 오히려 부분적으로는 증폭되고 있음을 알 수 있다. 그림 7 (c)는 외란 관측자와 주기적 외란 보상기를 함께 사용한 경우로 마찰력과 주기적 외란 모두가 보상되었다. 표 2는 외란의 보상 정도를 알아보기 위해 각각의 실험 결과의 최대 윤곽 오차와 윤곽 오차의 표준 편차를 나타낸 것이다. 주기적 외란의 보상 정도는 윤곽 오차의 표준 편차로 알 수 있다. 외란 관측자와 주기적 외란 보상기를 함께 사용함으로써 최대 윤곽 오차와 윤곽 오차의 표준 편차가 현저히 줄어들었음을 알 수 있다.

## 6. 결론

본 논문에서 외란 관측자는 저주파수 영역에서의 외란만을 효과적으로 보상할 수 있기 때문에 절삭에 의한 주기적 외란을 보상하기 위해 주기적 외란 보상기를 제안하였다. 외란 관측자와 주기적 외란 관측자를 함께 사용함으로써 마찰력과 주기적 외란을 모두 보상하였다. 제안된 외란 보상기를 CNC 공작 기계의 위치 제어 시스템에 구현하여 절삭 가공을 하였다. 마찰력과 주기적 외란을 보상함으로써 정밀 절삭이 가능하게 되었다.

## 참고문헌

- [1] S. Endo, H. Kobayashi, C. J. Kempf, S. Kobayashi, M. Tomizuka, and Y. Hori, "Robust digital tracking controller design for high-speed positioning systems," *Control Eng. Practice*, vol.4, no.4, pp.527-536, 1996.
- [2] H. S. Lee, "Robust digital tracking controllers for high speed/high-accuracy positioning systems," *Ph. D. dissertation, Univ. of California at Berkeley*, 1994
- [3] T. Umeno and Y. Hori, "Robust speed control of servomotors using modern two degrees-of-freedom controller design," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol.38, no.5, pp.363-368, Oct. 1991.
- [4] C. Canudas, K. J. Astrom, and K. Braun, "Adaptive friction compensation in DC-motor drive," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol.RA-3, no.6, pp.681-685, 1987.
- [5] B. Widrow, E. Walach. *Adaptive Inverse Control*, Prentice Hall, 1996.
- [6] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, third ed., Prentice Hall, 1996.
- [7] V. Oppenheim, Ronald W. Schafer, *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice Hall, 1989.