

## 3차원 등가자기회로방법을 이용한 Brushless DC 모터의 진동원으로서의 Radial Force Density 해석

°전연도, 허진, 윤상백, \*홍정표, 현동석  
한양대학교 전기공학과, \*창원대학교 전기공학과

### Analysis of Radial Force Density as a Vibration Source in Brushless DC Motor Using 3D Equivalent Magnetic Circuit Network Method

Y. D. Chun, J. Hur, S. B. Yoon, \*J. P. Hong and D. S. Hyun  
Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University,  
\*Dept. of Electrical Engineering, Changwon National University

**Abstract** - This paper presents analysis of the radial force density in brushless DC motor of which distribution is not uniform in the axial direction. The analysis considering 3D shape of teeth and overhang is not only important but essential to calculate the radial force density that acts on the teeth of stator, because it is frequent source of vibration and changes at the end of teeth. For the analysis, a new 3D equivalent magnetic circuit network method taking into account movement of the rotor without remesh is proposed. The radial force density is calculated by Maxwell stress tensor and analyzed by discrete Fourier transform.

#### 1. 서론

Brushless DC 모터는 영구자석의 신소재 개발과 기술의 발달로 고성능, 소량, 경량화 하는 추세에 있다. 그러나 이에 따라 단위부피당 전자기부하가 커져서 진동 및 소음의 특성이 악화되고 있다.

모터의 소음 및 진동의 원인은 크게 전자기적 요인과 기계적 요인으로 나눌 수 있으며, 전자기적 요인의 경우 모터의 고정자에 작용하는 전자기적인 힘이 구동 토크를 발생시키고 동시에 radial force density가 가진력이 되어 고정자를 진동시킨다. 특히 외부가진력의 진동수가 기계의 고유진동수와 일치할 때 공진현상에 의해 모터 부품의 마모 및 과도한 소음을 유발하게 된다. 따라서 모터의 진동해석에 있어서는 외부가진력 즉 radial force density의 정확한 분석이 필수적이다 [1], [2].

고정자에 작용하는 자기적 힘을 분석하기 위해서는 일반적으로 유한요소법이 많이 이용되고 있다. 그러나 2차원 해석의 경우 고정자에 작용하는 힘은 치의 양 끝단과 축방향으로의 분포가 일정하지 않고 시간, 공간의 함수이므로 정확하게 분석하기 어렵다. 또한 3차원 해석의 경우 치와 슬롯의 구조를 표현할 수 있어 비교적 정확한 계산이 가능하나 이

동을 고려한 동특성 해석시 요소분할과 같은 선처리작업이 어려우며 많은 요소절점수로 인해 행렬연산이 방대해져 계산시간이 많은 단점이 있다.

3차원 등가자기회로방법은 이러한 문제점을 보완한 것으로 이 방법은 3차원 유한요소법에 비해 간편하고 계산시간이 적은 장점을 가지고 있다. 또한 이동에 따른 동특성 해석시 영구자석의 상대적 위치에 따라 변화하는 자화분포를 인가하여 초기요소를 그대로 사용하므로 요소재분할의 필요가 없으며 이에 따른 시간도 절약된다 [3].

본 논문에서는 3차원 등가자기회로방법을 이용하여 치의 표면에 고정된 9개의 점들에 대해 자속밀도를 구하였다. 그리고 맥스웰 응력법을 이용하여 이 점들에 대한 radial force density를 계산하고 이산 푸리에 변환을 통해 시간 고조파를 분석하였다.

#### 2. 해석방법

##### 2.1 3차원 등가자기회로방법

그림 1은 brushless DC 모터의 해석단면을 보여주며 해석모델의 체원은 표 1에 나타내었다. 본 논문의 해석방법은 해석영역을 매질의 종류에 따라 구분한 후 요소분할하고, 각 요소의 중점에 절점을 잡고 서로 연결하여 등가자기회로망을 구성한 후, 각 절점에 대하여 자속과 자기저항의 곱이 기자력과 등가라는 조건과 자속의 연속조건으로부터 절점 방정식을 구성하고 이를 조합한 계방정식으로부터 전체 해석영역의 각 절점에 대한 자위를 계산한다.

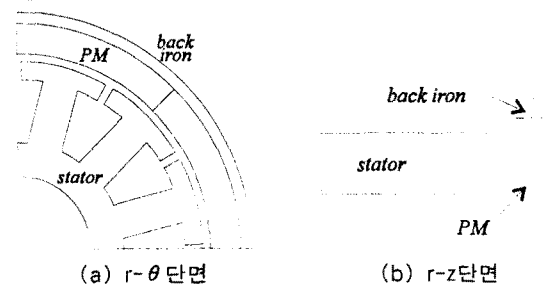


그림 1. Brushless DC 모터의 해석 단면

표 1. 해석모델의 제원

극수	8	치의 깊이	4.56 (mm)
슬롯수	12	자극 높이	3.7 (mm)
상수	3	극당 자극각도	45 (deg)
회전자 내경	28.2 (mm)	잔류자속 밀도	0.7 (T)
회전자 외경	30.6 (mm)	보자력 (Hc)	5 (KG)
고정자 내경	14.5 (mm)	공극	0.25 (mm)
고정자 외경	28 (mm)	오버행	0.6 (mm)

이때 구동벡터인 각 요소에서의 기자력은 영구자석의 잔류자속밀도와 전기자권선의 기자력으로부터 구하며, 계산된 각 절점의 자위와 절점사이의 자기저항과 단면적으로부터 자속밀도를 계산한다.

### 2.2 기본방정식

그림 2는 해석모델에 대한 간략화된 3차원 등가 자기회로망을 나타내고 있다. 일반적인 자기회로에서의 자속은 자기저항의 역수인 퍼미언스와 절점에서의 자위(또는 기자력)의 곱과 같다. 두절점  $(i, j, k)$ 와  $(i, j-1, k)$ 간의 자속  $\Phi_{y_{i,j-1,k}}$ 와 자속밀도  $B_{y_{i,j-1,k}}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi_{y_{i,j-1,k}} = P_{y_{i,j,k}}(U_{i,j+1,k} - U_{i,j,k} + E_{i,j-1,k}) \quad (1)$$

$$B_{y_{i,j-1,k}} = \Phi_{y_{i,j-1,k}} / S_{y_{i,j-1,k}} \quad (2)$$

여기서  $U_{i,j,k}$ 는 각절점의 자위값에 해당하는 미지의 값이고,  $P_{y_{i,j,k}}$ 와  $S_{y_{i,j-1,k}}$ 는 각절점의 y방향의 퍼미언스와 단면적이며,  $E_{i,j-1,k}$ 는 소스내부에 해당하는 영구자석과 전기자권선의 기자력이 분포하고 있는 치와 슬롯의 기자력이다.

각 요소에서의 퍼미언스와 기자력으로부터 구성된 3차원 등가자기회로망을 이용하여 임의의 점  $(i, j, k)$ 에 자속의 연속조건을 적용하고 모든 절점에 대해 절점방정식을 구하면 식 (3)과 같이 행렬의 형태로 나타낼 수 있다.

$$[P]\{U\} = \{f\} \quad (3)$$

여기서 [P]는 퍼미언스 계수행렬이고 {U}는 절점의 자위행렬이며, {f}는 전기자권선 및 영구자석의 기자력과 퍼미언스의 곱인 구동벡터이다.

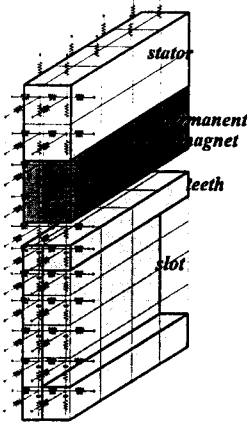


그림 2. 간략화된 모델의 3차원 등가자기회로망

### 2.3 회전자의 이동

시변 자속의 계산을 위해서 회전자의 이동을 고려한 동특성 해석이 필요하다. 3차원 유한요소법에서는 요소분할과 같은 선처리작업이 어려우며 또한 이동에 따른 매 시간스텝에서의 요소재분할이 필요하고 많은 요소절점수로 인한 행렬연산이 방대해져 계산시간이 많은 단점이 있었다. 그러나 3차원 등가자기회로망법에서는 영구자석의 상대적 위치에 따라 변화하는 자화분포를 이용하므로써 회전자의 이동 문제를 간단히 해결할 수 있으며 초기 요소분할을 계속 사용하기 때문에 요소재분할이 필요하지 않고 계산시간을 절약할 수 있다. 회전자의 운동방정식은 다음과 같이 식 (4)로 주어진다.

$$J(dw/dt) + q\omega = T \quad (4)$$

여기서 J는 회전자의 관성모멘트,  $\omega$ 는 회전자의 속도, q는 점성계수, T는 토크이다.

위의 운동방정식을 기초로 PI 속도제어계를 이용하였다. 시간스텝은 0.01(ms), 속도는 5400(rpm)이고, 각 권선에 3상전압을 인가하였다.

### 2.4 맥스웰 응력법

맥스웰 응력법으로 유도한 치의 표면에 작용하는 radial force density는 식 (5)와 같이 주어진다 [4].

$$\vec{F}_s = [\vec{H}_1(\vec{B}_1 \cdot \vec{n}_{12}) - (\vec{B}_1 \vec{H}_1/2) \vec{n}_{12}] - [\vec{H}_2(\vec{B}_2 \cdot \vec{n}_{12}) - (\vec{B}_2 \vec{H}_2/2) \vec{n}_{12}] \quad (5)$$

여기서  $\vec{H}_i$ 와  $\vec{B}_i$ 는 각각 경계면에 인접한 surface element의 자계의 세기와 자속밀도를 나타내고,  $\vec{n}_{12}$ 는 경계면에 수직한 단위 벡터를 나타낸다.

### 2.5 주파수 분석

고정자의 치 표면에 작용하는 radial force density를 식 (6)에 의해 이산 푸리에 전개한다.

$$F(\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}-1} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (6)$$

$$a_0 = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^N NF(\omega t_i)$$

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^N NF(\omega t_i) \cos n\omega t_i$$

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N F(\omega t_i) \sin n\omega t_i$$

여기서 N은 반경방향의 힘의 한주기이다.

### 3. 해석결과

해석에 사용된 모터는 극수 8, 치 12, 3상의 outer rotor type이다. 그림 3은 치의 표면에 고정된 9개의 점을 보여주고 있으며 그림 4와 그림 5는 각 세점에 대한 시간중속함수인 radial force density 분포를 보여주고 있다. 한 주기의 힘의 분포가 치의 가운데 점 2와 5에서는 비교적 대칭적이나 다른 점

들에서는 영구자석간의 누설자속과 고정자의 치, 슬롯 구조로 인한 자속의 프린징 현상으로 인해 비대칭임을 알 수 있다. 그림 6은 이산 푸리에 변환을 이용하여 점 4, 5, 6에 대한 스펙트럼 분석을 나타내고 있다. 그림 6 (b)에서는 좀 더 높은 차수의 고조파 성분을 보기 위해 제 5고조파까지의 성분이 제거되었다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 Brushless DC 모터의 radial force density를 해석하기 위해 회전자의 이동을 고려한 3차원 등가자기회로방법을 이용하였다. 고정자의 치에 작용하는 힘은 맥스웰 응력법으로 계산하고 이산 푸리에 변환을 통해서 시간 고조파를 분석하였다. 제시된 방법은 3차원 유한요소법에 비하여 훨씬 간단하며, 요소재분할의 필요가 없으므로 계산이 짧고 이동문제가 간단히 해결되므로 진동원으로서의 radial force density 해석에 효과적임을 알 수 있었다. 또한 brushless DC 모터나 synchronous 모터, stepping 모터와 같은 영구자석 모터에 적용되면 이들의 전자계해석에 유용한 수치해석법이라고 사료된다.

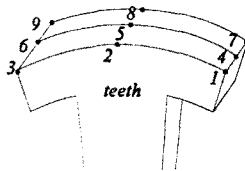


그림 3. 치의 표면에 고정된 9개의 점

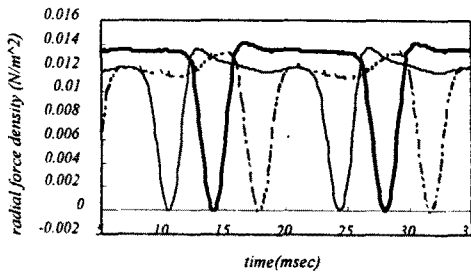


그림 4. 점 1, 2, 3에서의 radial force density 분포

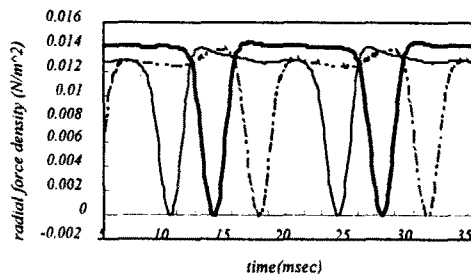
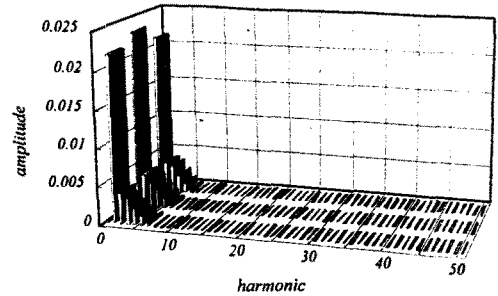
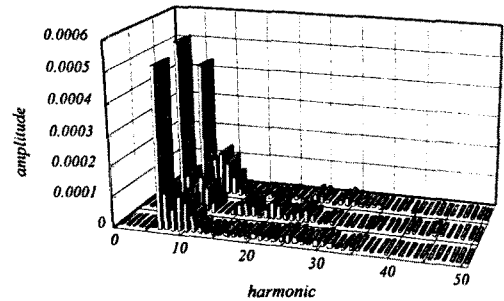


그림 5. 점 4, 5, 6에서의 radial force density 분포



(a)



(b)

그림 6. 점 4, 5, 6에서의 radial force density 스펙트럼 분석

#### (참 고 문 헌)

- [1] B. S. Rahman and D. K. Lieu, "The origin of permanent magnet induced vibration in electric machines," *ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 113, no. 4, pp. 476-481, 1991.
- [2] D. H. Im et al., "Analysis of radial force as a source of vibration in an induction motor with skewed slots," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 33, no. 2, pp.1650-1653, 1997.
- [3] J. Hur, S. B. Yoon, D. Y. Hwang and D. S. Hyun "Analys of PMLSM using 3D equivalent magnetic circuit network method," *IEEE Trans. on Magnetics*, 1997.(to be press)
- [4] G. Henneberger et al., "Procedure for the numerical computaion of mechanical vibrations in electrical machines," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol 28, no. 2, pp. 1351-1354, 1992.