프랙탈 현상을 이용한 과도 안정도 해석

최 종 윤°, 안 현 식, 김 진 오
한양대학교 전기공학과

Transient Stability Analysis Using Fractal Behaviours

Jong Yun Choi, Hyun Sik Ahn, Jin O Kim
Department of Electrical Engineering, Hanyang University

Abstract - Transient stability analysis is concerned with a power system's response to unwanted disturbance. Recently, direct method which utilize the stable region of stable equilibrium point is used to analyze transient stability. This paper focuses on the controlling UEP method using the fractal behaviours. In the controlling UEP method, many algorithms are used to find controlling UEP. However, the existence of fractal region gives difficulty in finding the controlling UEP. So, this paper observes the fractal feature and introduce the fractal index to explain how much the fractal region occupies in the entire space. Using an improved algorithm from the view point of fractal index, we are going to find the controlling UEP.

1. 서 론

전력계통에 있어서 과도 안정도를 해석하는 방법으로 직접법(Direct method)이 이용되고 있다. 이 방법은 시스템을 직접 적분하는 고전적인 방법과는 달리, 과도 에너지 함수의 성질을 이용하여 비선형 시스템 자체의 안정한 영역을 추정하여 안정성을 판별하는 방법으로 최단 불안정평형점 방법(Closest Unstable Equilibrium Point method)과 제어 불안정평형점 방법(Controlling Unstable Equilibrium Point method)이 있다[1,3,4]. 제어 불안정평형점 방법은 시스템의 고장후 초기치에만 영향을 받는 최단 불안정평형점 방법과는 달리 고장시 시스템의 궤적을 고려함으로써 최단 불안정평형점 방법보다는 좀 더 넓은 안정영역을 추정할 수가 있다. 지금까지 제어 불안정평형점을 구하는데 있어서 뉴튼-랩슨법, DFP법, CGN법 등의 여러 알고리즘이 이용되어왔지만[5], 이러한 알고리즘을 사용하는데 있어서 프랙탈 영역(Fractal Region)이 존재하게 되면 정확하게 제어 불안정평형점을 찾는 데에 어려운 점이 있기 때문에 이러한 영역을 최소화시킬 수 있는 대안이 필요하게 된다[2,6]. 본 논문에서는 이러한 알고리즘들에서의 프랙탈 영역을 살펴보고 각 알고리즘들에 대해서 얼마만큼의 프랙탈 영역을 가지는가를 수치적으로 비교, 분석하기 위해서 프랙탈 지수라는 개념을 새롭게 정의하였다. 또한 이를 통해서 프랙탈 현상을 가장 많이 개선시킨 알고리즘을 이용하여 좀 더 정확하게 불안정평형점을 찾아내고자 한다.

2. 본 론

과도 안정도 해석에 사용되는 직접법은 과도에너지 함수를 이용하여 고장후 계통의 안정 평형점의 안정 영역을 추정하는 방법이다. 이 방법을 위해 계통의 부하는 모두 상수 임피던스로 가정하고, 전달 컨덕턴스를 무시하면 다음과 같은 동요방정식(Swing Equation)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= w \\ M\dot{w} &= P - D\,w - f(\delta,\ V) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 M_i, D_i는 발전기 고유의 상수로서 각각 관성과 댐핑 상수를 나타내며, 행렬 $\boldsymbol{M}$과 $\boldsymbol{D}$는 이들을 대각원소로 갖는 대각행렬이다. 또한 벡터함수 f는 전력방정식을 나타내며, 다음과 같이 나타난다.

$$f_i(\delta,\ V) = \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n+1} V_i V_j B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \tag{2}$$

위 식은 고장전, 고장중, 고장후 상태에서 서셉턴스 B_{ij}만을 제외하고 같은 형태를 취하게 된다. 그리고 직접법에 사용되는 과도 에너지 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} V(\delta,\ w) &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} M_i w_i^2 - \sum_{i=1}^{n} P_i(\delta_i - \delta_i^s) \\ &\quad - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n+1} V_i V_j B_{ij}\{\cos(\delta_i - \delta_j) - \cos(\delta_i^s - \delta_j^s)\} \end{aligned} \tag{3}$$

2.1 제어 불안정평형점 방법

안정 영역을 추정하는데 사고시 계통의 궤적을 고려하는 방법으로 사고시 이탈점으로부터 제어불안정평형점을 구한다. 이 때, 프랙탈 현상으로 인해 정확한 제어 불안정평형점을 구하지 못하는 경우가 생길 수 있다. 본 논문에서는 각 알고리즘들의 프랙탈 현상을 살피고, 프랙탈 지수를 정의하여 프랙탈 영역의 차이를 수치적으로 비교하였다.

2.2 프랙탈 지수

일반적인 집합의 차원을 정의하는 방법으로 기하학적인 해석방법이 사용되어 지는데 이 경우 직선이나 속이 꽉찬 평면은 그 차원이 정수로 표현된다. 하지만 정수로 표현될 수 없는 복잡한 구조를 가지는 집합은 그 차원을 실수로 표현하게 된다. 이처럼 정수로 표현되지 않는 차원을 프랙탈 차원(Fractal Dimension)이라 한다.

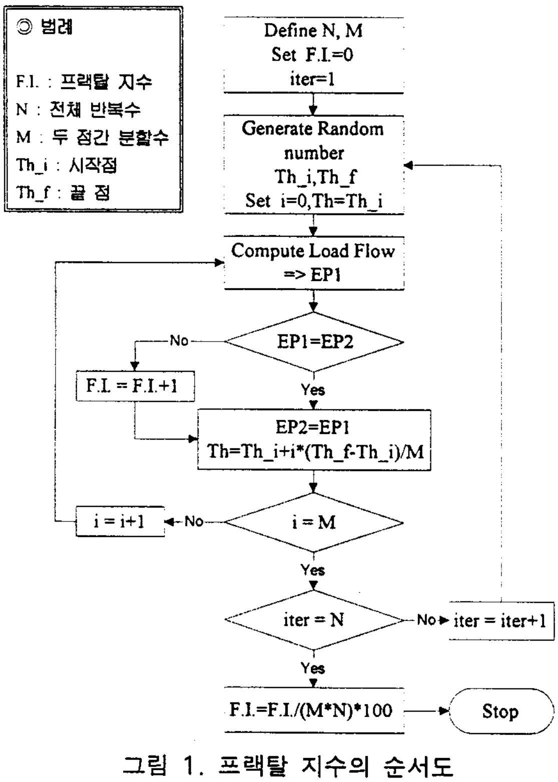

그림 1. 프랙탈 지수의 순서도

그러나 본 논문에서 사용되어지는 알고리즘들의 프랙탈 영역은 초기치의 작은 차이로 인해서 서로 다른 평형점으로 수렴하는 점들로 이루어져 있기 때문에 위에서 설명한 프랙탈 차원으로 프랙탈 영역을 나타낼 수 없다. 따라서 본 논문에서는 여러 알고리즘들에 대해 이러한 프랙탈 영역의 차이를 수치적으로 비교, 확인하기 위해서 프랙탈 지수(Fractal Index)라는 개념을 새롭게 정의하였다. 프랙탈 지수를 구하는 과정은 그림 1의 순서도에 나타나 있다. 먼저 전 영역에서 난수를 발생시켜 임의의 두 점을 구한 다음, 그 두 점을 잇는 선분을 따라 서로 다른 평형점으로 수렴하는 점들의 수를 백분율로 표시하고, 그 값의 총 횟수에 대한 평균값을 구하면 프랙탈 지수가 된다. 이렇게 얻어진 프랙탈 지수는 수치적으로 전체 영역에 대해서 프랙탈 영역이 얼마나 차지하는 가를 표현해 준다.

2.3 사례 연구

프랙탈 현상을 확인하기 위해 다음과 같은 4개의 발전기를 가지는 계통을 이용하였다[4].

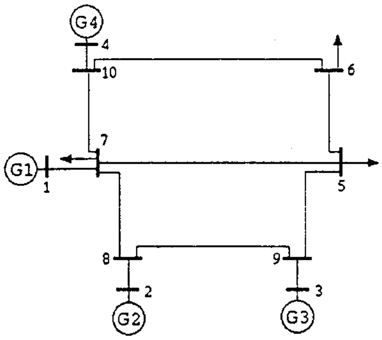

그림 2. 4개의 발전기를 가지는 계통

위의 계통에서 8-9 선로의 8번 버스쪽에서 사고가 일어났을 때, 그 선로를 제거시킨 고장 후 계통의 평형점들은 다음의 표 1에 나타나 있다.

표 1. 고장 후 계통의 평형점

EP No.	θ_1	θ_2	θ_3	Type	Energy
1	0.09930	0.25115	0.03962	stable	0
2	0.12092	0.28100	3.40382	Type1	1.2431
3	0.16887	3.07478	0.04190	Type1	0.9682
4	3.12343	0.40667	0.07824	Type1	1.5076
5	0.21793	3.04253	3.45148	Type2	2.0057
6	3.09656	3.08178	0.06623	Type2	2.0235
7	3.11818	0.47862	3.48434	Type2	2.4260
8	3.07507	3.00906	3.53413	Type3	2.4764

위의 표는 4번 발전기를 기준(Reference)으로 한 평형점들을 나타내며, EP1이 고장 후 계통의 안정 평형점이 된다.

제어 불안정평형점을 찾는 과정에서 사용되는 알고리즘으로 뉴튼-랩슨법, DFP(Davidon-Fletcher-Powell)법, BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)법, 그리고 Euler 적분법과 뉴튼-랩슨법을 결합시킨 수정된 NR법을 사용하였다. 각각의 알고리즘에 대한 프랙탈 영역을 그림 3,4,5에 나타내었으며, 또한 프랙탈 영역을 수치적으로 비교하기 위해 각각의 알고리즘에 대한 프랙탈 지수를 표 2에 나타내었다.

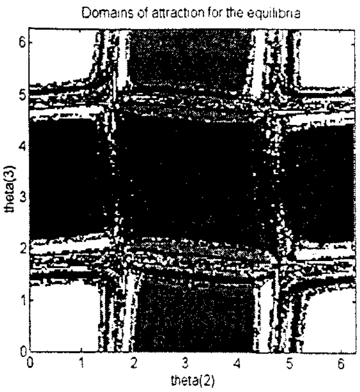

그림 3. 뉴튼-랩슨법에서의 프랙탈 영역

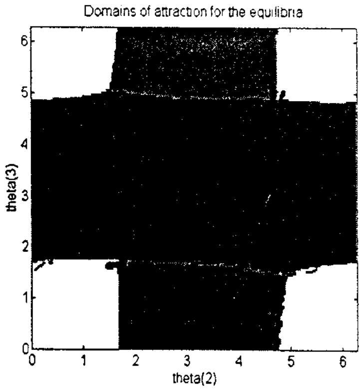

그림 4. DFP법에서의 프랙탈 영역

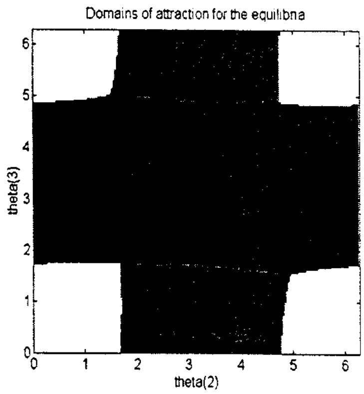

그림 5. 수정된 NR법에서의 프랙탈 영역

표 2. 프랙탈 지수

알고리즘	프랙탈 지수 (%)
뉴튼-랩슨법	23.625
DFP법	0.573
BFGS법	0.551
수정된 NR법	0.229

그림 3,4,5는 프랙탈 현상을 살펴보기 위해 θ_1을 고정시키고 θ_2와 θ_3를 200×200으로 나누어 각 초기치에 대해 수렴하는 평형점을 같은 색으로 나타낸 그림이다. 그림 3,4,5와 표 2의 결과를 보면 뉴튼-랩슨법이 DFP법이나 수정된 NR법보다 많은 프랙탈 영역을 가지고 있음을 알 수 있으며, 수정된 NR법이 기존에 사용되는 DFP법이나 BFGS법보다 프랙탈 지수면에서 개선되었음을 알 수 있다.

제어 불안정평형점을 찾기 위해 고장시 계통이 그리는 궤적에 따라 포텐셜 에너지가 최대가 되는 점을 구하면 ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$)=(0.11026, 2.84393, 0.00994)가 된다. 이점이 고장시 이탈점이 되며, 이 점을 초기치로 해서 제어 불안정평형점을 구하게 된다.

가장 작은 프랙탈 영역을 가지는 수정된 NR법을 이용하여 제어 불안정평형점을 구하면 EP3이 제어 불안정평형점이 되고, 그 점에서의 에너지값인 0.9682보다 작은 에너지를 갖는 영역이 안정영역으로 추정된다.

3. 결 론

본 논문에서는 안정도 판별방법의 하나인 제어 불안정평형점 방법에서 제어 불안정평형점을 찾는 과정에서 발생하는 프랙탈 현상을 살펴보았고, 여러 알고리즘에 대한 프랙탈 영역과 프랙탈 지수를 보임으로써 프랙탈 현상의 차이를 확인하였다. 여러 알고리즘 중에서 가장 작은 프랙탈 영역을 가지는 수정된 NR법을 이용하여 제어 불안정평형점을 찾아보았다.

[참 고 문 헌]

[1] H. D. Chiang, F. F. Wu and P. P. Varaiya, "Foundations of the Direct Methods for Power System Transient Stability Analysis," IEEE *Trans. Circuits Syst.*, Vol. CAS-34, No.2, pp. 160-173, Feb., 1987.

[2] J. S Thorp and S. A. Naqavi, "Load Flow Fractals," *Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control*, Tampa, FL, pp. 1822-1827, Dec., 1989.

[3] M. A. Pai, *Energy Function Analysis for Power System Stability,* Kluwer Academic Publishers, Boston, 1989.

[4] M. A. Pai, *Power System Stability - Analysis by the Direct Method of Lyapunov*, North-Holland Publishing Co., 1981.

[5] S. S. Rao, *Optimization - Theory and applications*, Willey Eastern Limited, 1977.

[6] H. O. Peitgen, *Chaos and Fractals-New Frontiers of Science*, Springer-Verlag, 1992.