

## 수정 뉴턴-랩슨법을 적용한 조류 계산

김건중\* 엄재선\* 최장훈\* 장경철\* 정대원\*\*

\*충남대학교

\*\*호남대학교

### Load flow applied for improved Newton-Raphson method

K.J.Kim\* J.S.Eum\* Ch.H.Choi\* K.Ch.Jang\* D.W.Chung\*\*

\*Chungnam national univ.

\*\*Honam univ.

**Abstract** - 이제까지 전력계통의 상태를 알기 위한 조류계산은 전력방정식에 대한 직접적인 풀이로써 이루어졌다. 그런데 만일 자코비안 행렬이 singular나 유사 singular가 된다면 그 전력 방정식의 해를 구할 수가 없게 된다. singular나 유사 singular가 되는 자코비안 행렬을 가지는 전력방정식을 풀기 위하여 보조 방정식을 추가하여 미분불능인 점을 미분가능으로 변환하는 continuous method가 있다. 그런데 continuous method에서 보조 방정식은 원함수의 성질에 따라 달라지므로 어떤 일반적인 형태를 가지지 않는다. 따라서 본 논문에서는 전력방정식을 제약조건으로 가지고 부하모선의 전력이 수용가의 요구량과 거의 일치되도록 하는 것을 목적 함수로 하는 최적화 문제로 조류계산을 변환하여 풀이하였다. 이러한 최적화 기법을 이용함으로써 continuous method에서 보조방정식이 원함수에 따라 계속적으로 변하는 문제를 개선하였다.

### 1. 서 론

계통의 운용시 발전기가 상한치에 걸리는 경우가 발생하면 계통에 대한 nose curve에서는 변곡점이 발생하게 된다. 이러한 변곡점들은 자코비안 행렬을 singular로 만들어서 전력방정식의 해를 구할 수가 없게 만든다. 또한 뉴턴-랩슨법을 이용하여 계통에 대해 해석을 하게 되면 nose curve의 극점 근처가 되면 계산기의 round off error로 인하여 자코비안 행렬이 유사 singular가 되어 전력방정식의 해를 구할 수가 없게 된다. 따라서 전력계통의 상태를 알기 위한 조류계산을 전력방정식에 대한 직접적인 풀이로써 행하는 경우에는 해 근처에서 가장 수렴성이 좋다는 뉴턴-랩슨법을 이용하는 경우라도 자코비안 행렬이 singular나 유사 singular가 된다면 그 전력 방정식의 해를 구할 수가 없게 된다. 이러한 singular를 가지는 전력방정식을 풀기 위하여 보조 방정식을 추가하여 미분불능점을 미분가능으로 변환시키는 continuous method가 있는데 이것

은 보조방정식이 원함수의 성질에 따라 달라지므로 어떤 일반적인 형태를 가지지 않는다. 따라서 본 논문에서는 전력방정식을 제약조건으로 가지고 수용가의 요구 전력을 경제적으로 그리고 지속적으로 공급하도록 하기 위하여 부하모선의 전력이 수용가의 요구량과 거의 일치되도록 하는 것을 목적으로 하는 최적화 문제로 조류계산을 변환하여 풀이하였다. 이러한 방법을 이용함으로써 자코비안 행렬이 singular이거나 유사 singular이더라도 해를 찾으면서 목적함수로서 일정하게 고정되어 continuous method에서 보조 방정식이 계속적으로 변하는 문제를 개선하였다.

### 2. 본 론

#### 2.1 p-v 특성

계통은 많은 발전기와 부하모선들로 구성되어 있다. 이러한 계통에서 다른 부하레벨에 따라 조류계산의 해를 구한다면 계통에 대한 p-v 곡선이 구해진다.

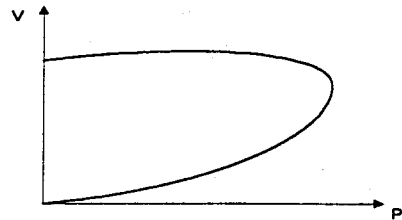


그림 1. p-v 곡선

계통에서 발전기가 발전상한치에 이르게 되면 이 발전기는 발전모선으로써 고려하지 못하고 부하모선으로 고려하게 된다. 따라서 이러한 경우가 발생하게 되면 계통의 구성이 바뀐 것과 같은 효과를 발생하여 새로운 p-v 특성을 나타내게 된다. 따라서 기존의 p-v특성과 새로운 p-v 특성이 연결되는 지점에서 변곡점이 발생하고 되고 이러한 변곡점에서는 자코비안 행렬이 singular가 되어 조류계산의

해를 구할 수가 없게 된다. 또한  $P_{max}$ 가 되는 p-v 곡선의 한계점 근처에 이르게 되면 수치 해석적 기법으로 인한 계산기의 round off error 때문에 자코비안 행렬이 singular가 된다. 따라서 계통에서 발전기가 발전상한치에 이르게 되면 변곡점과 한계점 부근에서 singular가 발생하게 되고 발전기가 발전상한치에 이르지 않는다고 하더라도 한계점 부근에서 singular가 발생하게 되어 조류계산의 해를 구할 수가 없게 된다.

## 2.2 문제의 정식화

계통은 수용가의 요구 전력을 경제적으로 그리고 지속적으로 공급하도록 하는 것을 목적으로 하기 때문에 부하모선의 전력이 수용가의 요구량과 거의 일치되도록 하여야 한다. 또한 계통의 연결상태 등을 나타내는 것이 전력방정식이므로 부하모선의 전력은 전력방정식을 만족하는 값이 되어야 한다. 따라서 계통에 대해 수학적으로 모델링하면

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(y_P, y_Q) \\ \text{s.t.} \quad & P_B(V, \theta) - y_P = 0 \\ & Q_B(V, \theta) - y_Q = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

가 된다. 단 이때

$$f(y_P, y_Q) = \frac{1}{2}(y_P - y_P^s)^T(y_P - y_P^s) + \frac{1}{2}(y_Q - y_Q^s)^T(y_Q - y_Q^s) \quad (2)$$

$$y_P = [P_G \ P_D]^T \quad (3)$$

$$y_Q = Q_D \quad (4)$$

으로써  $y_P$ 는 발전모선의 유효전력과 부하모선의 유효전력을 나타내고  $y_Q$ 는 부하모선의 무효전력을 나타낸다.

위의 문제를 라그랑지안 쌍대함수를 이용하여 변환하면

$$L = f(y_P, y_Q) + \lambda_P^T(P_B(V, \theta) - y_P) + \lambda_Q^T(Q_B(V, \theta) - y_Q) \quad (5)$$

이 되고 이때의 최적조건식은

$$\frac{\partial L}{\partial y_P} = y_P - y_P^s + \lambda_P = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_Q} = y_Q - y_Q^s + \lambda_Q = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial V} = \left(\frac{\partial P_B}{\partial V}\right)^T \lambda_P + \left(\frac{\partial Q_B}{\partial V}\right)^T \lambda_Q = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \left(\frac{\partial P_B}{\partial \theta}\right)^T \lambda_P + \left(\frac{\partial Q_B}{\partial \theta}\right)^T \lambda_Q = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_P} = P_B(V, \theta) - y_P = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_Q} = Q_B(V, \theta) - y_Q = 0 \quad (11)$$

가 된다. 따라서 원래문제의 최적해를 갖기 위한 필요충분 조건은 최적조건식의 해를 찾는 것이므로 최적조건식에 대해 뉴턴랩슨법을 이용하면

$$[H] \Delta z = \Delta G(z) \quad (12)$$

가 된다. 단 이때

$$\Delta z = [\Delta y_P \ \Delta y_Q \ \Delta V \ \Delta \theta \ \Delta \lambda_P \ \Delta \lambda_Q]^T \quad (13)$$

$$G(z) = \left[ \frac{\partial L}{\partial y_P} \ \frac{\partial L}{\partial y_Q} \ \frac{\partial L}{\partial V} \ \frac{\partial L}{\partial \theta} \ \frac{\partial L}{\partial \lambda_P} \ \frac{\partial L}{\partial \lambda_Q} \right]^T \quad (14)$$

$$[H] = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & H_{VV} & H_{V\theta} & J_{PV}^T & J_{QV}^T \\ 0 & 0 & H_{\theta V} & H_{\theta\theta} & J_{P\theta}^T & J_{Q\theta}^T \\ I & 0 & J_{PV} & J_{QV} & 0 & 0 \\ 0 & I & J_{P\theta} & J_{Q\theta} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

가 되어 조류계산을 위한 행렬  $[H]$ 가 형태상으로는 조류계산을 위한 자코비안 행렬의 9배로 크기가 늘어나 상당한 계산시간의 손해를 가져올 것 같다. 하지만 최소행렬 기법을 사용한다면 행렬의  $[H]$ 의 구성 요소의 거의 대부분이 0이므로 실제적인 행렬의 크기는 자코비안 행렬의 3배보다 조금더 커지는 정도이다. 따라서 최적화 기법을 적용한 조류계산은 일반적인 조류계산과 수렴속도가 거의 동일하다. 또한 최근의 동향으로 보아 최적화 기법이 적용된 조류계산의 행렬이 약간 커져서 수렴속도가 느려진다고 하더라도 PC의 성능이 크게 향상되었기 때문에 큰 문제가 되지는 않는다.

## 3. 사례 연구

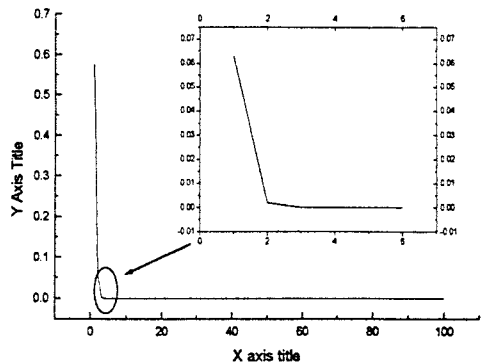


그림 2. 일반 부하에서의 일반 조류계산

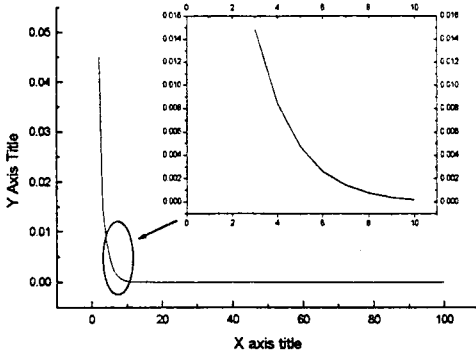


그림 3. 일반부하에서의 수정 조류계산

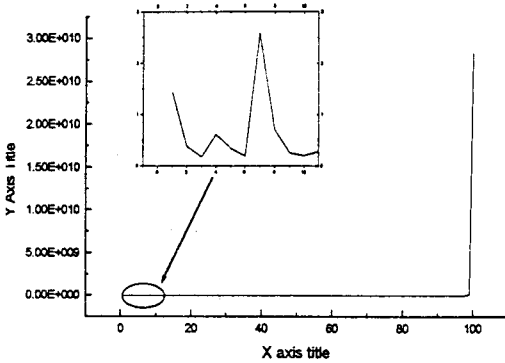


그림 4. 2.5배 부하에서의 일반 조류계산

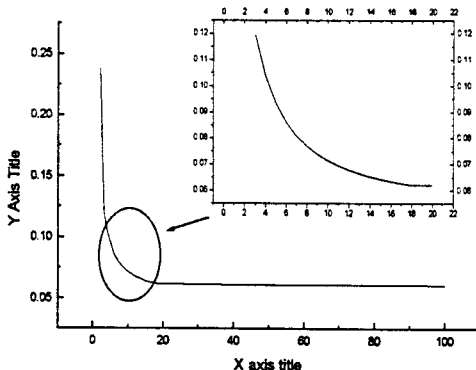


그림 5. 2.5배 부하에서의 수정 조류계산

한 것이다.

그림 2에서 보듯이 일반 부하에서 일반조류계산을 수행한 경우에는 3번째 반복에서 수렴을 함을 알 수 있다. 그림 3의 경우는 일반 부하에서 수정조류계산을 수행하는 경우로서 3번째 반복에서  $10^{-2}$ 까지 수렴을 하고 10번째 반복에서 완전히 0으로 수렴하게 된다.

그림 4는 2.5배로 부하를 증가한 후에 일반적인 조류계산을 수행한 것으로서 3회 반복 이후부터는 진동을 하면서 발산하기 때문에 조류계산의 해를 구할 수 없다. 그림 5의 2.5배로 부하를 증가시킨 후 수정 조류계산을 수행한 경우에는 5회의 반복에서  $10^{-2}$ 까지 수렴을 하고 그 이후에서 완만하게 계속해서 수렴해 가고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 최적화 기법을 조류계산에 적용함으로써 continuous method에서 발생하는 원함수가 변하는 문제를 해결하였고 불안정한 계통에 대한 조류계산의 해를 보다 확실하게 구할 수 있도록 하면서 일반적인 조류계산에 대해 계산 속도가 떨어지지 않도록 하였다. 더 나아가 p-v 곡선의 변곡점과 한계점 부근에 대한 명확한 해석을 할 수 있도록 하여 p-v 곡선을 이용한 전압안정도 해석이 보다 안정적으로 이루어지도록 하였다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] Rene Jean-Jumeau, Hsiao-Dong Chiang, "Parameterizations of the Load-Flow Equations for Eliminating Ill-conditioning Load Flow Solution", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 3, pp. 1004-1012, August 1993
- [2] 송길영의 2명, "견고한 전압안정도 한계점 계산 알고리즘에 관한 연구", '1994 대한 전기학회 하계 학술대회 논문집, pp. 792-794, 1994년 7월
- [3] Mokhtar. S. Bazaraa, "Nonlinear Programming", John Wiley & Sonss, Inc., 1979

위의 사례는 IEEE 4모선 계통에 대한 조류계산을 수행한 것이다. 그림 2와 그림 3은 IEEE 4모선 계통에 대한 조류 계산을 그대로 수행한 결과이고 그림 4와 그림 5는 IEEE 4모선 계통의 부하를 2.5배로 올려서 상한치에 도달하는 발전기가 생기도록