

Jacobian Matrix를 배제한 조류계산의 새 알고리즘에 관한 연구

문영현·노태훈·류현수·허영
연세대학교 전기공학과 에너지 시스템 연구실

A New Algorithm of Load Flow without Using Jacobian Matrix

Young-Hyun Moon · Tae-Hoon Roh · Heon-Soo Ryu · Young Heo
Dept. of Electrical Engineering Yonsei University

Abstract Newton-Raphson method is mainly used since it shows remarkable convergence characteristics. It, however, needs considerable calculation time in construction and calculation of inverse Jacobian matrix. In this paper a new type of load flow equation is summarized as follows: Since inverse calculation of Jacobian matrix is not needed in the suggested algorithm but using complex bus voltage, the calculation process is simple. With the simple structure, reduction of calculation time is achieved.

Key Word : Load Flow, Newton-Raphson method, Jacobian matrix

1. 서 론

조류계산방정식은 비선형으로 직접 해를 구하기는 어렵고 이를 해결하기 위한 방법으로서 크게 Gauss-Seidel법과 Newton-Raphson법, 분할(Decoupled Method)등이 있다. Newton-Raphson은 수렴까지의 반복횟수와 수렴성은 우수하나 반복계산과정에서 매 반복마다 자코비안(Jacobian) 행렬과 그의 역행렬을 계산해야 하므로 계산시간이 비교적 많이 소요된다.[1][2] 그러나 중부하인 경우 수렴특성이 다소 떨어지고 계통의 부하가 높은 선로가 포함된 악조건(ill-condition)일 경우 수렴특성이 떨어지는 단점이 있다.[1][3][4] 본 논문에서는 많사용하는 Newton-Raphson방법에서 매 iteration마다 사용하는 Jacobian Matrix의 역함수를 사용하지 않는 행렬식을 이용하여 보다 간단한 식을 유도함으로써 Newton-Raphson법보다 계산이 간단할 뿐만 아니라 보다 정확한 수렴값을 구하고자 한다.

2. 본 론

Newton-Raphson의 방법은 비선형 방정식에서 Jacobian matrix를 구성하기 위해 approximation 때 2차항 이상의 고차항을 모두 생략하므로 이 오차를 줄이기 위한 방법으로 모선의 전압값을 미분값이 없는 수식으로 모선 전압식을 유도하여 보다 간편하고 정확한 결과치를 산출하는 조류계산식을 구할 수 있다.

2.1 모선전압식의 유도

복소 전력식 $S = VI^*$ 에서 양변에 conjugate를 취하고 전압 V 를 diagonal matrix로 바꾸면

$$D_V^* Y_{BUS} V = P - jQ$$

여기서 $D_V = \begin{bmatrix} V_1 & \cdots & 0 & \cdots \\ V_2 & \ddots & & \\ \vdots & & V_N & \\ \cdots & 0 & \cdots & V_N \end{bmatrix}$

전압 V 는 정상상태와 미소변위로 표시할 수 있으므로

$$(D_V^* + D_{AV}^*) Y_{BUS} (V_0 + \Delta V) = P - jQ$$

$$D_V^* Y_{BUS} V_0 + D_{AV}^* Y_{BUS} V_0 + D_V^* Y_{BUS} \Delta V \approx P - jQ$$

$$(\because D_{AV}^* Y_{BUS} \Delta V \approx 0)$$

첫째항 $D_V^* Y_{BUS} V_0 = P_0 - jQ_0$ 이므로 우변으로 이항하면

$$D_{AV}^* Y_{BUS} V_0 + D_V^* Y_{BUS} \Delta V = AP - jAQ \quad \text{----- ④}$$

단 $AP = P - P_0 = P - Re(D_V^* Y_{BUS} V_0)$
 $AQ = Q - Q_0 = Q - Im(D_V^* Y_{BUS} V_0)$

식 ④를 행렬로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 & \Delta V_2 & \cdots & \Delta V_N \end{bmatrix} Y_{BUS} \begin{bmatrix} V_1^0 \\ V_2^0 \\ \vdots \\ V_N^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1^0 & V_2^0 & \cdots & V_N^0 \end{bmatrix} Y_{BUS} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = AP - jAQ \quad (2.1)$$

ith row $\Delta V_1^* Y_{11} V_1^0 + \Delta V_2^* Y_{12} V_2^0 + \cdots + \Delta V_N^* Y_{1N} V_N^0 = \Delta V_1^* \sum Y_{ik} V_k^0$
 식 (2.1)에 conjugate를 취한다

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 & \Delta V_2 & \cdots & \Delta V_N \end{bmatrix} Y_{BUS} \begin{bmatrix} V_1^{0*} \\ V_2^{0*} \\ \vdots \\ V_N^{0*} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1^0 & V_2^0 & \cdots & V_N^0 \end{bmatrix} Y_{BUS} \times$$

$$Y_{BUS} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = \Delta P + j\Delta Q \quad (2.2)$$

식(2.1), (2.2)을 summation을 사용해 나타내면

$$\begin{bmatrix} \sum Y_{ik} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} + D_{V_i}^* Y_{BUS} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = \Delta P - j\Delta Q \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} \sum Y_{ik} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} + D_{V_i}^* Y_{BUS} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = \Delta P + j\Delta Q \quad (2.4)$$

식 (2.4)로부터

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} \times \left\{ (\Delta P + j\Delta Q) - \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} \right\} \quad (2.5)$$

식 (2.5)를 (2.3)에 대입하면

$$\begin{bmatrix} \sum Y_{ik} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} \times \left\{ (\Delta P + j\Delta Q) - \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} \right\} + D_{V_i}^* Y_{BUS} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = \Delta P - j\Delta Q \quad (2.6)$$

$\Delta P + j\Delta Q$ 항을 우변으로 이항시키고 미소전압 ΔV 에 대해 묶으면

$$\begin{bmatrix} D_{V_i}^* Y_{BUS} - \begin{bmatrix} \sum Y_{ik} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = [\Delta P - j\Delta Q] - \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} (\Delta P + j\Delta Q) \quad (2.7)$$

양변에 $D_{V_i}^*$ 의 inverse를 취한다.

$$\begin{bmatrix} Y_{BUS} - D_{V_i}^{-1} \begin{bmatrix} \sum Y_{ik} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = D_{V_i}^{-1} [\Delta P - j\Delta Q] - D_{V_i}^{-1} \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} (\Delta P + j\Delta Q) \quad (2.8)$$

Let $D_i = D_{V_i}^{-1} \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix}$ 이라하면 식(2.8)

의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$\therefore \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = [Y_{BUS} - D_i Y_{BUS}^{-1} D_i^*]^{-1} D_{V_i}^{-1} \quad (2.9)$$

$$\begin{bmatrix} (\Delta P - j\Delta Q) - \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} (\Delta P + j\Delta Q) \\ \Delta Q_i = \begin{cases} 0 & \text{If Bus } i \text{ is voltage controllable} \\ Q_i^* - \text{Im}[V_i] & \text{If Bus } i \text{ is voltage uncontrollable} \end{cases} \end{bmatrix}$$

식(2.9)식은 모선전압과 유효, 무효전력의 조류계산식이며, 이식을 ΔP 와 ΔQ 로 나누어 정리하면 아래와 같습니다.

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = [Y_{BUS} - D_i Y_{BUS}^{-1} D_i^*]^{-1} D_{V_i}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum Y_{ik} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} (\Delta P + j\Delta Q) \quad (2.10)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = [Y_{BUS} - D_i Y_{BUS}^{-1} D_i^*]^{-1} D_{V_i}^{-1} \times \begin{bmatrix} I - \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} \end{bmatrix} \Delta P - \begin{bmatrix} I + \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} \end{bmatrix} \Delta Q \quad (2.11)$$

(2.11)식을 d, S, I의 간단한 형태로 표현하면

$$\Delta V = d + S \Delta Q \quad (2.12)$$

$$\Delta V = d + I \quad (2.13)$$

$$(I = S \Delta Q)$$

여기서 d 와 S matrix의 element를 표현하면

$$d = [Y_{BUS} - D_i Y_{BUS}^{-1} D_i^*]^{-1} D_i^* Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} \Delta P \quad (2.14.a)$$

$$= \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix} \quad (2.14.c)$$

$$S = (-j) [Y_{BUS} - D_i Y_{BUS}^{-1} D_i^*]^{-1} D_{V_i}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \\ \sum Y_{1k} V_k^0 & \sum Y_{2k} V_k^0 & \dots & \sum Y_{Nk} V_k^0 \end{bmatrix} Y_{BUS}^{-1} D_{V_i}^{-1} \quad (2.15.a)$$

$$= \begin{bmatrix} s_{11} & \dots & s_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N1} & \dots & s_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.15.c)$$

y'_{ij} is the element of inverse Y bus, Y_{BUS}^{-1}
 $i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, N$

2.2 P-V 모선에서 무효전력 변이의 고려

이제 위에서 이끌어낸 모선전압 변이에 관한 식에서는 p-v bus의 무효전력 변이값, ΔQ 가 정확하지 않기 때문에 따로 보다 정확하게 p-v bus의 무효전력 변이값을 구해서 다시 모선전압 변이에 관한 식에 대입하여 하여 조류계산 수렴값의 정확도와 수렴 방향성을 개선시키고자 한다. 그러기 위해서 p-v bus의 전압값과 전압변이를 합한값의

절대값의 크기는 p-v bus에서 설정된 값의 절대값과 같으므로 이 식(2.16.a)과 (2.12)에서 p-v 식에 관련된 부분을 따로 추출한 식을 연립하여 p-v bus의 정의되지 않은 무효전력 변이값, ΔQ_{udp} 를 구한다.

이러한 값을 구하는 방법은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c|c} \Delta V_{pv1}^* & \Delta V_{pv2}^* \\ \hline \Delta V_{pv1}^* & \ddots \\ \hline \vdots & \Delta V_{pvn}^* \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} \Delta V_{pv1}^* & \Delta V_{pv2}^* \\ \hline \Delta V_{pv2}^* & \ddots \\ \hline \vdots & \Delta V_{pvn}^* \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} \Delta V_{pv1}^* & \Delta V_{pv2}^* \\ \hline \Delta V_{pv2}^* & \ddots \\ \hline \vdots & \Delta V_{pvn}^* \end{array} \right] \times \\ & \left[\begin{array}{c|c} \Delta V_{p1} & \Delta V_{p2} \\ \hline \Delta V_{p1} & \ddots \\ \hline \vdots & \Delta V_{pn} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} V_{pv1}^{sp*} & V_{pv2}^{sp*} \\ \hline V_{pv2}^{sp*} & \ddots \\ \hline \vdots & V_{pvn}^{sp*} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} V_{pv1}^{sp} & V_{pv2}^{sp} \\ \hline V_{pv2}^{sp} & \ddots \\ \hline \vdots & V_{pvn}^{sp} \end{array} \right] - \\ & \left[\begin{array}{c|c} V_{pv1}^* & V_{pv2}^* \\ \hline V_{pv2}^* & \ddots \\ \hline \vdots & V_{pvn}^* \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} V_{pv1}^* & V_{pv2}^* \\ \hline V_{pv2}^* & \ddots \\ \hline \vdots & V_{pvn}^* \end{array} \right] \quad (2.16.a) \end{aligned}$$

(2.16.a)식의 아래첨자는 bus data 입력에서 부 p-v bus index를 가지기 때문에 p-v bus만 모아서 다음과 같이 쓸 수 있습니다. 여기서

pvi : index of ith p-v bus in the total N bus
 n_1 : the number of total p-v bus is n_1 buses

(2.16.a)식을 p-v bus에 대한 matrix 형식으로 현하면 (2.16.b)식과 같습니다.

$$D_{V_R}^* \Delta V_R + D_{V_R} \Delta V_R^* = D_{V_R}^* V_R^* - D_{V_R}^* V_R \quad (2.16.b)$$

(2.13.a)식에서 제시된 전압변이식에서 p-v bus에 관련하여 정의되지 않은 무효전력 변이, ΔQ_{udp} 를 구하기 위해 d 와 S matrix 중 p-v bus에 관련된 행과 열만으로 구성되어 축소된 d_{pv} 와 S_{pv} 를 구한다. 이와 같이 하는 이유는 조류계산 과정에서 p-q bus는 Q의 값이 일정하고 V값이 변하지만 p-v bus는 Q값이 변하고 V값이 일정하기 때문에 두 종류의 모선에서 알려진 값을 이용해서 V_R 로 표현된 ΔQ , 즉 ΔQ_{udp} 를 구하기 위함이다.

이러한 d 와 S 에서 d_{pv} 와 S_{pv} 를 구하는 방법은 아래와 같다.

먼저 S 에서 S_{pv} 를 구하는 방법은 S 에서 p-v bus가 아닌 모선의 index에 해당하는 행과 열을 제외하고 p-v bus의 index에 해당하는 행과 열의 element만으로 구성된 S_{pv} 를 추출한다.

그리고 d 에서 d_{pv} 를 구하는 방법은 d 에서 p-v bus의 index에 해당하는 행만을 추출한 값에 p-q bus의 ΔQ 값과 S 의 곱에서 p-v bus의 index와 관련있는 값을 더해 준다. 즉 p-v bus index의 d 값에 ΔQ 중 p-v bus의 값은 0을 넣고 p-q bus의 값은 그대로 둔 채 S 와 곱한 후 p-v bus index의 행을 더해 주는 것이다.

$$D_{V_R}^* d_R + D_{V_R} d_R^* + (D_{V_R}^* S_R + D_{V_R} S_R^*) \Delta Q_{udp} = D_{V_R}^* V_R^* - D_{V_R}^* V_R$$

$$\Delta Q_{udp} = (D_{V_R}^* S_R + D_{V_R} S_R^*)^{-1} [(D_{V_R}^* V_R^* - D_{V_R}^* V_R) - (D_{V_R}^* d_R + D_{V_R} d_R^*)] \quad (2.18.a)$$

$$\begin{aligned} & = \left[\begin{array}{c|c} v_{p11}^* s_{p11p11} + v_{p11} s_{p11p11} & \dots \\ v_{p12}^* s_{p12p11} + v_{p12} s_{p12p11} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ v_{pn1}^* s_{pn1p11} + v_{pn1} s_{pn1p11} & \dots \\ v_{pn2}^* s_{pn2p11} + v_{pn2} s_{pn2p11} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ v_{pnn}^* s_{pnnp11} + v_{pnn} s_{pnnp11} & \dots \end{array} \right]^{-1} \times \\ & \left\{ \begin{array}{c|c} V_{pv1}^{sp*} & V_{pv2}^{sp*} \\ \hline V_{pv2}^{sp*} & \ddots \\ \hline \vdots & V_{pvn}^{sp*} \end{array} \right\} \left[\begin{array}{c|c} V_{pv1}^{sp} & V_{pv2}^{sp} \\ \hline V_{pv2}^{sp} & \ddots \\ \hline \vdots & V_{pvn}^{sp} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c|c} V_{pv1}^* & V_{pv2}^* \\ \hline V_{pv2}^* & \ddots \\ \hline \vdots & V_{pvn}^* \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} d_{p11} & d_{p12} \\ \hline d_{p12} & \ddots \\ \hline \vdots & d_{pnn} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c|c} V_{pv1}^* & V_{pv2}^* \\ \hline V_{pv2}^* & \ddots \\ \hline \vdots & V_{pvn}^* \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} d_{p11} & d_{p12} \\ \hline d_{p12} & \ddots \\ \hline \vdots & d_{pnn} \end{array} \right] \\ & \Delta Q_{udp} = \left[\begin{array}{c|c} v_{p11}^* s_{p11p11} + v_{p11} s_{p11p11} & \dots \\ v_{p12}^* s_{p12p11} + v_{p12} s_{p12p11} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ v_{pn1}^* s_{pn1p11} + v_{pn1} s_{pn1p11} & \dots \\ v_{pn2}^* s_{pn2p11} + v_{pn2} s_{pn2p11} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ v_{pnn}^* s_{pnnp11} + v_{pnn} s_{pnnp11} & \dots \end{array} \right]^{-1} \times \\ & \left[\begin{array}{c|c} V_{pv1}^{sp*} & V_{pv2}^{sp*} \\ \hline V_{pv2}^{sp*} & \ddots \\ \hline \vdots & V_{pvn}^{sp*} \end{array} \right] - V_{p11} V_{p11}^* - V_{p12} V_{p12}^* - \dots - V_{pn1} V_{pn1}^* - V_{pn2} V_{pn2}^* - \dots - V_{pnn} V_{pnn}^* \quad (2.18.b) \end{aligned}$$

위의 (2.18.b)식에서 구한 ΔQ_{udp} 를 식(2.14.a) 있는 ΔQ 의 P-V bus부분에 대입하여 새로운 ΔV 를 구한다. 이리하여 p-v bus의 전압값을 설정된 값으로 보정한다. 그리고 update된 V를 이용해서 다시 d_{pv} 와 S_{pv} 를 구하고 다시 이 값들을 이용해서 ΔQ_{udp} 를 구해서 V를 update한다. 이렇게 iteration 해서 V를 수렴하는 값에 이르는 모선 전압을 구할 수 있다.

3. 결 론

본 장에서는 기존의 방법중에서 가장 널리 사용되는 Newton-Raphson법과 제안된 새로운 알고리즘을 적용한 조류계산법을 IEEE 표준 샘플 데이터의 5모선, 14모선, 39모선 계통에 각각 적용하여 교하였다.

3.1 5모선 모델계통 시뮬레이션

5모선 모델계통에 적용한 결과는 표 3.1과 같다.

표 3.1 5모선 계통의 시뮬레이션 결과

Table 3.1 Simulation Results for 5 bus system

Bus number	Newton-Raphson법		제안된 방법	
	voltage	angle	voltage	angle
1	1.0600	0.0000	1.060	0.000
2	1.0474	-2.8064	1.047	-2.806
3	1.0242	-4.9970	1.024	-4.997
4	1.0236	-5.3291	1.024	-5.329
5	1.0179	-6.1503	1.018	-6.15

	Newton-Raphson법	제안된 방법
Execution Time	0.06	0.05
Iteration Number	3	4

3.2 14모선 모델계통 시뮬레이션

14모선 계통에 대한 시뮬레이션 결과는 표3.2에 나타나 있다.

표 3.2 14모선 계통의 시뮬레이션 결과

Table 3.2 Simulation Results for 14 bus sys

Bus number	Newton-Raphson 법		제안된 방법	
	voltage	angle	voltage	angle
1	1.0600	0.0000	1.060	0.000
2	1.0450	-4.9809	1.045	-4.981
3	1.0100	-12.7180	1.01	-12.72
4	1.0186	-10.3242	1.019	-10.32
5	1.0203	-8.7826	1.02	-8.783
6	1.0700	-14.2227	1.07	-14.22
7	1.0620	-13.3682	1.062	-13.37
8	1.0900	-13.3682	1.09	-13.37
9	1.0363	-14.9466	1.056	-14.95
10	1.0513	-15.1043	1.051	-15.1
11	1.0571	-14.7953	1.057	-14.8
12	1.0552	-15.0774	1.055	-15.08
13	1.0504	-15.1589	1.05	-15.16
14	1.0358	-16.0389	1.036	-16.04

	Newton-Raphson 법	제안된 방법
Execution Time	0.17	0.16
Iteration Number	3	4

3.3 39모선 모델계통 시뮬레이션

39모선 계통에 대한 시뮬레이션 결과는 표3.3에 나타나 있다.

표 3.3 39모선 계통의 시뮬레이션 결과

Table 3.3 Simulation Results for 39 bus sys

Bus number	Newton-Raphson 법		제안된 방법	
	voltage	angle	voltage	angle
1	1.0691	-8.1632	1.069	-8.163
2	1.0736	-5.6244	1.074	-5.624
3	1.0646	-8.3540	1.065	-8.354
4	1.0368	-9.3031	1.037	-9.303
5	1.0368	-8.3624	1.034	-8.362
6	1.0344	-7.7295	1.034	-7.726
7	1.0262	-9.7958	1.026	-9.796
8	1.0258	-10.2629	1.026	-10.26
9	1.0530	-9.9895	1.053	-9.99
10	1.0413	-5.3182	1.041	-5.318
11	1.0381	-6.1412	1.038	-6.141
12	1.0270	-6.1058	1.27	-6.106
13	1.0412	-5.9704	1.041	-5.97
14	1.0440	-7.4682	1.044	-7.468
15	1.0500	-7.5489	1.05	-7.549
16	1.0640	-6.0856	1.064	-6.086
17	1.0728	-7.1572	1.073	-7.157
18	1.0694	-8.0148	1.069	-8.015
19	1.0629	-1.0531	1.063	-1.053
20	0.9983	-2.0100	0.9983	-2.01
21	1.0584	-3.7902	1.058	-3.79
22	1.0661	0.5125	1.066	0.5121
23	1.0620	0.3183	1.062	0.3183

24	1.0686	-5.9706	1.069	-5.971
25	1.0832	-4.3494	1.083	-4.349
26	1.1037	-5.5852	1.104	-5.585
27	1.0866	-7.3671	1.087	-7.367
28	1.0929	-2.3245	1.093	-2.325
29	1.0807	0.3110	1.081	0.311
30	1.0475	-3.2607	1.048	-3.261
31	0.9820	0.0000	0.982	0
32	0.9831	2.4916	0.9831	2.492
33	0.9972	4.1349	0.9972	4.135
34	1.0123	3.1631	1.012	3.163
35	1.0493	5.3982	1.049	5.398
36	1.0635	8.0605	1.064	8.061
37	1.0278	2.3092	1.028	2.309
38	1.0265	7.2568	1.027	7.257
39	1.0300	-9.6855	1.03	-9.685

	Newton-Raphson 법	제안된 방법
Execution Time	2.86	2.8
Iteration Number	4	5

본 논문의 결과에서는 5모선, 14모선, 39모선계통에서 시뮬레이션 한 결과 전체 iteration에서는 횟수가 많았지만 전체 iteration한 시간은 Newton-Raphson method에 비해 약 17%, 5 2.1% 정도 수행 속도가 향상됐고 수렴하는 전압의 크기와 위상각은 동일하다.

이와 같은 결과에서 보듯이 Newton-Raphson 조류계산은 Jacobian Matrix와 그 역행렬을 구하는데 있어서는 보다 많은 시간이 소요되고 선형 근사화 과정에서 고차항이 무시되므로 수렴성은 좋으나 빨리 수렴하는데 장애가 된다. 새 알고리즘에서는 전압과 위상각을 복소수로 표현하고 그 모선 전압식을 복소 이차항으로 도출함으로써 간소한 알고리즘을 만들었다. 이 알고리즘을 개선하여 최적화한식을 유도함으로써 보다 나은 결과를 도출할 수 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] M. A. Pai, *Computer Techniques in Power System Analysis*, McGraw Hill , 1979
- [2] W.F Tinney, C.E Hart, "Power Flow Solution by Newton's Method", IEE Trans. PAS-86, Nov. 1967
- [3] P. Kundur, *Power System Stability Control*, McGraw- Hill, 1993
- [4] B. Stott and O. Alsac, "Fast Decoupled Flow", IEEE Trans., Vol. PAS-93, pp. 859-869, May/June 1974
- [5] 문영현, 김백외, "전력계통의 종합적인 안정도 해석(중간 보고서)", 한국과학재단, 1994