

멀티레이터 샘플링 문제로서의 뇌파신호 디스플레이

최한고, 오영석, 이상재
금오공과대학교 제어공학과

EEG signal display as a multirate sampling problem

H. G. Choi, Y. S. Oh, S. J. Lee

Department of control engineering, Kumoh National University of Technology

ABSTRACT

The display of biological signals in monitors often involves a multirate sampling operation which consists of decimation and interpolation. All electroencephalographic (EEG) samples of 10 to 30 seconds must be displayed in the computer screen to keep the aspect ratio of the paper polygraph output. Since the current affordable display technology plots at most 2,000 pixels per row, some samples need to be discarded. This paper studies methods to perform this operation characterizing them from the signal processing viewpoint and compares the display quality among several decimations. Experimental results show that a nonlinear operation such as the peak detection could be preferable than the canonical linear filtering to reduce aliasing.

서론

샘플링을 변환의 필요성이 여러 분야에서 요구되고 있는데 본 논문에서는 뇌파신호를 컴퓨터 모니터에 디스플레이(display)하는 경우에 멀티레이터(multirate) 샘플링 응용을 다루고 있다. 의료계에서는 보통 10초부터 30초간의 뇌파신호가 종이 한 장 크기에 기록되는데 같은 양의 뇌파신호를 디스플레이 화소(pixel)수가 한정된 컴퓨터 모니터에 충실하게 나타내고자 할 때 샘플링율의 변환이 필요하다. 대부분 컴퓨터 모니터의 가로줄의 화소수가 대부분 2000보다 작기 때문에 30초간의 뇌파신호를 250[Hz]의 주파수로 샘플링할 경우 7,500개가 샘플링되므로 실제적으로 3.75 점들중 한 개만이 디스플레이 하게 된다. 따라서 한 장의 paper polygraph에 상응하는 많은 양의 신호를 모니터에 표시할 때 단순히 샘플링율을 낮추는 방법을 적용할 경우 신호의 주파수 성분이 증첩되는 앨리에싱(aliasing) 현상에 의해 신호의 왜곡이 발생될 수 있음을 예측할 수 있으며 앨리에싱에 의한 결과는 모니터에서 직접 확인할 수 있다.

이를 해결하기 위해 멀티레이터 샘플링 이론을 직접 적용할 경우 단순 샘플과정에서 발생하는 앨

리에싱 현상은 극복될 수 있으나, 어떤 임계값 이상에서는 여전히 신호의 왜곡이 발생된다. 본 연구의 목적은 임계값 부근에서 이러한 현상을 감소시킬 수 있는 방법을 제안하고 단순 샘플방법이나 멀티레이터 샘플링 이론을 적용했을 때의 결과들과 서로 비교를 통해 제안된 방법의 유용성을 입증하고자 한다.

멀티레이터 샘플링

멀티레이터 신호처리는 샘플링율의 변화를 다루는 분야로서 샘플링 주파수를 정수배만큼 낮추는 과정을 데시메이션(decimation)이라 부르고 샘플링 주파수를 증가시키는 과정을 보간(interpolation)이라고 한다[1].

데시메이션: 신호 $x(n)$ 에서 모든 M 번째 샘플점들만을 취하기 때문에 새로운 샘플링 주파수 f_s' 는 원 신호의 샘플링 주파수 f_s 에 비해 M 만큼 감소된다: $f_s' = f_s/M$. 따라서 $x(n)$ 에 존재하는 최고 주파수가 $f_s/(2M)$ 보다 클 때 데시메이션 과정은 π/M 보다 큰 주파수 성분들이 기저밴드(baseband)로 증첩되는 앨리에싱을 발생시키므로 이를 피하기 위해 원 신호는 데시메이션하기 전에 $f_s/(2M)$ 의 차단 주파수를 갖는 이상적인 저역통과 필터 $H(e^{j\omega})$ 를 사용하여 $x(n)$ 을 필터링하는 것이 필요하다 (그림 1).

$$|H(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq (2\pi f_s' T)/2 = \pi/M \\ 0, & \text{그 외 구간} \end{cases}$$

필터의 임펄스 응답을 $h(n)$ 으로 표기할 때 필터 출력 $y(m)$ 과 $Y(e^{j\omega'})$ 은 다음과 같다.

$$y(m) = w(Mm) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(Mm-k)x(k)$$

$$Y(e^{j\omega'}) = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} X(e^{j\omega' - 2\pi l/M})$$

그림 1은 데시메이션 과정과 $M=4$ 일 때 파형을 보여주고 있다.

보간: 원 신호의 샘플점들 사이에 영의 크기를 갖는 $(L-1)$ 개의 새로운 샘플점들의 추가됨으로써 새로운 샘플링 주파수 f_s' 는 원 신호의 주파수 f_s 에 비해 L 배만큼 증가된다: $f_s' = Lf_s$. 그림 2는 보간과정과 $L=4$ 인 경우의 파형으로서 스펙트럼에 표시된 것과

같이 4배만큼 보간된 $w(n)$ 의 스펙트럼은 기저밴드 $(-\pi/L \sim \pi/L)$ 뿐만 아니라 원래의 샘플링 주파수의 고조파에 $\pm 2\pi/L, \pm 4\pi/L, \dots$ 중심을 두고 기저밴드와 같은 스펙트럼이 L 번 반복된다 (image spectrum). 보간된 신호에서 image 성분들을 제거하여 원 신호와 동일한 스펙트럼을 얻기 위해서는 다음과 같은 이상적인 저역통과 필터(anti-imaging 필터)를 사용하여 신호 $w(m)$ 을 필터링하는 것이 필요하다.

$$|H(e^{j\omega'})| = \begin{cases} G, & |\omega'| \leq (2\pi f_s T)/2 = \pi/L \\ 0, & \text{그 외 구간} \end{cases}$$

$|H(e^{j\omega'})|$ 의 임펄스 응답을 $h'(n)$ 으로 나타낼 경우 $y(m)$ 과 $Y(e^{j\omega'})$ 은 다음과 같다.

$$y(m) = \text{정수}$$

$$Y(e^{j\omega'}) = \begin{cases} GX(e^{j\omega'L}), & |\omega'| \leq \pi/L \\ 0, & \text{그 외 구간} \end{cases}$$

컴퓨터 모니터상에 신호의 visualization

많은 양의 신호를 압축하여 표시하는데 가장 간단한 방법으로는 M 샘플중 1개만 선택하여 디스플레이 하는 것이다. 이 방법은 $f_s/(2M)$ 보다 높은 주파수 성분들은 낮은 밴드로 중첩되어 신호의 왜곡을 초래하는 앨리에싱 현상이 발생되므로 디스플레이 문제를 해결할 수 없다. 예를 들면 샘플 주파수가 250[Hz]일 때 30초 동안 너파신호의 샘플된 값들을 디스플레이 할 경우, 디스플레이의 해상도를 1500 화소로 가정한다면 5개의 샘플중 단지 한 개만이 표시될 수 있다. 이 사실은 구분될 수 있는 최고 주파수가 $125/5=25$ [Hz]가 되므로 너파신호중 beta 활동신호와 근육신호의 artifact 주파수 범위를 벗어나게 되므로 이들 신호들에 대한 정보는 보존될 수 없을 뿐만 아니라 25[Hz]보다 높은 신호성분들은 기저밴드속으로 흡수되므로 저주파수 신호 성분들의 정확한 분석도 어렵게 된다.

일반적으로 많이 사용하고 있는 방법은 신호 $x(n)$ 을 디스플레이하기 전에 M 개의 샘플값들을 평균하는 방법이다. 평균신호 $y(n)$ 과 주파수 응답 $Y(e^{j\omega})$ 는

$$y(n) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x(n-k)$$

$$Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \frac{\sin(\omega M/2)}{\sin(\omega/2)} e^{-j\omega(M-1)/2}$$

으로서 저역통과 필터링에 해당되며 $0 \sim f_s/M$ [Hz] 주파수 범위에 있는 신호 성분들의 디스플레이 충실도를 향상시킨다. 데시메이션 비율이 우수 값일 경우, kf_s/M ($k=1,2,\dots,M-1$)에서 영점(zero)을 갖으며, 특히 $f_s/2$ 에서 항상 영점을 포함하는 저역통과 FIR필터를 실현한다. 이러한 필터는 대략 f_s/M 의 밴드폭을 갖고 있으며 이 밴드폭은 정현파형의 한 arcade와 아주 유사한 통과대역 특성을 나타낸다 [2]. 데시메이션 비율이 기수 값일 경우, 영점은 kf_s/M 에 위치하고 있으나 $f_s/2$ 에서 영점은 존재하지 않는다. 그러므로 작은 값의 데시메이션 비율을 사

용할 때 우수 값의 M 사용이 유리하다.

신호의 visualization 문제는 멀티레이터 샘플링 이론을 직접 적용하여 해결될 만큼 간단하지 않다. 전문가의 육안으로 느끼는 영향을 감안할 때 앨리에싱과 밴드폭의 감소문제를 절충할 수 있는 확실한 방법은 없다. 관점에 따라서는 약간의 앨리에싱은 인정하고 높은 주파수의 신호성분들이 감쇄없이 디스플레이하는 것이 더 바람직할 수도 있다. 본 논문에서는 필터링의 특성과 육안으로 판단할 때 신호의 디스플레이 충실도와와의 관계를 조사하기 위해서 원 신호를 필터링하는 몇 가지 방법들을 비교하고자 한다.

이를 실현하기 위해 원 신호를 몇 가지 가능한 데시메이션 방법들을 사용하여 M 만큼 데시메이션 시킨다. 데시메이션 방법으로는 $f_s/(2M)$ 의 차단주파수를 갖는 FIR 필터를 사용하여 멀티레이터 샘플링 이론에 근거를 둔 정상적인 데시메이션 방법과 데시메이션 구간에서 신호의 특성을 가장 잘 나타낼 수 있는 정점(최대 및 최소점)들을 선택하는 피이크(peak) 탐지방법, 그리고 간격 M 만큼 일정하게 떨어진 샘플값만을 단순히 취하는 방법들을 사용하였으며, 본 논문에서는 이러한 방법들은 "표준 데시메이터 (canonical decimator)", "피이크 데시메이터 (peak decimator)", 그리고 "단순 데시메이터 (straight decimator)"로 각각 명명되었다.

피이크 데시메이터는 데시메이션 창(window), M 에 속하는 모든 시간 간격에서 피이크 탐지 알고리즘[4]을 사용하여 정점들을 결정한 후 실질적으로 각 창에서의 신호를 대표할 수 있는 피이크점들을 경험적으로 찾는 방법이다. 이러한 피이크점들의 집합이 데시메이션된 샘플점들에 해당된다. 그림 3(a)는 데시메이션 창내에서 신호의 정점들을 보여주고 있으며 (검게 표시된 샘플점들에 해당), 그림 3(b)는 이러한 정점들의 분포로부터 데시메이션 구간을 대표할 수 있는 새로운 피이크점들을 찾는 여러 방법들중 몇 가지 예를 보여주고 있다. 사용된 피이크 탐색방법은 현재의 데시메이션 창의 피이크점과 그 이전과 이후의 창의 피이크점들을 근거로 하여 구해졌으며, 본 연구에서는 대략 50개의 서로 다른 탐지방법을 사용하였다.

단순 데시메이터는 데시메이션 창에서 일정한 시간 간격에 있는 샘플점들을 규칙적으로 선택하는 간단한 방법으로서 M 개의 서로 다른 샘플점들로 구성된 집합중 하나가 된다. 그림 3(a)는 $M=7$ 인 경우에 데시메이션된 샘플점들을 보여주고 있다. 예를 들면 데시메이션 창내에서 첫 번째 샘플점들로 구성되어 있는 샘플들의 집합 (그림에서 '1'로 표시)과 두 번째 샘플점들로 구성되어 있는 샘플들의 집합 (그림에서 '2'로 표시)등 7개의 서로 다른 샘플점들의 집합이 구해질 수 있다.

데시메이션된 신호로부터 원 신호를 재생시키기 위해 위의 3가지 방법들에 대해 같은 보간과정을 사용하여 보간된 결과를 서로 비교하였다. 보간과정에서는 데시메이션 과정에서와 같은 배율 M 배만큼 보간시켰고, anti-imaging 저역통과 필터는 표준 데시메이터에서 사용된 필터와 동일한 필터를 사용하였다. 표준 데시메이터에서 사용된 FIR 저역통과 필터는 Parks and McClellan 알고리즘[3]을

이용하여 좁은 변이대역을 갖도록 설계하였으며 필터 계수의 차수는 31이다. 차단 주파수, $f_c=f_s/(2M)$ 으로서 $f_s=250[\text{Hz}]$ 이므로 데시메이션 비율 M 값에 대응되는 차단주파수는 다음과 같다: $M=2$ $f_c=62[\text{Hz}]$, $M=3$ $f_c=42[\text{Hz}]$, $M=4$ $f_c=31[\text{Hz}]$, $M=6$ $f_c=21[\text{Hz}]$, $M=10$ $f_c=12[\text{Hz}]$.

실험 결과

본 논문에서 사용된 시험 데이터는 alpha, sigma와 beta 활동신호로서 신호의 최소 크기와 최소 혹은 최대 주파수 범위에 의해 정의된다[5]: alpha(6-14[Hz]), sigma(9-16[Hz]), 그리고 beta (14-31[Hz]). 이 정의를 근거로 하여 데이터 파일로부터 육안으로 한 종류의 뇌파 활동신호를 선정하고 신호크기와 주파수 성분을 조사한 후 선정된 신호부분을 여러 번 반복함으로써 충분히 긴 시간동안 지속되는 신호로 만든 다음 시험하였다.

실험에 의하면 $M=6$ 일 때 alpha(9[Hz]) 활동신호에 대해 단순 데시메이터의 경우 완벽하지는 않으나 모든 데시메이션 방법들이 alpha 활동신호를 큰 왜곡없이 디스플레이 하였으며 이 사실은 낮은 주파수의 뇌파신호들은 정확하게 재생될 수 있음을 의미한다. 그리고 시험 신호가 sigma(12[Hz]) 활동신호인 경우에 가장 우수한 데시메이터는 피이크 데시메이터 이었으며 다른 데시메이터들도 여전히 활동신호를 만족스럽게 표시하였다.

그림 4는 $M=6$ 에서의 beta(21[Hz]) 활동신호에 대한 것으로, $f_s'=41.7[\text{Hz}]$ 가 Nyquist 샘플링을 $2f_{max}=42[\text{Hz}]$ 와 거의 동일한 주파수를 갖는 경우로서 단순 데시메이터는 이미 파형의 왜곡을 나타내었으며 표준 데시메이터는 파형의 크기를 감쇄시키는 반면 주파수 성분은 보존되었다. 피이크 데시메이터는 전반적으로 신호크기와 주파수면에서 모두 정확한 파형을 재생시켰다.

그림 5는 $M=10$ 일 때 sigma 활동신호에 대한 결과로서 여기서도 ($f_s'=25[\text{Hz}]$) \approx ($2f_{max}=24[\text{Hz}]$)이며 이 경우에도 피이크 데시메이터는 우수한 기법으로 나타났으며, 표준 데시메이터는 왜곡이 발생하는 현상을 보여주고 있으며, 단순 데시메이터는 활동신호를 크게 왜곡시켰을 뿐만 아니라 사용된 샘플점들의 위치에 의존하였다. 실험에 의하면 alpha 이하의 활동신호는 $M=10$ 이하일 때 3가지 방법 모두 충실하게 표시하였다.

그림 6은 $M=10$ 일 때 beta 활동신호에 대한 결과로서, ($f_s'=25[\text{Hz}]$) $<$ ($2f_{max}=42[\text{Hz}]$)이므로 Nyquist을 보다 낮은 경우인데 피이크 데시메이터가 다소 우수하다 하더라도 이 경우 3가지 데시메이터 방법 모두 신호를 재생시킬 수 없음을 보여주었다.

일반적으로 데시메이터 신호가 파형주기당 5~6개의 샘플점보다 더 많은 점들을 갖도록 데시메이션 비율이 정해질 때 3가지 데시메이터 방법으로부터 모두 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다. 표준 데시메이터는 신호크기를 감소시키는 경향이 있으나 주파수 성분은 변화되지 않았으며 단순 데시메이터는 국부적인 왜곡을 일으킬 수 있으나 그 결과는 여전히 양호하였다. 주기당 샘플점들의 수가

Nyquist 한계치 (주기당 2 샘플)에 가까워질수록 단순 데시메이터는 신호크기와 주파수 왜곡이 발생되었으며 표준 데시메이터는 신호의 주파수가 보존된다는 점에서 볼 때 좀더 나은 데시메이터로 간주될 수 있으나 큰 폭의 신호크기 감쇄가 일어난 반면 피이크 데시메이터는 여전히 좋은 결과를 보여 주었다. 물론 Nyquist 한계치보다 적은 샘플링일 경우 모두 왜곡된 신호를 초래하였다.

결론

본 논문의 목적은 뇌파신호를 모니터에 디스플레이할때 단순한 샘플방법이나 멀티레이터 샘플링 이론으로는 어떤 임계값 부근에서 신호의 왜곡이 발생하므로 이러한 현상을 감소시키기 위해 멀티레이터 샘플링 개념을 일부 수정한 방법을 제시하고 다른 샘플링 방법들과의 특성을 비교하는데 있다. 실험 결과에 의하면 샘플링에 대한 이론적인 한계치에 접근함에 따라 더 정확한 신호의 재생, 즉, 파형 디스플레이의 충실도 관점에서 비교해 볼 때 비선형 기법인 피이크 데시메이터는 다른 방법보다 우수하였다. 또한 이를 이용하면 데시메이션 구간에서 평균적으로는 Nyquist 샘플율을 초과하지 않으나 일시적으로 이 한계치를 초과하는 신호에 대해 피이크 데시메이터 방법을 사용할 수 있으리라 판단된다. 이 경우 재생된 파형을 원 신호와 비교해 볼 때 전체적으로 신호크기에 대한 오차는 발생할 수가 있으나 주어진 구간 내에서 신호의 주파수 정보를 간직하고 있는 최적의 샘플점들을 취함으로써 한계치 부근에서도 피이크 데시메이션을 이용할 수 있다.

참고 문헌

- [1] R.E.Crochere and L.R.Rabiner, "Multirate digital signal processing," Prentice-Hall, Inc., N.J., 1983.
- [2] J.C.Principe and J.R.Smith, "Design and implementation of linear phase FIR filters for biological signal processing," IEEE Trans. on Biomed. Eng., Vol. BME-33, No. 6, pp.550-559, 1986.
- [3] T.W.Parks and J.H.McClellan, "Chebyshev approximation for nonrecursive digital filters with linear phase," IEEE trans. Circuit Theory, Vol. CT-19, pp.189-194, 1972.
- [4] E.Skordalakis, "Recognition of noisy peaks in ECG waveforms," Computers and Biomedical Research, Vol. 17, pp. 208-221, 1984.
- [5] J.C.Principe and J.R.Smith, "SAMICOS - A sleep analyzing microcomputer system," IEEE Trans. on Biomedical Engineering, Vol. BME-33, No. 10, pp. 935-941, 1986.

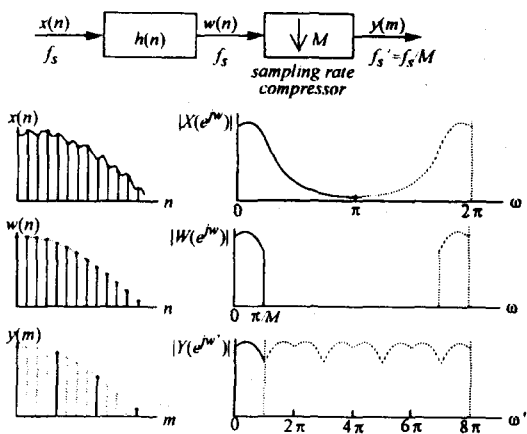


그림 1. M배 데시메이션에 대한 설명

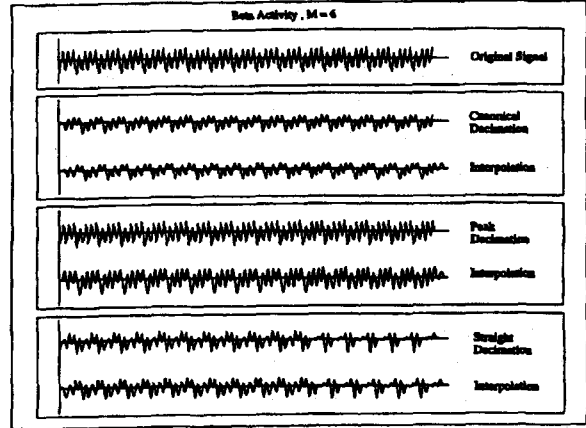


그림 4. M=6일때 3가지 데시메이션 방법들에 대한 beta 활동신호의 디스플레이

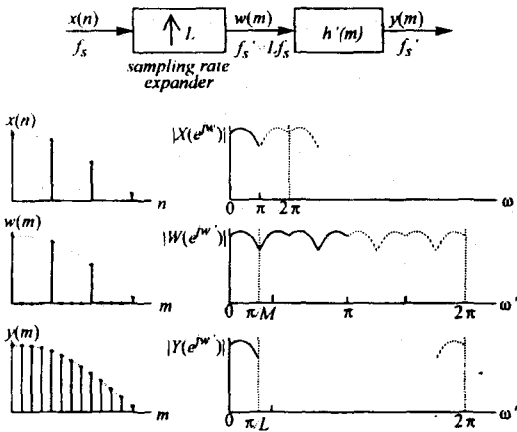


그림 2. L배 보간에 대한 설명

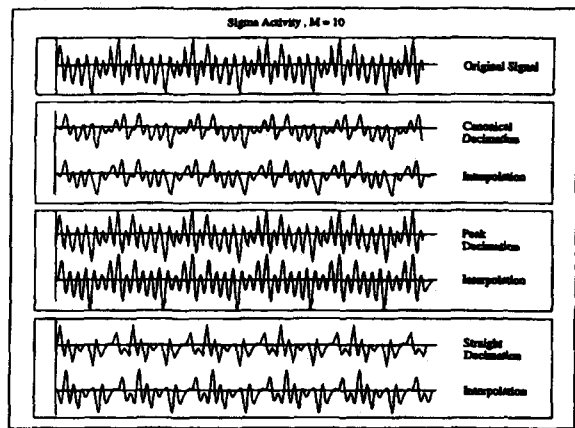
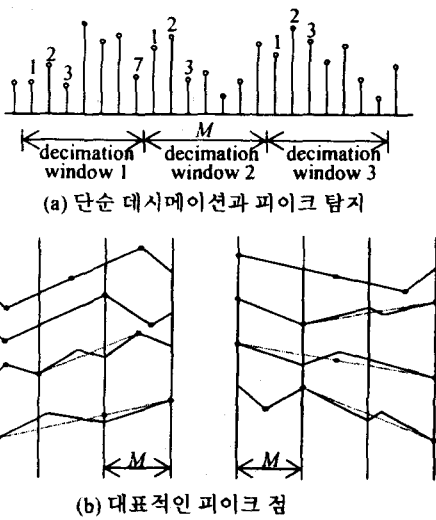


그림 5. M=10일때 3가지 데시메이션 방법들에 대한 sigma 활동신호의 디스플레이



(a) 단순 데시메이션과 피크 탐지

(b) 대표적인 피크 점

그림 3. 정수 M에 의한 단순 데시메이터와 피크 데시메이터의 예

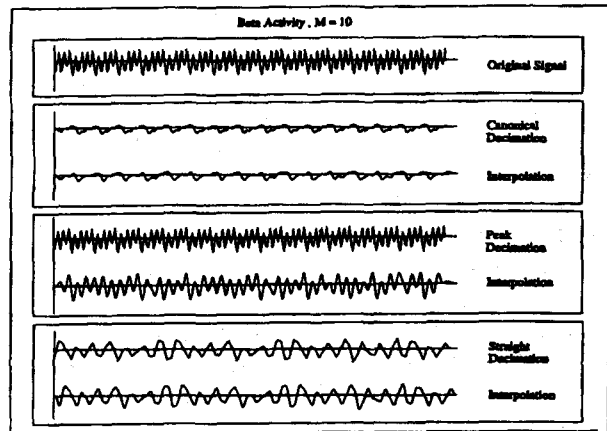


그림 6. M=10일때 3가지 데시메이션 방법들에 대한 beta 활동신호의 디스플레이