

T-S 퍼지 모델과 GA를 이용한 비선형 제어기의 설계에 관한 연구

A Study on the Nonlinear Controller Design Using T-S Fuzzy Model And GA

강 형진*, 권 철*, 심 한수*, 김 승우**, 박 민용*

* 연세대학교 전자공학과

** 순천향대학교 제어계측공학과

Abstract

In this paper, we propose a design method for nonlinear SISO system using Takagi-Sugeno fuzzy model and Genetic Algorithm. Our method can reduce the number of design parameters and has advantage of small search space of Genetic Algorithm. The proposed nonlinear controller, which can be implemented by fuzzy controller and simple nonlinear controller, cancels the original nonlinear dynamics and gives the optimal nonlinear dynamics. We illustrate the performance of the proposed controller by simple simulation example.

I. 서론

퍼지 제어기는 기존의 제어기들에 비해 설계 파라미터가 많고 비선형적인 입출력 특성을 가지고 있기 때문에 해석적 방법에 바탕을 둔 체계적인 설계에 어려움이 있다. 이러한 어려움 때문에 최근에는 유전 알고리즘을 이용하여 탐색적 방법으로 퍼지 제어기를 설계하는 방법에 대한 연구들이 활발히 진행되고 있다. 유전 알고리즘 만으로도 퍼지 제어기를 설계할 수 있으나 일반적으로 퍼지 제어기의 모든 파라미터들을 유전 알고리즘으로 설계하려면 유전자의 길이가 너무 길어지게 된다. 유전자의 길이가 너무 길면 설계 속도나 정밀도에 대한 성능이 좋지 않기 때문에 설계 파라미터 수를 줄이는 것이 바람직하다. 본 논문에서는 Takagi-Sugeno 퍼지 모델을 이용하여 설계 파라미터

를 줄이는 방법을 제안하였다.

II. 플랜트에 대한 Takagi-Sugeno 퍼지 모델 표현

본 논문에서는 n 차 비선형 SISO 시스템을 플랜트로 다루고 있으며 플랜트 모델로는 Takagi-Sugeno 퍼지 모델을 사용하고 있다. 본 논문에서 사용된 퍼지 모델은 아래와 같이 IF-THEN 형태 또는 입출력 형태로 표현이 가능하다.

© IF-THEN 형태의 표현

i 번째 플랜트 규칙 :

IF x is $M_{\hat{a}_1}$ and \dot{x} is $M_{\hat{a}_2}$ and \dots and $x^{(n-1)}$ is $M_{\hat{a}_n}$

THEN $x^{(n)} = \mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{x} + b_i u$, $i=1, 2, \dots, r$ (1)

여기서 $\mathbf{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 이고 $M_{\hat{a}_i}$ 는 퍼지 집합이다.

◎ 입출력 형태의 표현

$$x^{(n)} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{x})(\mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{x} + b_i u)}{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{x})}$$

$$= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{x})(\mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{x} + b_i u) \quad (2)$$

여기서 $w_i(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^n M_{\hat{a}_j}(x^{(j-1)})$ 이고

$$h_i(\mathbf{x}) = \frac{w_i(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{x})} \text{ 이다.}$$

III. 제어기 설계

본 논문에서 사용된 제어기는 Takagi-Sugeno 퍼지 모델을 이용하여 플랜트가 가지고 있던 본래의 동력학적 특성을 제거한 후 새로운 동력학적 특성을 제공하는 방식을 사용하고 있으며 다음과 같은 제어식으로 표현되어 진다.

$$u = \frac{-\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{x} + \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{x}) \hat{\mathbf{a}}_i^T \cdot \mathbf{x}}{\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{x}) b_i} \quad (3)$$

(3) 식으로 표현된 제어기는 퍼지 제어기와 간단한 비선형 제어기에 의해 그림 1과 같이 구현된다.



그림 1. 본 논문에서 제안한 제어기의 구조

퍼지 제어기의 i 번째 제어 규칙 :

IF x is $M_{\hat{a}_1}$ and \dot{x} is $M_{\hat{a}_2}$ and \dots and $x^{(n-1)}$ is $M_{\hat{a}_n}$

$$\text{THEN} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{a}}_i - \mathbf{a}_i)^T \cdot \mathbf{x} \\ b_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

$i=1, 2, \dots, r$

(4) 식의 퍼지제어기 파라미터 $\hat{\mathbf{a}}_i$ 는 아래와 같은 적합도 함수(fitness function)를 최대화하도록 유전 알고리즘으로부터 설정할 수 있다.

$$\text{적합도 함수} = \frac{1}{\int_{t_0}^{t_f} w_x x^2 + w_u u^2 dt} \quad (5)$$

여기서 w_x 와 w_u 는 최적 제어 가중치이다.

유전 알고리즘으로는 Simple GA를 사용하였으며 유전자 하나의 길이는 ($n \times r \times 16$) bits 이다.

IV. 시뮬레이션 예제

시뮬레이션에 사용된 비선형 SISO 플랜트는 아래와 같다.

$$\dot{x} = -0.1 \dot{x} - 0.02x - 0.67x^3 + u \quad (6)$$

$x \in [-1.5, 1.5]$, $\dot{x} \in [-1.5, 1.5]$ 인 범위에서 (6) 식의 플랜트는 다음과 같은 4 개의 플랜트 규칙을 갖는 Takagi-Sugeno 퍼지모델에 의해 모델링될 수 있다.

$$\text{IF } x \text{ is } F_1^1 \text{ and } \dot{x} \text{ is } F_2^1 \text{ THEN } \dot{x} = -0.02x + u$$

$$\text{IF } x \text{ is } F_1^2 \text{ and } \dot{x} \text{ is } F_2^2 \text{ THEN } \dot{x} = -0.225 \dot{x} - 0.02x + u$$

$$\text{IF } x \text{ is } F_1^3 \text{ and } \dot{x} \text{ is } F_2^3 \text{ THEN } \dot{x} = -1.5275x + u$$

$$\text{IF } x \text{ is } F_1^4 \text{ and } \dot{x} \text{ is } F_2^4 \text{ THEN } \dot{x} = -0.025 \dot{x} - 1.5275x + u \quad (7)$$

여기서 멤버십 함수는 $F_1^1(x) = 1 - \frac{x^2}{2.25}$, $F_1^2(x) = \frac{x^2}{2.25}$.

$$F_2^1(\dot{x}) = 1 - \frac{\dot{x}^2}{2.25}, \quad F_2^2(\dot{x}) = \frac{\dot{x}^2}{2.25} \text{ 이다.}$$

유전 알고리즘의 교차확률은 0.7, 돌연변이확률은 0.1, 한 세대의 유전자수는 50, 유전자의 길이는 128

bits를 사용하였다. 표 1은 서로 다른 가중치를 이용하여 구한 퍼지 제어기 파라미터 \hat{a}_i 를 보여주고 있으며 그림 2, 3, 4는 이 경우들에 대한 위상 평면에서의 시물레이션 결과를 보여준다.

V. 결론

본 논문에서는 비선형 SISO 플랜트에 대해서 Takagi-Sugeno 퍼지모델을 이용하여 제어기 설계 파라미터를 줄인 후 유진 알고리즘을 이용하여 이를 설정하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 특히 동일 플랜트에 대해 적합도 함수만을 변경시켜가며 최적 제어기를 설계하고자 할 때 설계 속도나 정밀도면에서 매우 우수한 성능을 지니고 있다.

VI. 참고문헌

- [1] P. P. Kargonekar, I. R. Petersen, and K. Zhou, "Robust stabilization of uncertain linear systems: Quadratic Stabilizability and H^∞ control theory," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 35, no. 3, pp356-361, 1990.
- [2] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of systems and its applications to modeling and control," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 15, no. 1, pp 116-132, 1985.
- [3] M. Sugeno, "퍼지 제어 시스템", 대영사, 1990

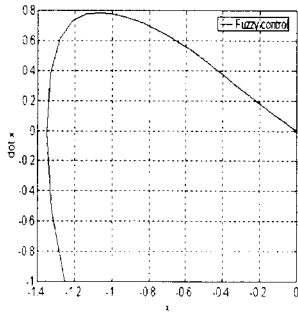


그림 2. CASE 1

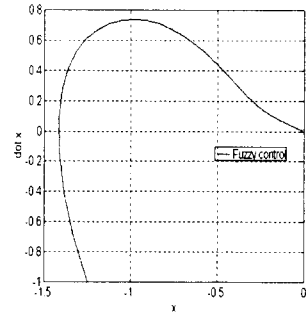


그림 3. CASE 2

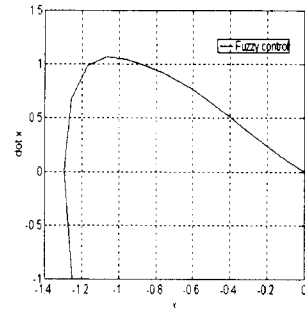


그림 4. CASE 3

가중치 \hat{a}_i	CASE 1 $w_x=1, w_u=1$	CASE 2 $w_x=1, w_u=0.2$	CASE 3 $w_x=1, w_u=5$
\hat{a}_1^1	-4.877394	-7.420889	-1.641505
\hat{a}_1^2	-6.468971	-7.761227	-3.790463
\hat{a}_2^1	3.285267	-6.803235	-1.911955
\hat{a}_2^2	-5.255665	-8.746929	6.709392
\hat{a}_3^1	4.185550	-3.705348	-1.238270
\hat{a}_3^2	7.649806	8.077363	2.881666
\hat{a}_4^1	4.877546	-2.624094	-3.071794
\hat{a}_4^2	3.535973	-6.145266	-4.434424

(i = rule index, j = element index)

표 1. 가중치에 따른 퍼지 제어기 파라미터