

# 2축 휨을 받는 철근 콘크리트 기둥의 좌굴거동

## Buckling Behavior of Reinforced Concrete Columns under Biaxial Loading

김진근\*                      이상순\*\*  
Kim, Jin-Keun              Lee, Sang-Soon

---

### Abstract

A numerical method for predicting the behavior of a reinforced concrete column under biaxial loading is proposed, using the layered finite element method. Concrete is assumed to exhibit strain softening and steel reinforcement is elastic-plastic. The bending theory assumptions are used and bond slip of reinforcement is neglected. To predict the entire load-deformation characteristics, displacement control method is used. This method consider not only combined effect due to axial load and bending moment but also that due to bending moments.

Predicted behaviors of reinforced concrete columns under biaxial loading through the numerical method proposed in this study show good agreements with test results.

---

### 1. 서 론

철근 콘크리트의 장주해석을 위한 많은 연구가 이루어져 왔으나, 기존의 대부분의 연구는 기둥부재의 변형된 모양을 가정하여 미분방정식을 푸는 근사적인 방법이 주로 사용되어 왔다. 그러나 이러한 방법은 균열로 인한 부재의 강성이 변하는 것을 고려하지 못한다. 실제 철근 콘크리트 기둥은 기둥의 길이방향으로 부재의 강성이 변하며, 특히 탄성한계를 넘어서면 기둥의 변형모양은 처음에 가정한 변형모양과 상이하게 된다. El-Metwally와 Chen은 기하학적 비선형을 고려하여 철근 콘크리트 팔조 해석 프로그램을 개발하였으나 응력의제하(unloading)를 고려하지 않았다. 최근에 Kim등은<sup>(1)</sup> 이를 고려하여 기둥해석 프로그램을 개발하였다. 그러나 이 프로그램은 단면이 대칭이 아닌 경우와 2축 휨과 축력을 동시에 받는 경우에 적용할 수 없다. 단면이 대칭이 아닌 경우에는 휨모멘트간의 상호 연관

---

\* 정회원, 한국과학기술원 교수, 공학박사

\*\* 정회원, 한국과학기술원 박사과정

성을 고려하여야 하며, 단면이 대칭인 경우에도 2축 휨과 압축이 동시에 작용하는 경우에 일정 크기 이상의 하중이 부재에 작용하면 균열이 발생되고 이로 인하여 단면이 비대칭이 된다. 따라서 이러한 경우에도 단면의 비대칭성을 고려하여 해석을 수행하여야 한다.

본 연구에서는 축력과 휨모멘트의 상호 연관성 및 휨모멘트간의 상호 연관성을 고려한 보다 일반적인 공간뼈대요소의 강성행렬을 유도하였으며, 이를 이용하여 2축 휨을 받는 철근 콘크리트 기둥 해석 방법을 제안하였다.

## 2. 재료의 응력-변형도 관계

### 2.1 콘크리트의 응력-변형도 관계

본 연구에서는 횡보강 효과를 고려할 수 있는 다음의 응력-변형도 관계를 사용하였다.

$$\text{상승부분} : \sigma_c = f_0 \left[ A \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) - (A-1) \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^{A/(A-1)} \right] \quad (1)$$

$$\text{하강부분} : \sigma_c = f_0 \exp[-B(\epsilon_c - \epsilon_0)^C] \quad (2)$$

$$\text{여기서, } A = \frac{E_c \epsilon_0}{f_0}, \quad B = \left( 260 + \frac{100}{f_c'} \right) \exp\left( -30 \frac{f_{cl}}{f_c'} \right), \quad C = 1.2 - 0.006 f_c',$$

$$E_c = 3320\sqrt{f_c'} + 6900, \quad f_0 = f_c' + 4.2f_{cl}, \quad \epsilon_0 = 7 \times 10^{-4} \sqrt[3]{f_c'} + 0.06 \frac{f_{cl}}{f_c'},$$

$$f_{cl} = \frac{\rho_s f_{sv}}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{s}{d_c}} \right)$$

위 식에서  $E_c$ 는 탄성계수(MPa),  $f_0$ 와  $\epsilon_0$ 는 횡보강시 콘크리트의 강도(MPa)와 그때의 변형도,  $f_c'$ 은 콘크리트의 1축 압축강도(MPa),  $f_{cl}$ 와  $f_{sv}$ 는 횡보강응력(MPa)과 횡보강근의 항복강도(MPa)이며,  $A$ 는 횡보강 철근비,  $d_c$ 는 콘크리트 코아의 지름(mm),  $s$ 는 횡보강근의 간격(mm)이다. 제하와 재재하시(reloading)의 1축 압축 응력-변형도 관계는 Ottor와 Naaman이 제안한 모델을 사용하였으며, 인장강성 증진효과를 고려하였다.

### 2.2 철근의 응력-변형도 관계

철근은 완전 탄-소성 거동을 하며, 축방향으로만 저항하고 철근과 콘크리트 사이에는 부착슬립(bond slip)이 발생하지 않는 것으로 가정하였다.

## 3. 해석 방법

### 3.1 부재의 강성행렬

동일한 재료로 이루어지고, 재료의 압축거동 및 인장거동이 동일하다면 단면의 도심에 축력이 가해지는 경우 곡률이 발생되지 않으며, 순수 휨이 작용하는 경우에는 도심에서 변형도가 발생되지 않는다. 기존의 대부분의 뼈대요소의 강성행렬은 위의 가정하에서 대칭단면에 대하여 유도된 것이다. 그러

나 잘 알려진 바와 같이 철근 콘크리트 부재의 경우에는 콘크리트의 압축과 인장거동이 동일하지 않으며, 철근과 콘크리트의 합성작용으로 외력에 저항하므로 강재와 같이 압축거동과 인장거동이 동일한 등방성 재료와는 달리 단면의 도심에 축력만 작용하는 경우에도 곡률이 발생할 수 있으며, 순수 휨이 작용하는 경우에도 도심에서 변형도가 유발될 수 있다. 따라서 재료의 압축거동과 인장거동이 동일하다는 가정하에서 유도된 대부분의 강성행렬은 철근 콘크리트 구조물의 해석에는 적당치 않다. 최근에 Bazant등은<sup>(2)</sup> 이러한 축력과 휨모멘트의 상호 연관성을 고려한 강성행렬을 유도하였다. 그러나 Bazant등이 유도한 강성행렬은 단면이 대칭이 아닌 경우에는 적용이 불가능하며, 2축 휨과 압축을 동시에 받는 경우에도 적용할 수 없다. 단면이 대칭이 아닌 경우에는 휨모멘트간의 상호 연관성을 고려하여 강성행렬이 유도되어야 한다. 즉 단면이 대칭이 아닌 경우에는 단면상승모멘트가 강성행렬에 포함되어야 한다. 2축 휨과 압축을 동시에 받는 대칭단면의 경우에도 일정 크기 이상의 하중이 부재에 작용하면 균열이 발생되고 이로 인하여 단면이 비대칭이 된다. 따라서 2축 휨과 압축을 동시에 받는 경우에도 Bazant등이 유도한 강성행렬을 사용할 수 없다. 본 연구에서는 축력과 휨모멘트의 상호 연관성 및 휨모멘트간의 상호 연관성을 고려한 보다 일반적인 공간뼈대요소의 강성행렬을 유도하였다.

그림 1과 같은 공간 뼈대요소에서, 단면내의 임의의 점에서 변형도는 다음과 같다.

$$\epsilon(x_1, x_2, x_3) = u_1'(x_1) - x_2 u_2''(x_1) - x_3 u_3''(x_1) + \frac{1}{2} ((u_2'(x_1))^2 + (u_3'(x_1))^2) \quad (3)$$

여기서  $u_1(x_1)$ ,  $u_2(x_1)$ ,  $u_3(x_1)$  는 각각 비균열 단면의 도심에서  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  방향의 변위이며 취침자 '과 ''는  $x_1$ 에 대한 미분을 의미한다. 가상일의 법칙을 적용하면

$$\int_0^l \int_A \sigma \delta \epsilon dA dx = \sum_{i=1}^{12} (P_i \bar{u}_i) \quad (4)$$

여기서,  $P_i$ ,  $\bar{u}_i$ 는 각각 절점 하중 및 변위 이다.

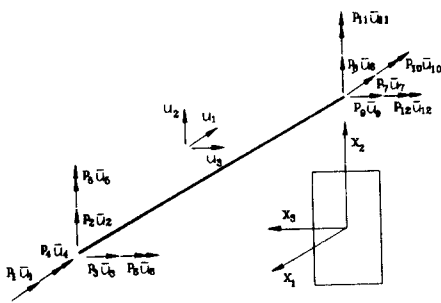


그림 1 공간 뼈대요소

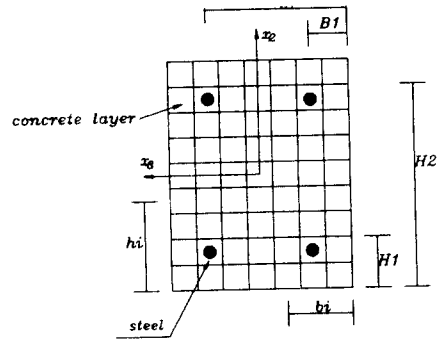


그림 2 보요소의 층상화 단면

식(3)를 식(4)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$([K] + P_a [K_C]) \{U\} = \{P\} \quad (5)$$

여기서,  $[K]$ 는 재료강성 행렬,  $[K_C]$  기하강성 행렬,  $P_a$ 는 부재에 가해진 축력 이다.

표 1 재료강성 행렬

a1				r1	-r2	-a1			-r1	r2
	b1	e1	-e2	b2		-b1	-e1	-e2	b2	
		c1	-c2	e2		-e1	-c1	-c2	e2	
			d1					-d1		
				c3	-e3	-r1	e2	c2	c4	-e4
				b3	r2	-b2	-e2	-e4	b4	
					a1			r1	-r2	
						b1	e1	e2	-b2	
							c1	c2	-e2	
	<i>sym.</i>							d1		
									c3	-e3
										b3

표 2 기하강성 행렬

	a			b	-a					b'
		a		-b		-a				-b'
				c		b				-d
				c		-b				-d
						a				-b'
	<i>sym.</i>					a				b'
										c'
										c'

위 표에서,  $a = 6/5L$ ,  $b = 1/10$ ,  $b' = 1/10$ ,  $c' = c = 2L/15$ ,  $d = L/30$ ,  $a_1 = EA/L$ ,  $b_1 = 12EI_3/L^3$ ,  $b_2 = 6EI_3/L^2$ ,  $b_3 = 4EI_3/L$ ,  $b_4 = 2EI_3/L$ ,  $c_1 = 12EI_2/L^3$ ,  $c_2 = 6EI_2/L^2$ ,  $c_3 = 4EI_2/L$ ,  $c_4 = 2EI_2/L$ ,  $d_1 = 36GJ/30L$ ,  $r_1 = ER_2/L$ ,  $r_2 = ER_3/L$ ,  $e_1 = 12EI_3/L^3$ ,  $e_2 = 6EI_3/L^2$ ,  $e_3 = 4EI_3/L$ ,  $e_4 = 2EI_3/L$ 이고,  $EA$ ,  $ER_2$ ,  $ER_3$ ,  $EI_2$ ,  $EI_3$ ,  $EI_3$ 는 각각 단면적, 단면1차모멘트, 단면 2차 모멘트 및 단면상승모멘트와 탄성계수의 곱을 의미한다.

### 3.2 비선형 해석 방법

일반적으로 콘크리트 구조물에서는 최대하중 이후에 변형연화현상을 나타낸다. 그런데 일반적으로 사용되는 하중 제어법(load control method)으로는 변형연화현상을 나타내는 경우에는 해를 구할 수 없다. 따라서 본 프로그램에서는 최대하중 이후의 변형연화현상까지를 해석하기 위해서 변위제어법을 사용하였다.

## 4. 2축 힘을 받는 철근 콘크리트 기둥의 2계 거동

다음은 철근 콘크리트 기둥에 2축 휨이 작용할때 휨모멘트간의 상호연관성을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 해석결과를 비교하였다. 또한 해석결과를 조성찬의 실험결과<sup>6)</sup>와 비교하였다.

### 4.1 극한강도

그림 3은 단면이 100×100 mm인 정사각형 기둥에 2축 휨이 작용하는 경우 기둥의 극한 강도를 비교한 것이다. 해석에 사용된 기둥의 압축강도는 548 kg/cm<sup>2</sup>, 세장비는 15, 철근비는 2.85%이다. 점선은 휨모멘트간의 상호 연관성을 고려하지 않은 경우이고, 굵은 실선은 이를 고려한 경우이다. 휨모멘트간의 상호 연관성을 고려하지 않은 경우에는 기둥의 극한 강도를 과대 평가하는 결과를 보인다. 기둥의 극한강도는 편심각  $\theta$ 가 0°일 경우에 가장 작고 편심각이 크질수록 극한강도가 감소하는 양상을 보인다.

표 3은 실험결과와 개발된 프로그램에 의해 계산된 기둥의 극한강도를 비교한 것이다. 실험상의 오차를 고려해볼 때 본 연구에서 제안된 해석방법이 극한강도를 잘 예측한다고 볼 수 있다.

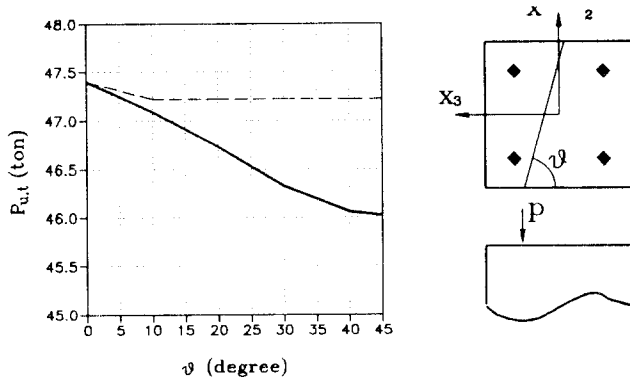


그림 3 정사각형 기둥에 2축 휨이 작용하는 경우 편심각도에 따른 극한강도 비교

표 3 해석 및 실험에 의한 최대하중 비교

specimen no.	$f'_c$	$\lambda$	$\theta$	$P_{u,t}$	$P_{u,a}$	$\frac{P_{u,t}}{P_{u,a}}$	specimen no.	$f'_c$	$\lambda$	$\theta$	$P_{u,t}$	$P_{u,a}$	$\frac{P_{u,t}}{P_{u,a}}$	specimen no.	$f'_c$	$\lambda$	$\theta$	$P_{u,t}$	$P_{u,a}$	$\frac{P_{u,t}}{P_{u,a}}$
15L 0-1	15	0	0	21.5	23.4	0.92	15M 0-1	15	0	0	47.4	47.4	1.00	15H 0-1	15	0	0	56.9	63.1	0.90
15L 0-2				18.9		0.80	15M 0-2				48.1		1.01	15H 0-2				52.7		0.83
15L45-1				21.5		0.93	15M45-1				47.2		1.02	15H45-1				58.4		0.98
15L45-2				22.4		0.97	15M45-2				43.6		0.95	15H45-2				54.6		0.90
30L 0-1	202	30	0	19.2	22.8	0.86	30M 0-1	548	30	0	40.2	45.3	0.89	30H 0-1	793	30	0	53.1	61.2	0.87
30L 0-2				19.6		0.86	30M 0-2				43.2		0.95	30H 0-2				53.0		0.87
30L45-1				20.2		0.92	30M45-1				36.5		0.84	30H45-1				52.6		0.92
30L45-2				20.5		0.93	30M45-2				34.5		0.80	30H45-2				51.0		0.89
50L 0-1	50	0	0	18.4	20.5	0.90	50M 0-1	50	0	0	30.0	35.5	0.85	50H 0-1	50	0	0	38.5	47.3	0.81
50L 0-2				17.7		0.86	50M 0-2				34.7		0.98	50H 0-2				42.1		0.89
50L45-1				17.3		0.86	50M45-1				33.6		0.98	50H45-1				41.2		0.88
50L45-2				15.3		0.77	50M45-2				34.7		1.00	50H45-2				41.8		0.90

$f'$ 의 압축강도(kg/cm<sup>2</sup>),  $P_u$ 는 실험에 의한 기둥의 극한 강도(ton),  $P_{u,a}$ 는 해석에 의한 기둥의 극한 강도(ton)

#### 4.2 축력과 횡변위 관계

그림 4(a)는 편심각도가 30°일때 축력과 횡변위관계를 나타낸 것이고, 그림 4(b)는 X<sub>2</sub>축 방향과 X<sub>3</sub>축 방향의 횡변위 관계를 나타낸 것이다. 균열이 발생하기 이전에는 휨모멘트간의 상호연관성을 고려한 경우(○)와 고려하지 않은 경우(△)의 횡변위가 동일하나, 균열이 발생되고 난 뒤 부터 상당한 차이

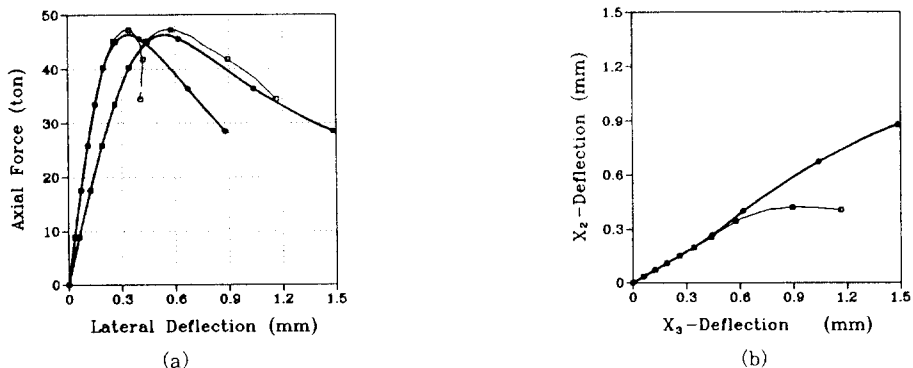


그림 4 편심각이 30°인 경우 (a)축력과 횡변위 관계 (b) X<sub>2</sub>축 방향과 X<sub>3</sub>축 방향의 횡변위 관계

를 보인다. 전자의 경우가 후자에 비하여 동일한 축하중에 대하여 횡변위가 크며, 결과적으로 기둥의 극한강도가 더 작아진다. 그림 5는 편심각도가  $0^\circ$ 와  $45^\circ$ 일때, 휨모멘트간의 상호 연관성을 고려한 해석결과와 실험결과를 비교한 것이다. 제안된 해석방법이 기둥의 축력과 횡변위 관계를 잘 예측함을 알 수 있다.

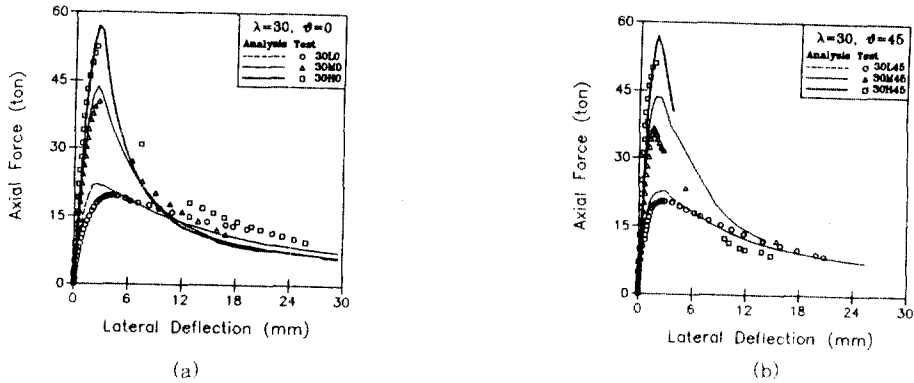


그림 5 편심각이  $0^\circ$ 와  $45^\circ$ 인 경우 축력과 횡변위 관계

## 5. 결 론

- 1) 비대칭 단면의 기둥이나 2축 휨을 받는 철근 콘크리트 기둥은 휨모멘트간의 상호 연관성을 고려하여 해석을 수행하여야 한다.
- 2) 축력과 휨모멘트의 상호 연관성 및 휨모멘트간의 상호 연관성을 고려한 보다 일반적인 공간뼈대 요소의 강성행렬을 유도하였으며, 이를 이용하여 2축 휨을 받는 철근 콘크리트 기둥 해석방법을 제안하였다.
- 3) 실험치와 해석치를 비교한 결과 본 연구에서 제안된 해석방법은 기둥의 극한강도와 거동을 잘 예측하는 것으로 나타났다.

## ● 참고문헌 ●

1. Jin-Keun Kim and Joo-Kyoung Yang, "Buckling Behavior of Slender High-strength Concrete Columns," Engineering Structure, Vol. 17, NO 1, 1995, pp.39-51.
2. Bazant, Z.P., Pan, J., and Cabot, G.P., "Softening in Reinforced Concrete Beams and Frames," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 113, NO. 12, 1987, pp2333-2347.
3. Committee 105, "Reinforced Concrete Column Investigation," ACI Journal, Proceeding, Vol. 27, 1931, pp675-676.
4. 이태규, "철근 콘크리트 보와 골조의 비선형 파괴거동 해석," 박사학위논문, 한국과학기술원, 1992, 142pp.
5. 조성찬, "철근 콘크리트 기둥의 좌굴거동에 관한 연구," 박사학위논문, 조선대학교, 1995, pp 286