

다구찌 기법을 이용한 기구의 공차설계에 관한 연구

(A Study on Tolerance Design of Mechanisms using the Taguchi Method)

* 박경호(대우상용차 기술전산실)
한형석(아주대학교 대학원)
박태원(아주대학교 기계산업공학부)

ABSTRACT

This paper presents a method for tolerance design using the Taguchi Method(TM) and general purpose mechanism analysis program. Also the tolerance design method is with respect to performance improvement of a mechanism. To use the orthogonal array, mathematical model of a mechanism is established and experiments are carried out by the general purpose mechanism analysis program. The contact model is used to consider a clearance effect. This method is applied to the tolerance design of the VTR Deck mechanism. This method can be used in tolerance design of general mechanisms.

Key Words : Tolerance Design(공차 설계), Taguchi Method(다구찌 기법),
Contact Model(접촉 모델), Mechanism Design(기구 설계)

기호설명

- | | |
|--|---|
| <p>p : 공차변수의 수</p> <p>q : 성능특성치의 실험횟수</p> <p>r : 공차변수의 수준수</p> <p>s : 공차변수의 각 수준에서의 데이터 갯수</p> <p>y : 시스템(상위특성)의 성능특성치</p> <p>T : y의 목표값</p> <p>Ω : y의 허용오차범위</p> <p>A : y가 규격을 벗어났을 때의 손실</p> <p>k_i : i번째 기구변수의 공차값, $i=1,2,\dots,p$</p> <p>x_i : i번째 공차변수, $i=1,2,\dots,p$</p> <p>A_i : i번째 공차변수의 공차가 규격(기능한계)을 벗어났을 때의 손실</p> <p>t_i : i번째 공차변수의 공차(하위특성)의 크기</p> <p>r_c : 반경 틈새의 크기</p> <p>m_i : i번째 공차변수의 중심치</p> <p>σ_i : i번째 공차변수의 표준편차</p> <p>x_i^k : i번째 공차변수의 수준 또는 수준값,
$k=1,2,\dots,r$</p> <p>c_i^k : i번째 공차변수의 k수준에서의 데이터의 합</p> <p>h_i : i번째 공차변수의 수준간의 간격</p> <p>y_j : y의 j번째 실험값, $j=1,2,\dots,q$</p> | <p>$\beta_{i(\gamma)}$: i번째 공차변수의 γ ($\gamma=1,2,\dots,\xi-1$) 차항의 계수(영향)</p> <p>ξ : 직교다항식의 차수</p> <p>S_T : 시스템의 성능특성치 y의 총변동(제곱합)</p> <p>S_m : 시스템의 성능특성치 y의 일반평균 변동</p> <p>$S_{i(\gamma)}$: i번째 공차변수의 γ 차항의 변동</p> <p>S_o : 시스템의 성능특성치 y의 오차변동</p> <p>f_T : 총변동(S_T)에 대한 자유도</p> <p>V_T : 시스템의 성능특성치 y의 분산</p> <p>V_T^* : 결정된 공차하에서 재실험한 후의 분산</p> <p>V_T^{target} : 설계자가 목표로 하는 분산</p> <p>δ : 성능특성치 y의 추정된 오차한계</p> <p>δ^* : 새로운 공차하에서 추정된 오차한계</p> <p>n_c : 실험횟수</p> <p>$F'_r(0.01)$: 확률 99%의 신뢰구간에서 F검정값</p> <p>Φ : 안전계수 또는 가중치</p> |
|--|---|

1. 서론

이제까지의 공차설계에 대한 연구는 일반적으로 확률이론을 기초로 하여 개발되어 왔다 [1]. 이런 공차설계 방법들은 부품의 길이공차나 조인트의 간극을 확률변수로 취급하여 공차특성을 해석하고 설계하는 것이다. 이것은 이

론적이며 체계적인 접근 방법이며 모든 기계계에 대해서 기구학적 방정식과 신뢰조건을 유도하고 복잡한 수학적 계산을 수행하여야 한다. 그리고 단품의 적용에는 가능하나 복잡한 기계계에 확률 이론을 적용한 공차설계는 한계가 있다. 한편으로 최근에 다구찌 기법에 의한 공차설계 [2]가 수행되어 왔는데 산업공학분야에서 많은 연구가 이루어졌고 일반적인 기구에의 응용이 수월하다.

본 논문에서는 다구찌 기법과 범용기구해석 프로그램을 이용하여 일반적인 기구의 공차설계를 성능향상의 측면에서 시도하였다. 기구에 대한 수학적 모델을 세우지 않고 범용기구해석 프로그램을 이용하여 모델링한다. 이 컴퓨터 모델을 이용하고 직교배열표의 구성과 모의 실험을 수행하여 다구찌의 공차결정식에 의해 새로운 공차를 할당하였다. 조인트의 틈새 효과는 접촉모델을 이용하였다.

2. 다구찌 기법에 의한 공차설계

2.1 공차설계의 이론적 배경

시스템의 성능은 부품의 공차의 변동 때문에 목적치 주변에서 변동하기 마련이다. 시스템의 규격이 $T \pm \Omega$ 이고, 규격(기능한계)을 벗어났을 때의 손실을 A 라 하면 시스템의 성능특성치 y 가 목표값 T 로 부터 벗어남으로 인한 손실함수 $L(y)$ 는 2차식으로 근사화된다 [3].

$$L(y) = \frac{A}{\Omega^2}(y - T)^2 \quad (1)$$

여기서 부품의 공차변수를 x_i 라 하고, x_i 가 시스템의 성능특성치 y 에 미치는 효과(영향), 즉 기울기가 β_i 인 1차효과이고, x_i 의 명목치(중심치)를 m_i 라고 하면

$$y = T + \beta_i(x_i - m_i) \quad (2)$$

가 된다. 식 (2)를 식 (1)의 우변에 대입하면 식 (3)과 같다.

$$L(y) = \frac{A}{\Omega^2}[\beta_i(x_i - m_i)]^2 \quad (3)$$

공차변수 x_i 를 가진 부품이 규격(기능한계)을 벗어났을 때의 손실을 A_i 라고 할때 식 (3)의 좌변에 대입하면

$$A_i = \frac{A}{\Omega^2}[\beta_i(x_i - m_i)]^2 \quad (4)$$

이 된다. 이때 공차변수 x_i 의 측정치와 명목치와의 편차를 $t_i = |x_i - m_i|$ 라고 할 때 t_i 에 대해서 풀면 다음식으로 주어진다.

$$t_i = \sqrt{\frac{A_i}{A} \frac{\Omega}{|\beta_i|}} \quad (5)$$

2.2 공차설계과정

먼저 초기 설계값을 가지고 어떤 기계계를 범용기구해석 프로그램을 이용하여 시스템을 정의할 수 있다. 이때 시스템의 인자(변수)들은 성능특성치 y 를 생성하기 위해서 기구변수 값들과 공차값들을 가진다. 범용기구해석 프로그램에 의해 정의한 시스템에서 파라미터설계에 의해서 최적기구변수 k_i 를 결정한다. 파라미터설계에 의해 결정된 기구변수들의 공칭값 k_i 에 게재될 수 있는 공차변수 x_i 가 성능특성치 y 의 산포에 미치는 영향을 평가하기 위하여 공차변수의 수준값 x_i^k 를 결정하여 기구변수에 할당한다. 다구찌는 2수준일 때는 공차가 성능특성치에 미치는 효과가 선형이라고 볼 경우이며 아래와 같이

$$\begin{aligned} x_1^1 &= m_1 - \sigma, \\ x_1^2 &= m_1 + \sigma, \end{aligned} \quad (6)$$

선정하고 3수준일때는 공차가 성능특성에 미치는 효과가 비선형일 경우이며 다음과 같이 선정한다.

$$\begin{aligned} x_1^1 &= m_1 - \sqrt{3/2} \sigma, \\ x_1^2 &= m_1, \\ x_1^3 &= m_1 + \sqrt{3/2} \sigma, \end{aligned} \quad (7)$$

다음 단계는 적절한 직교배열표를 선정하고 실험을 수행하여 실험값 y_j 를 얻은 후에 $\beta_{i(j)}$, V_T , 분산분석을 수행한다. 만약 공차변수의 수준값이 등간격으로 잡혀져 있으면, $\beta_{i(j)}$ 는 직교다항식계수표 [3]를 이용하여 구할 수 있다.

$$\beta_{i(j)} = \frac{\sum_{k=1}^r w^k c_i^k}{sh_i(\lambda S)} \quad (8)$$

또한 y_j 들에 대한 분산분석을 수행하기 위해서 변동의 향으로 분해할 수 있다.

$$\begin{aligned} S_T &= S_m + S_{i(1)} + S_{i(2)} + \dots + S_{i(r-1)} + S_e \\ &= S_m + S_{i(j)} + S_e \end{aligned} \quad (9)$$

따라서 S_T , S_m 은 식(10) 과 (11)에 의해서, $S_{i(r)}$ 는 직교다항식계수표 [3] 를 이용하여 식(12)에 의해서, 분산은 식(13) 으로 추정된다.

$$S_T = \sum_{j=1}^q y_j^2 \quad (10)$$

$$S_m = \frac{\left(\sum_{j=1}^q y_j\right)^2}{q} \quad (11)$$

$$S_{i(r)} = \frac{\left(\sum_{k=1}^r w^k c_i^k\right)^2}{s(\lambda^2 S)} \quad (12)$$

$$V_T = \frac{S_T}{f_T} \quad (13)$$

이제 식(5)를 이용하여 x_i 의 공차 크기 t_i^* 를 결정할 수 있다. 결정된 공차들을 다시 공차변수로 간주하여 새롭게 계산된 수준값을 기구변수에 할당하는 다음 직교배열표의 작성과 실험을 수행하고 실험값 y_j 에 대한 분산 V_T 을 추정한다. 따라서 초기의 공차 t_i 하에서 구한 V_T 와 새로운 공차 t_i^* 하에서의 V_T^* 를 비교하여 새로운 공차하에서의 분산이 작아졌는지를 확인하여 공차설계 과정을 완성한다.

그런데 기구설계에서 설계자는 A_i 와 A 에 대한 데이터를 얻을 수도 있지만 굉장히 힘들 것으로 예상된다. 따라서 본 논문에서는 보다 현실성을 부여하기 위해 식(5)의 $\sqrt{A_i/A}$ 항을 안전계수의 개념으로 사용할 것을 제안하였다.

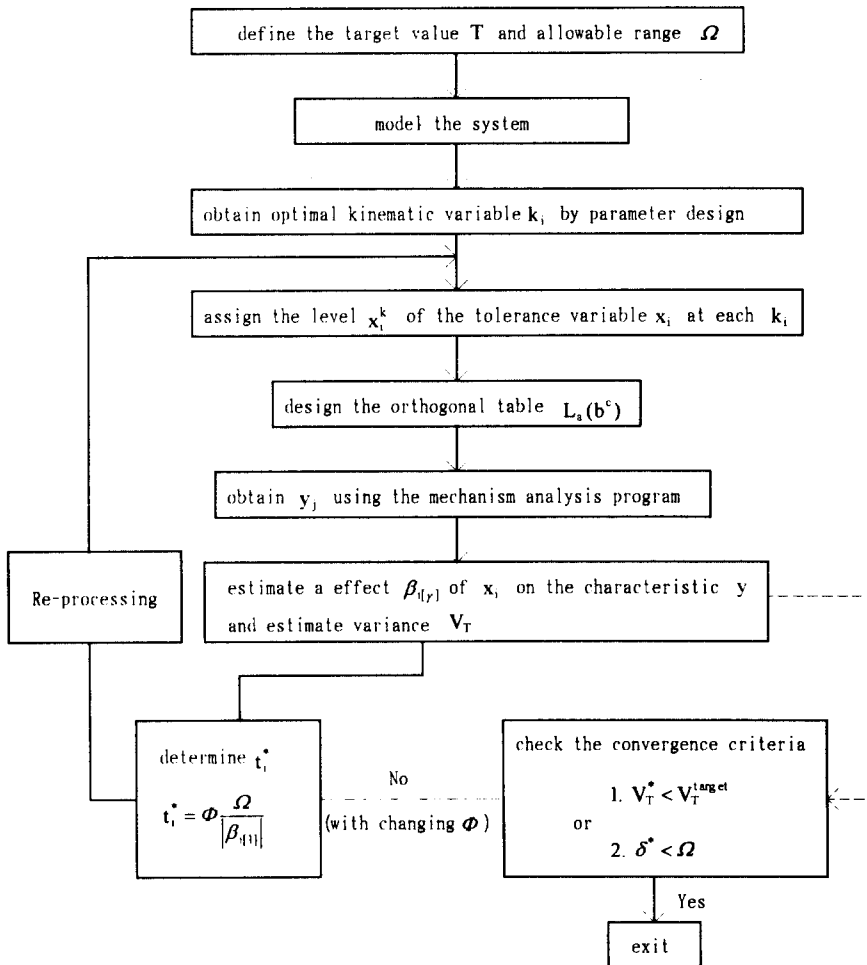


Fig. 1 Flow chart for tolerance design procedure

즉, 가중치 Φ 를 사용하여 식(5)를 다시 쓰면 식(14)처럼 된다.

$$t_i^* = \Phi \frac{\Omega}{|\beta_{i(1)}|} \quad (14)$$

여기서 합리적인 가중치의 결정을 위해서 대구찌의 오차한계를 이용하였다. 오차한계는 성능특성치(목표치)를 중심으로 출력값(결과치)이 산포되는 확률적 경계치이며 식(15)로 추정된다.

$$\delta^* = \pm \sqrt{F_r'(0.01) \times V_r^* \times \left(\frac{1}{n_c} + 1\right)} \quad (15)$$

그리고 본 논문에서는 다음과 같은 2가지의 수렴조건을 제시하였다.

1. $V_r^* < V_r^{*max}$
2. $\delta^* < \Omega$

따라서 가중치 Φ 를 경험적인 방법으로 증감하여 새로운 공차하에서의 분산을 구하고 식(16)의 2가지의 수렴조건중에 1개를 선택하여 만족하는 가를 판별하여 만족한다면 그때의 공차를 새로운 공차로 결정한다. 이상의 공차설계과정을 요약하여 Fig. 1처럼 나타낼 수 있다.

3. 수치예제

3.1 시스템 모델링

Fig. 2의 응용모델은 VTR 데크 기구에서 하우징부의 레버도어이다. 비디오 테이프의 삽입과 방출시 비디오의 도어(door)을 열어주는 기능을 한다. Fig. 2에서 암이 회전하면 레버도어와 캠작용(굵은 선)을 하여 결과적으로 레버도어가 회전하여 일정한 크기의 각도를 유지하

여야 한다. 레버도어의 원하는 목표치는 $T=30^\circ$ 이며 허용오차범위는 $\Omega=2.00^\circ$ 이다. 그런데 공차를 고려한 실물제작에서는 30° 를 초과하거나(θ^+) 미달하는(θ^-) 제품을 생산하였다. 따라서 대구찌 기법을 이용하여 각 부분의 공차가 미치는 영향을 파악하고 시스템의 성능을 향상시키고 성능특성치의 변동을 최소화 시키는 공차를 결정하는 것이 목적이다.

Fig. 2의 기구는 범용기구해석 프로그램 [4]를 이용하여 모델링하였다. 회전조인트의 반경 틈새의 공차를 고려하기 위해서 DADS의 접촉모델(contact model)을 이용하였다.

3.2 실험 및 결과

먼저 파라미터설계의 의해서 시스템의 목표값 $T=30^\circ$ 가 발생하도록 최적기구변수를 구하였다. 본 모델에 있어서 많은 기구변수 중에서 4개의 기구변수를 선택하였다. 설계상의 초기 기구변수값과 길이공차는 $k_1 \pm t_1 = R15.65 \pm 0.1$ (mm), $k_2 \pm t_2 = 21.00 \pm 0.10$ (mm), $k_3 \pm t_3 = R1.50 \pm 0.05$ (mm)이며 Table 2에 각각의 기구변수와 공차변수에 대한 설명을 나타내고 있고 Fig. 3은 자세한 도면을 나타낸다. 그리고 레버도어의 회전조인트의 반경 틈새의 공차량은 $t_2(r_c) = {}^{+0.02}_{-0.00}$ (mm)이며 회전조인트의 틈새는 원칙적으로 공차의 범위로 간주되어야 하는데 1차적으로 파라미터설계를 수행하기 위하여 불가피하게 틈새를 기구변수로 간주하여 $t_2(r_c)$ 를 $k_2 + t_2(r_c) = 0.00 {}^{+0.02}_{-0.00}$ (mm)로 치환하였다. 즉, $k_2 = 0.00$ mm를 기구변수값으로 취급하여 파라미터설계를 수행하였다.

Table 1 Kinematic variable and tolerance variable

Kinematic Var. & Tolerance var.	Description
$k_1 \pm x_1$	Radial kinematic dimension and tolerance dimension for lever door's cam
$k_2 + x_2$	Radial clearance for revolute joint of lever door
$k_3 \pm x_3$	X-axis kinematic dimension and tolerance dimension for revolute joint of lever door
$k_4 \pm x_4$	Radial kinematic dimension and tolerance dimension for arm's cam

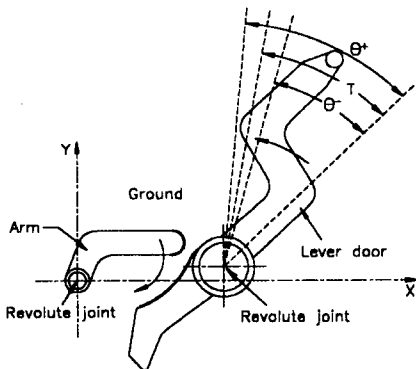


Fig. 2 Lever door mechanism

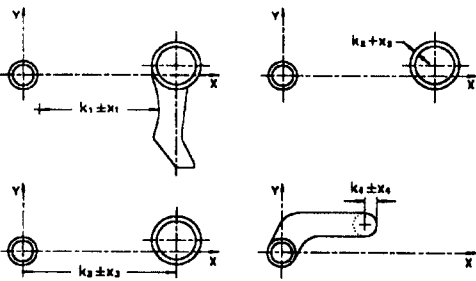


Fig. 3 Drawings of kinematic var. & tolerance var.

결론으로 파라미터설계 [5] 에 의한 최적기구변수 $k_1^* = R15.75\text{mm}$, $k_2^* = 0.00\text{mm}$, $k_3^* = 21.10\text{mm}$, $k_4^* = R1.73\text{mm}$ 으로 결정되며 그때의 성능특성치는 30° 를 발생하였다.

다음으로 공차설계에 대해서는 각각의 기구변수들에 대한 초기공차량을 다시 쓰면 $t_1 = 0.10\text{mm}$, $t_2(r_c) = \begin{matrix} +0.02 \\ -0.00 \end{matrix} (\text{mm})$, $t_3 = 0.10\text{mm}$, $t_4 = 0.05\text{mm}$ 이다. 기구에서 길이공차와 조인트의 틈새는 0.9973의 확률과 함께 신뢰수준의 3σ 로 선택하는 것이 일반적이므로 길이공차의 표준편차는 $\sigma_l = (t_l / 3)$ 이고 반경틈새의 표준편차는 $\sigma_c = (r_c / 3)$ 로 나타내고 있다. 공차와 틈새의 수준값 결정에 상기의 표준편차를 도입하였고 수준은 식 (7)의 3수준을 사용하여 공차변수 x_1, x_3, x_4 의 수준값을 결정하였다. 틈새에 대해서는 $\sigma_c = (r_c / 3) = 0.02 / 3 = 0.007$ 로 결정되고 틈새를 3수준으로 사용하기 위해서 r_c 를 편의상 $r_c = \begin{matrix} +0.02 \\ -0.00 \end{matrix} = 0.01 \begin{matrix} -0.01 \\ +0.01 \end{matrix}$ 로 표현하였다. Table 2는 공차변수에 대한 수준값을 나타낸다.

Table 2 Tolerance Variable(noise factor) and level

Tolerance Var.	Level		
	1 (x_1^1)	2 (x_2^2)	3 (x_3^3)
x_1	-0.041	0.000	0.041
x_2	0.002	0.010	0.018
x_3	-0.041	0.000	0.041
x_4	-0.021	0.000	0.021

직교배열표는 $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 를 선택하였으며 Table 3과 같고 2, 3, 4, 5열에 공차변수를 할당하였다. 그리고 모의실험을 수행하여 실험값 y_j 를 얻었으며 분산분석표를 작성하면 Table 4와 같다.

Table 3 Orthogonal array $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ and experimental value

No. of Exp.	Noise Factor (Tolerance Var.)								Deviation Val. ($d_j = y_j - 30^\circ$)
	x_1, x_2, x_3, x_4								
	Column Number								
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.5345
2	1	1	2	2	2	2	2	2	1.5298
3	1	1	3	3	3	3	3	3	0.5520
4	1	2	1	1	2	2	3	3	1.7504
5	1	2	2	2	3	3	1	1	0.7510
6	1	2	3	3	1	1	2	2	-0.6507
7	1	3	1	2	1	3	2	3	-0.6576
8	1	3	2	3	2	1	3	1	-0.7879
9	1	3	3	1	3	2	1	2	1.6382
10	2	1	1	3	3	2	2	1	0.8649
11	2	1	2	1	1	3	3	2	2.3686
12	2	1	3	2	2	1	1	3	1.3594
13	2	2	1	2	3	1	3	2	0.9146
14	2	2	2	3	1	2	1	3	-0.6191
15	2	2	3	1	2	3	2	1	1.4100
16	2	3	1	3	2	3	1	2	-0.7559
17	2	3	2	1	3	1	2	3	0.8004
18	2	3	3	2	1	2	3	1	-0.7207

Table 4 ANOVA Table for deviation value ($d_j = y_j - 30^\circ$)

Factor	f	S	V	ρ (%)
m	1	8.3803	8.3803	27.68
$X_{1 1}$	1	7.8290	7.8290	25.84
$X_{1 2}$	1	0.0723°	0.0723	-
$X_{2 1}$	1	0.0941	0.0941	0.60
$X_{2 2}$	1	0.0007°	0.0007	-
$X_{3 1}$	1	11.7985	11.7985	39.07
$X_{3 2}$	1	0.2104°	0.2104	-
$X_{4 1}$	1	0.8890	0.8890	2.71
$X_{4 2}$	1	0.0424°	0.0424	-
e	9	0.6858°	0.0762	-
(e)	(13)	(1.0116)	(0.0778)	(4.10)
T	18	30.0025		100

(e) is error variance by pooling ° factors.

또 식 (8)에 의해서 성능특성치 y 에 x_i 가 미치는 1차 및 2차효과를 구해보면

$$\beta_{1|1} = -19.7006, \quad \beta_{1|2} = 32981$$

$$\beta_{2|1} = -11.0698, \quad \beta_{2|2} = 15989$$

$$\beta_{3|1} = -24.1846, \quad \beta_{3|2} = 35943$$

$$\beta_{4|1} = 129607, \quad \beta_{4|2} = -25112$$

와 같다. 여기서 1차효과는 2차효과에 비해 약 6배 정도 크다. 이상으로 가중치가 $\Phi = 07$

0.6, 0.5 일때 식 (14)에 의해서 공차와 틈새를 결정하고 이 결정된 공차와 틈새의 조건하에서 반복수행 과정을 통해 분산과 오차한계를 추정하여 Table 5에 보여진다.

Table 5 New tolerance, variance and error limit with varying weighting factor ϕ

Initial Tolerance	t_1	$t_2(r_c)$	t_3	t_4	V_T	δ
	0.10	$^{+0.02}_{-0.00}$	0.10	0.05	1.6668	3.82
New Tol. ϕ	t_1^*	$t_2^*(r_c^*)$	t_3^*	t_4^*	V_T^*	δ^*
0.7	0.07	$^{+0.14}_{-0.00}$	0.06	0.11	1.1798	3.21
0.6	0.06	$^{+0.12}_{-0.00}$	0.05	0.09	0.6323	2.35
0.5	0.05	$^{+0.10}_{-0.00}$	0.04	0.08	0.4229	1.92

3.3 결과분석

Table 5에서 $\phi = 0.5$ 일때 새로운 공차와 틈새의 오차한계는 $\delta^* = 1.92^\circ$ 이므로 식 (16)의 수렴조건중에 2.를 만족함으로 상기의 공차와 틈새를 최적값으로 결정한다.

이 결과를 Table 4와 비교하면 시스템에 미치는 기여도 ρ 가 x_3 일때 39.07%로 가장 민감한 시스템 공차변수임을 알 수 있다. 따라서 t_3 의 감소량은 0.06mm로 가장 많이 감소하였다. 또 x_1 일때 기여도는 25.84%이며 t_1 의 감소량은 0.05mm이다. 반면에 x_2 의 기여도는 0.6%이므로 시스템에 미치는 상대적인 영향도가 가장 적으며 공차변수 x_4 는 2.71%이다. 그러므로 틈새 $t_2(r_c)$ 는 0.08mm로 가장 많이 증가하였고 t_4 는 0.03mm 증가하였다. 다시 말하면 Table 4와 Table 5을 관찰하면 시스템에 미치는 기여도의 영향이 상대적으로 큰 방향으로의 값이라면 초기의 공차보다 새롭게 결정된 공차의 크기는 감소하는 방향으로 진행하며 시스템에 미치는 기여도 영향이 상대적으로 작으면 작을수록 새롭게 결정된 공차의 크기는 증가해야 함을 분명히 보여주고 있다. 이상으로 최적화 된 기구변수값, 공차와 이때에 시스템의 성능특성치와 오차한계는 아래와 같다.

$$k_1^* \pm t_1^* = R15.75 \pm 0.05(\text{mm})$$

$$k_2^* \pm t_2^*(r_c^*) = 0.00^{+0.10}_{-0.00}(\text{mm})$$

$$k_3^* \pm t_3^* = 21.10 \pm 0.04(\text{mm})$$

$$k_4^* \pm t_4^* = R1.73 \pm 0.08(\text{mm})$$

$$T \pm \delta^* = 30 \pm 1.92 (^\circ)$$

4. 결론

1. 시스템에 미치는 공차변수의 민감성을 측정하여 민감한 공차변수는 공차량을 감소시키는 방향으로, 둔감한 공차변수는 공차량을 증가시키는 방향으로 결정하여 현재의 시스템보다 성능이 개선된 시스템을 기대할 수 있다.

2. 기구의 공차설계에서 $\sqrt{A_i/A}$ 항을 획득하기 어려운 경우 경험적인 안전계수를 도입하여 공차를 결정할 것을 제시하였으며, 성능향상의 측면에서 새로운 공차들을 결정하였으므로 공차의 영향에 둔한 제품을 설계할 수 있으리라 예상된다.

3. 일반적인 기구의 공차설계를 수행하는데 기존의 확률적 접근보다 다구찌 기법에 의한 접근은 수식화하기 어려운 실질적인 기구들에 적용이 수월하며 현장에서 광범위하게 응용할 수 있으며, 데이터베이스를 구축하여 기구의 초기설계단계에서 실용화 할 수 있다.

5. Reference

1. Je Ha Rhyu, Byung Man Kwak, "Optimal Stochastic Design of Four Mechanisms for Tolerance and Clearance," Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol.110, pp.255-262, 1988.
2. Y.H.Andrew Liou, Paul P.Lin, Richard R.Lindeke and H.D.Chiang, "Tolerance Specification of Robot Kinematic Parameters using an Experimental Design Technique - The Taguchi Method," Robotics & Computer-Integrated Manufacturing, Vol.10, No.3, pp.199-207, 1993.
3. 田口玄一, 품질공학강좌1~5, 서울, 한국공업표준협회, 1991
4. DADS User's Manual, Computer Aided Design Software Inc, 1993
5. 박경호, "기구 설계에서 공차 할당에 관한 연구", 아주대학교 석사학위논문, 1996