

잇수차가 적은 내접치차의 다목적 최적 설계

Multi-objective Optimal Design of Internal Gear with Small Tooth Difference

최영석*, 김성근**

*대우전자 OM 연구소, **호서대학교

ABSTRACT

Reduction gear with internal gear pair need functions such as compact size, high reduction ratios, high transmission efficiency, and low noise. Feasible design region of the internal gear pair with a small tooth difference is extremely limited because the internal gear pair is subject to interference in meshing and cutting. Single-objective optimal design can not simultaneously satisfy the manifold requirements of the internal gear pair and can not determine the economical specification of a pinion cutter. Multi-objective optimal design which include the specification of the pinion cutter in design variables is developed, considering the manufacturing error of an internal gear pair and the re-sharpening of the pinion cutter.

1. 서론

일반적으로 치차의 최적설계는 제한조건이 있는 비선형 최적화 문제로 귀착된다. 또한 설계변수는 독립적이지 않고 서로 복잡한 종속관계를 유지하므로 문제가 복잡하게 된다. 이러한 이유로 인하여, 치차의 자동설계에 관해서는 많은 연구와 해설이 있지만 최적화 설계에 대해서는 비교적 제한조건이 간단하고 단능적 최적화 설계에 국한된 연구들만 발표되어 있다. 제품의 다품종 다양화에 대처하기 위하여 제품의 기본 요소인 치차의 설계 시스템도 단능적 설계 시스템을 피하고 다양성을 함리적으로 이룩할 필요가 있다. 이러한 요구조건을 만족시키기 위해서 본 연구에서는 지금까지 치차의 최적화 문제에 시도되어 왔던 단목적 또는 스칼라 최적화 방법(single-objective or scalar optimization method)에서 탈피하여 OR (Operation Research) 또는 DM(Decision Making)에서 주로 사용되고 있는 다목적 또는 벡터 최적화 방법(multi-objective or vector optimization method)을 내접치차와 커터 제원의 최적결정 문제에 적합하도록 변경 보완하여 적용하고자 한다. 지금까지는 치차의 요건중 하나만을 목적함수로 두고 나머지 요건을 제한조건으로 하여, 목적함수로 하지 않은 치차의 요건이 기대치보다 저하되는 단점이 있었지만 치차의 제반 요건을 모두 목적함수로 하는 벡터 최적화 방법을 사용하면 이 단점을 해소할 수 있는 장점이 있다. 또한 지금까지는 커터의 제원이 고정된 설계를 하여 커터의 연삭과 마멸에 대한 조건을 향상시킬 수가 없었지만 벡터 최적 설계 기

술을 사용하여 커터의 수명까지도 목적함수로 고려함으로써 대량 생산시 제작의 경제성을 향상시킬 수도 있다. 그러나 각 목적함수들은 서로 상충하므로 모든 목적함수를 동시에 최적으로 할 수는 없다. 즉 하나의 목적함수가 향상되면 다른 목적함수들이 저하될 수가 있다. 그러므로 벡터 최적화에서는 스칼라 최적 설계와는 달리 최적해의 개념이 다르다. 즉 벡터 최적화에서는 서로 비교할 수 없는 해, 즉 더 이상 동시에 모든 목적함수가 향상되지 않는 해의 개념인 우월하지 않는(undominated) 또는 Pareto 최소치의 개념으로 최적해가 1개만 존재하는 것이 아니라 여러개가 존재하게 된다. 따라서 목적함수 간에 적절한 정도의 타협이 필요하다. 본 연구에서는 치차의 각 기능에 대한 특성과 실현성 및 계산 시간을 고려하여 치차 설계에 적합하도록 변경 혼합하여 사용하였다.

2. 내접치차 설계를 위한 최적화 모델

잇수차가 적은 내접치차와 피니언은 간섭으로 인하여 설계범위가 현저하게 축소되고, 특히 가공시의 간섭으로 문제가 복잡하게 된다. 따라서 본 연구에서는 내접치차 가공시에 간섭을 피할 수 있고 양질의 절삭과 긴 커터수명을 보장하는 피니언 커터 제원의 최적결정에 역점을 두기 위하여, 잇수차가 적은 내접치차의 운동학적 설계에 국한하고 강도상의 설계는 고려하지 않았다. 즉, 모듈과 이폭은 미리 결정된 것으로 하였다. 또한 피니언의 가공은 경제성을 고려하여, 호브가공을 주로 하므로

언더컷 이외의 간섭은 일어나지 않는다. 따라서 피니언 가공용 커터는 최적결정 대상에서 제외시켰다.

2.1 설계변수

본 연구에서는 치차비와 잇수가 결정된 경우로 가정하였다. 따라서 내접치차와 피니언의 잇수는 미리 결정되어 설계변수에 포함되지 않는다. 잇수가 적은 내접치차의 간섭을 피하기 위해서는 양치차에 전위를 주든지 저지형으로 만들어야 한다. 지금까지는 이끝 높이 계수 h_a 를 양치차에 균등하게 1 또는 0.8로 일정하게 두고 양치차에 전위를 주어서 간섭을 방지했다. 본 연구에서는 h_a 값이 양치차에 1 또는 0.8로 고정된 경우와 그렇지 않은 경우로, 2가지 경우를 고려하였다. 후자의 경우에는 h_a 가 설계변수에 포함된다. 설계가능 범위를 확장하고 경제적인 커터의 제원을 얻기 위하여 커터의 제원을 설계변수에 포함시켰다. 따라서 총 고려되는 설계변수는 피니언과 내접치차의 전위 계수(x_1, x_2), 이끝높이계수(h_a), 피니언커터의 전위계수와 잇수(z_c, z_c)의 5가지이다.^(1,2)

2.2 목적 함수

제한 조건으로는 이끝 접촉, 이끝 두께, 피니언 커터의 잇수, 전위계수, 이끝 간섭, 이뿌리 간섭, 트리밍, 언더컷, 이끝과 이뿌리간의 간섭을 설정한다. 목적함수로는 물림률, 작용압력각, 이물림 효율, 최대 치형 높이, 내접치차 이높이 감소량, 이두께와 곡률반경비, 피니언 커터의 잇수로 구성하며 각 목적함수에 대한 구성은 다음과 같이 하였다.

1) 물림률

잇수가 적은 내접치차에서 간섭을 피하도록 설계하면 물림률이 저하된다. 내접치차는 물림률 1 이하에서도 비교적 잘 작동되는 특성을 갖고 있지만, 가능한 한 치하중 분배와 정속운동작을 위하여 최대한 유지할 필요가 있다.⁽²⁾

2) 작용압력각

잇수가 적은 내접치차의 작용압력각은 유성치차의 베어링 크기를 결정하는 기본요소이다. 즉, 작용압력각이 커지면 유성치차의 베어링 하중이 증가하여 보다 큰 베어링이 필요하므로 전체 기어박스 용적이 증가한다. 따라서 가능한 한 작용압력각을 최소로 유지할 필요가 있다.

3) 이물림 효율

이물림 효율 η 는 내접치차가 고정되었을 때, 내접치차의 효율 η 와 내접치차와 피니언의 잇수차 $Z_2 = Z_2 - Z_1$ 에 의한 함수로 표시한다. 내접치차의 잇수가 적을 때에는 KHV 치차장치의 효율이 내접치차의 효율에 매우 민감하게 변화한다. 따라서 내접치차가 높은 효율을 내도록 치차치수를 최적설계 한다면 90%

이상의 높은 KHV 치차장치의 효율을 유지할 수 있다. 내접치차 효율공식은 문헌^(3,4,5)마다 약간의 차이가 있다. 대부분의 효율공식은 물림률만의 함수로 되어 있으며, 피치점이 접촉선상에 있다는 가정을 전제로 하고 있다. 그러나 본 연구와 같이 잇수가 적은 내접치차장치에서는 피치점이 접촉선 밖에 위치하는 경우가 많아서 효율이 피치점의 위치에 따라 달라지므로 적당한 효율 공식이 되지 못한다. 따라서, 본 연구에서는 Morozumi^(4,5)가 피치점 위치의 함수로 유도한 효율공식을 사용하였다.

4) 최대 치형 높이

내접치차는 연삭과 같은 다듬질가공이 불가능하여 피니언커터로 창성전삭할 때에 그 정밀도가 결정되므로 커터와 절삭조건 선택에 주의하여야 된다. 치차의 치형오차는 치차소재와 커터의 정밀도, 공작기계의 운동학적 및 기하학적 정밀도, 절삭시스템의 강성, 절삭조건등의 많은 인자에 의하여 영향을 받지만, 최소한의 정밀도는 이론상의 창성치형을 고려하여 결정할 수 있다. 즉 이론상의 창성치형과 인벌류트곡선간의 최대편차를 최소한의 치형오차로 생각할 수 있다. 그리고 이러한 이론상의 최대편차를 최대치형높이라고 부른다⁽⁶⁾. 따라서 본 연구에서는 내접치차 가공시의 치형오차를 최소화하기 위하여 최대치형높이 H_{max} 를 목적함수로 하였다.

5) 내접치차 이높이 감소량

내접치차를 절삭하기 위하여 피니언 커터의 절삭날을 이음속으로 밀어넣을 때 피니언 커터의 이끝두께가 내접치차의 이뿌리후폭보다 크면, 피니언커터의 이끝이 내접치차의 이뿌리후에 닿기 전에 절삭날의 양측면이 내접치차의 양치면에 접촉해서 더 이상 절삭날을 밀어넣을 수가 없다. 따라서 내접치차의 이높이는 L/h 만큼 낮아지게 된다. 이러한 내접치차 이높이의 감소로 인하여, 피니언의 이높이를 감소시켜야 하며 그 결과 이물림률이 저하된다. 따라서 본 연구에서는 내접치차 이높이 감소량을 최소화할 수 있는 내접치차와 커터의 제원을 결정하고자 한다.

7) 이두께와 곡률반경비

Oda⁽⁷⁾는 내접치차의 굽힘응력에 대한 응력집중계수가 필릿 위험단면 위치에서의 현이두께 s 와 곡률반경의 비에 대하여 단조 증가한다고 실험에 의해서 증명하였다. 필릿 위험단면 위치는 이뿌리 필릿 곡선의 접선과 이중심선이 이루는 각 β 가 약 45° 가 되는 장소라고 주장하고, 실험에 의해서 $\beta=45^\circ$ 가 되는 필릿부분에서의 굽힘응력이 최대 굽힘응력과 오차 2% 내에서 일치함을 보였다.

따라서 본 연구에서는 위험단면 위치 $\beta=45^\circ$ 에서의 내접치차와 피니언커터의 제원을 결정하여 내접치차의 굽힘강도를 향상시키고자 한다.

8) 피니언 커터의 잇수

피니언 커터의 수명은 가공 이חס수와 재연삭 범위로 나타낼 수 있다. 가공 이חס수에 대한 커터수명의 고려로서는 가능한 한 커터의 잇수를 많이 하여 커터의 이 하나가 가공하는 이חס수를 적게 하여야 한다. 그러면 절삭날의 마멸이 줄어 재연삭 기간이 연장될 수 있다. 따라서 피니언커터의 잇수 z_c 를 목적함수로 할 필요가 있다. 재연삭 범위를 확장하기 위해서는 커터 절삭치형의 전위계수를 크게 할 필요가 있다. 재연삭 범위를 크게 하기 위해서 피니언 커터의 전위계수 x_c 를 최대화하고자 한다.

4. 다목적 최적화 설계

4.1 최적화 설계 방법 및 최적화 조건

먼저 잇수차가 적은 내접치차 최적 설계의 설계 가능 범위와 각 치차의 기능이 동시에 향상될 가능성, 즉 다목적 최적 설계로의 발전 가능성을 알아 보기 위하여 치차 제원($z_d=1, z_1=40, m=3, \alpha=20^\circ, S_n=0$)에 대하여 이חס이 계수와 전위계수에 대한 격자 간격을 0.2, 잇수에 대한 격자 간격을 1로 하여 설계 가능한 범위와 그 범위에서의 치차 기능 함수, 즉 목적함수값을 격자 탐색법으로 조사하였다.

Fig.1에 커터 제원이 고정 되었을 때와 커터의 제원이 설계변수에 포함되어 고정되지 않았을 때의 설계 가능 범위를 나타내었다.

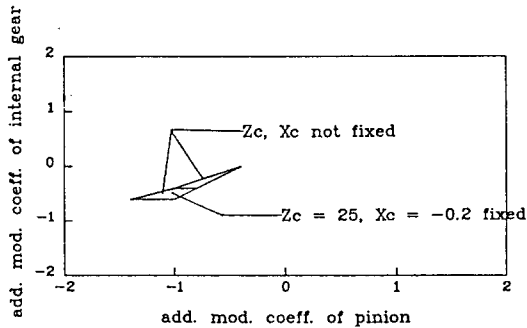
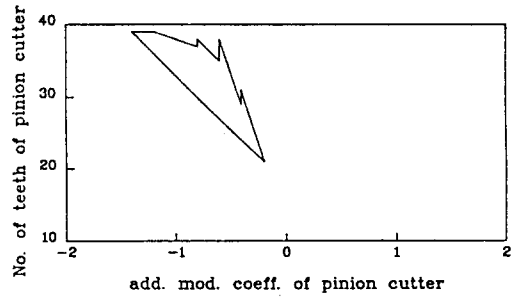


Fig.1 Feasible design space with variable z_c, x_c with $z_c=23, x_c=-0.2$

결과, 잇수차가 적은 내접치차의 설계 가능 범위는 매우 좁았으며 커터의 제원을 고정하지 않았을 때는 고정했을 때 보다 2배 정도 증가 하였다. 따라서 커터의 제원을 설계 변수에 포함하여 설계가능 범위를 확대시켜 치차의 기능을 향상시킬 수 있는 가능성을 확인하였다. 설계 가능한 범위에서 동일한 치차 기능 함수 값들을 갖는 커터의 제원 범위는 Fig.2와 같다.



$$a_w = 58.2^\circ, \epsilon = 1.187, \eta_{bv} = 86.936\%$$

$$h_a = 0.6, x_1 = -1.4, x_2 = -0.6$$

Fig.2 Feasible design space with same objective function value

그 결과, 동일한 치차의 기능을 실현하는 커터의 제원은 다양하게 존재하므로, 다목적 최적설계로 연삭범위와 마멸에 유리한 전위계수가 크고 잇수가 많은 피니언 커터를 선택할 수 있는 가능성을 확인하였다.

작용 압력각이 같은 설계 변수의 값들이 다수 존재하므로, 다목적 최적 설계를 하면 그 중에서 물림률 또는 물림효율이 좋은 것을 선택할 수 있어 다수의 치차 기능을 동시에 향상시킬 수 있음을 발견하였다. 단목적 최적 설계에서는 작용압력각이 최소인 것만을 발견하므로 같은 최소 압력각이라도 이러한 정보를 상실하여 물림률이나 효율이 낮은 것을 선택할 가능성이 있다.

총 8개의 목적함수중에서 이론적 최대 치형오차 높이 H_{max} 와 내접치차의 이חס이 감소량 Δh 는 실현 가능치 $1\mu m$ 이하로 두는 것이 실제적이라고 생각하여 다목적 최적화 기술중에서의 목적함수 제한법과 사전식 편집법을 응용하여 이 2개의 목적함수를 제한조건으로 형성하였다.⁽⁸⁾

나머지 6개의 목적함수를 목적함수 벡터로 간주하여 위에서 언급한 두가지 관점에서 다목적 최적화 설계를 시도하였다. 첫 번째 관점인 타당한 다수의 해를 의사 결정자에게 제공하여 선택 범위를 확장시키는 데 사용되는 기술은 생성기법(generating technique)이라고 하는데, 가중화 기법(weighting method)과 제한 조건법(constraint method)으로 크게 2가지로 구분된다. 본 연구에서는 단시간에 만족할 만한 많은 최적해를 구하기 위하여 2가지 방법을 혼합해서 응용하였다.

이물림에 관계하는 목적함수인 작용압력각, 물림률, 효율은 제한조건법을 응용하여 최적치 부근을 유지하도록 제한조건화하고, 내접치차 창성에 관련된 나머지 3개의 목적함수는 가중화 기법을 응용하여 목적함수화하여 최적해를 생성하였다.

그러나, 최적 설계 결과, 이물림에 관계된 목적함수들은 동시에 최적치 부근으로 오지 않았다. 따라서, 프로그램에 그 목적함수에 관련한 제한조건의 위반을 허용하고 가능한 한 최적치

부근에 오도록 하여 최적해들을 구하였다. 또한 이물림에 관련된 목적함수와 내접치차 창성에 관련된 목적함수를 위의 방법에서 서로 그 역할을 바꾸어 다목적 최적 설계를 시도하였다.

두 번째 관점인 의사 결정자가 충분한 설계지식이 없을 때 설계자가 목적함수간의 타협의 정도를 적절히 삽입하여야 할 경우에 대해서는 총괄 기준법(global criterion formulation)을 사용하였다.

이 방법은 각 목적함수의 이상치, 즉 단목적 최적해와 목적함수간의 거리를 목적함수로 두고 단목적 최적화하는 방법이다. 다목적 최적화 프로그램의 구성은 제한 조건화한 목적함수와 목적함수 벡터를 각 목적함수의 타협의 정도를 반영한 스칼라 목적함수로 대체시킨 것 외에는 단목적 최적화 프로그램과 같은 알고리즘으로 구성된다.

4.2 다목적 최적화 과정

단목적의 경우에는 본 연구의 작용압력각이 Walton의 연구보다 조금 향상된 경향을 보이고 있다.⁽⁸⁾ 이러한 결과는 커터의 제원을 설계 변수에 포함시켜 설계 가능 범위를 확장시킨 것과 간섭 제한 조건에 대한 제조와 조립의 영향을 변분법에 의해서 효율적으로 고려했기 때문이라 생각된다. 또한, Walton은 최적 설계지수의 실현 가능한 한계를 고려하지 않으서 설계지수가 반올림(rounding)되었을 때 간섭이 발생할 확률이 크다는 단점이 있다.

Yacjima가 최적 설계한 물림률과 본 연구의 결과를 비교하여 보면 본 연구의 작용압력각을 최적 설계한 결과가 Walton의 최적 설계보다 향상된 정도 이상으로 본 연구의 최적 설계된 물림률이 Yacjima의 결과보다 매우 향상된 경향을 보이고 있다.⁽⁸⁾

이러한 결과는 창성시의 트리밍 간섭 제한 조건이 최적해의 경계 제한조건이 되어 작용압력각을 목적함수로 한 최적설계보다 커터 제원을 설계 변수에 포함시킨 영향을 더 크게 받았기 때문으로 생각된다.

생성 기법에 의하여 다목적 최적 설계한 결과들은 내접치차 이높이 감소량 Δh 와 최대치형 높이 Hmax가 $1\mu\text{m}$ 이하로 일정하게 유지되는 것에 비하여, Morozumi의 결과는 다소 큰 값을 가지고 있다.

대부분의 목적 함수 값이 Morozumi의 값보다 다소 향상되는 결과를 보이고 있다. 단목적 최적 설계는 하나의 치차 기능만을 최적으로 유지시킬 뿐 나머지 치차 기능능 적정 수준 이하로 저하시킬 가능성이 있지만, 다목적 최적 설계는 치차의 여러 가지 기능들을 적정 수준 이상으로 유지할 수 있는 장점이 있다.

Fig.3, Fig.4, Fig.5, Fig.6, Fig.7에 각기 다른 치차 제원에 대하여 다목적 최적설계한 결과를 다른 설계자의 설계 결과와 비교하여 값 진로 표현 방식으로 나타내었다.

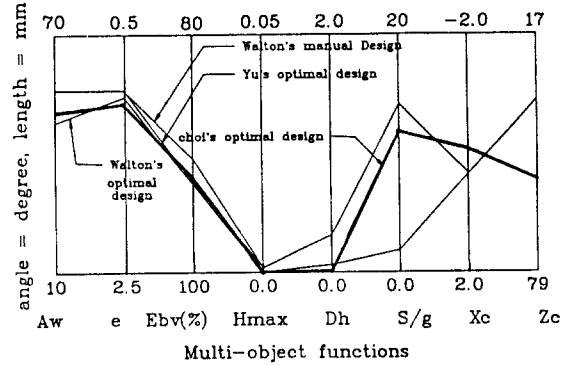


Fig.3 Value path of global criterion multi-object function for gear ($z_d=1, z_1=79, m=3, \alpha=20^\circ, S_n=0, \mu=0.1$)

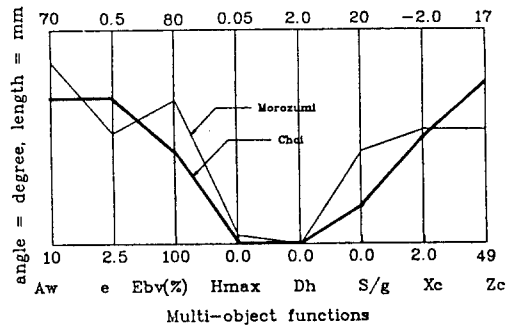


Fig.4 Value path of global criterion multi-object function for gear ($z_d=1, z_1=49, m=3, \alpha=20^\circ, S_n=0, \mu=0.1$)

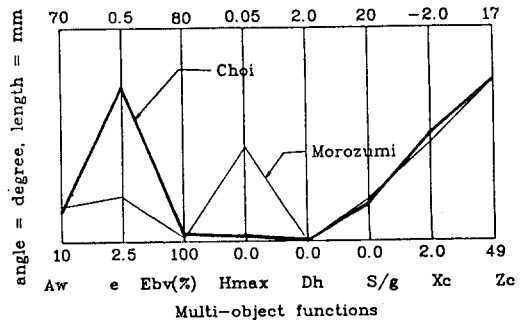


Fig.5 Value path of global criterion multi-object function for gear ($z_d=17, z_1=33, m=3, \alpha=20^\circ, S_n=0, \mu=0.1$)

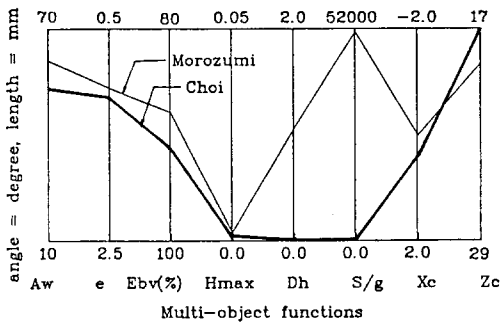


Fig.6 Value path of global criterion multi-object function for gear(zd=1, z1=29, m=3, $\alpha=20^\circ$, Sn=0, $\mu=0.1$)

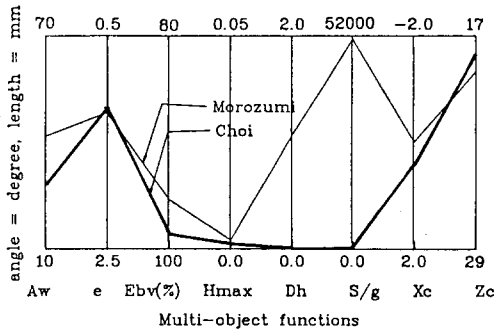


Fig.7 Value path of global criterion multi-object function for gear(zd=5, z1=25, m=3, $\alpha=20^\circ$, Sn=0, $\mu=0.1$)

총괄 기준법에 의한 최적 설계에서 설계자가 목적함수간의 타협의 정도를 삽입하는 방식중에서, 본 연구에서는 모든 목적함수가 같은 정도의 중요성을 지닌다고 생각하여 총괄 기준법을 사용하였다. 이 방법은 가능한 한 모든 목적함수가 이상치에 가까운 값이 되도록 목적함수와 이상치와의 거리를 최소화하는 방법이다. 다목적 최적 설계한 결과들은 내접치차 이높이 감소량 $\angle h$ 와 최대치형 높이 Hmax가 $1\mu\text{m}$ 이하로 일정하게 유지되는 것이 비하여, 다른 설계자의 결과는 다소 큰 값을 가지고 있다. 또한, 대부분의 목적함수 값들이 다른 설계자의 값보다 다소 향상되고 있다.

5. 결론

본 연구에서는 감속장치에 사용되는 잇수차가 적은 내접치차와 그 가공 커터인 피니언 커터를 대상으로 최적설계를 함으로써, 내접치차 기능을 향상시키고 가공 정밀도를 높이고 커터 수명을 연장시키기 위한 연구를 하였다. 피니언 커터의 제원을 설계 변수에 포함시킬 수 있으며 내접치차와 피니언 커터를 함

게 최적화할 수 있는 최적 설계 시스템을 개발하였다. 제한 조건의 가공오차에 의한 편차량을 수학적으로 합당하도록 고려하고, 피니언 커터 한계 연삭시의 간섭을 제한조건에 추가하여 최적 설계를 수행하였다. 치차의 다양한 기능과 커터의 수명을 동시에 고려하기 위하여, 피니언 커터의 제원을 설계변수와 목적함수에 포함시키고 다목적 설계기술을 적용하였다. 의사 결정자의 의사 결정 폭을 확장하기 위한 방법으로는 가중화 기법과 제한조건법을 치차설계와 계산시간에 적합하도록 변경 혼합하여 사용하였다. 각 치차기간의 타협의 정도를 설계시에 삽입하는 방법으로는 총괄기준법을 사용하였다. 두 경우 모두 내접치차 이높이감소량과 최대 치형오차는 목적함수 제한법을 응용하여 $1\mu\text{m}$ 이하가 되도록 제한 조건화 하였다. 본 연구의 설계결과와 타설계자의 설계 결과에 대한 각 기능함수값을 값 진로 표현방식으로 비교하였다. 그 결과, 두 경우 모두 내접치차 이높이 감소량은 타연구자에 비하여 적정 수준을 유지함을 알 수 있었고 모든 기능값들이 타설계자 보다 전반적으로 향상되었음을 확인하였다.

참고 문헌

- [1] 박 천경, 최영석, "내치차 절삭시의 치형오차에 관한 연구", KSME, Vol.15, No.1, pp.154-162, 1991
- [2] E. Chen and D. Walton, "The Optimum design of KHV Planetary Gears with Small Tooth Differences". Int. J Mach. Tools Manufact., Vol.30, No.1, pp.99-109, 1990
- [3] David Yu, "KHV Planetary Gearing - Part II", Gear Tech., Vol.5, No.1, pp.28-32, 1988
- [4] 兩角宗晴, "特殊齒車の精密工作(1)", 機械の研究, Vol.22, No.4, pp.52-58, 1970
- [5] 兩角宗晴, "特殊齒車の精密工作(2)", 機械の研究, Vol.22, No.5, pp.36-42, 1970
- [6] K. Sankaranarayanan and M.S. Shunmugam, "Minimum Achievable Quality of Involute Gears in Generation Process". Int. J. Mach. Tools Manufact., Vol.28, No.1, pp.1-10, 1988
- [7] Satoshi Oda and Kouitsu Miyachika, "Practical Formula for True Root Stress of Internal Spur Gear Tooth", JSME, Series C, Vol.51, No.470, pp.2720-2725, 1985
- [8] 박 천경, 최영석, "잇수차가 적은 내접치차와 피니언 커터의 가공오차를 고려한 최적 설계", KSME, Vol.17, No.4, pp.913-922, 1993