

조작성에 근거한 스투잇트 플랫폼의 기구학적 최적설계 (Kinematic Optimal Design of a Stewart Platform based on Dexterity)

김 한 성*, 최 용 제**

* 연세대학교 기계공학과 대학원

** 연세대학교 기계설계학과

ABSTRACT

In this paper, an optimal design technique for a Stewart platform has been presented considering workspace and dexterity. In the definition of a design objective function, previously suggested dexterity index was used to be maximized. In this optimal design process, the workspace can be used as design constraint when necessary. An algorithm for workspace computation has been briefly described. Finally, optimal design results for some example cases have been presented.

1. 서 론

스튜잇트 플랫폼(Stewart platform)은 1965년 스투잇트^[1]에 의하여 제안된 6자유도 평행구조 로봇(parallel structure robot)으로서, 강도 및 정밀도 측면에서 기존에 사용되어 온 직렬구조 로봇(serial structure robot)에 비하여 우수한 장점을 갖고 있어, 최근에는 이러한 평행구조 로봇을 실제 산업 분야에 응용하고자 하는 연구가 증가되고 있다. 그러나, 이러한 평행구조 로봇의 성능 향상이라는 측면에서, 설계의 초기 단계인 기구학적 설계(kinematic design)에 있어, 합리적인 성능지수(performance index)에 근거한 최적의 기구학적 변수를 산출하는 연구는 현재까지 미흡한 실정이다.^[2] 이러한 로봇의 기구학적 설계에서 중점적으로 고려해야 할 사항으로는 작업 영역(workspace)과 조작성지수(dexterity index)를 들 수 있다. 특히, 조작성지수에 대한 연구는, 이로부터 로봇의 운동제어에 관련된 중요한 정보를 얻을 수 있으므로, 많은 연구가 되어 오고 있다.^[3, 7]

로봇의 운동학적 성능을 나타낼 수 있는 작업영역은 로봇 손(end-effector)이 다다를 수 있는 공간을 나타내는 반면, 조작성지수는 로봇이 작업영역내의 주어진 점에서 임의의 방향으로 속도 또는 힘을 전달시킬 수 있는 능력을 나타낸다. 여기서, 조작성지수는 구동부(actuator)와 로봇 손간의 속도 및 힘을 변환시키는 자코비안 행렬에 관련되어 있는데, 직렬구조 로봇의 조작성지수는 로봇이 임의의 위치에서 갖는 기구학적 형상에 의하여 설정되는 속도변환행렬인 자코비안 J 의 특이성(singularity)에 대한 척도로 사용되며, 이 자코비안은 로봇이 특이점에서의 위치와 자세를 갖게 되면 J^{-1} 의 수치적 계산이 불가능하여 실제 제어에서 필요로 하는 구동부의 속도

명령치를 계산할 수 없게 된다. 한편, 평행구조(parallel type) 로봇의 조작성지수는 로봇이 임의의 위치에서 갖는 기구학적 형상에 의하여 설정되는 정역학적 힘변환행렬인 자코비안 J 의 특이성에 대한 척도로 사용될 수 있으며, 마찬가지로 로봇이 특이점에서의 위치와 자세를 가질 때는 J^{-1} 의 계산이 불가능하여 구동부의 힘 명령치를 계산할 수 없게 된다. 즉, 직렬 또는 평행구조 로봇 모두 특이점에서는 운동 제어가 불가능하므로 로봇의 설계시 로봇이 이러한 기구학적인 형상(configuration)을 갖는 경우를 피하도록 설계하여야 한다.

따라서, 본 연구에서는 평행구조 로봇의 일종인 스투잇트 플랫폼을 대상으로 하여 수학적 또는 물리적 의미의 적합성을 갖춘 조작성지수^[10]를 이용하여 이러한 평행구조 로봇의 기구학적 최적 설계를 수행하고자 한다. 다만, 이러한 최적설계의 목적은 기구의 전체적인 조작성(global dexterity)을 최적화하는데 있으나, 조작성만을 고려할 때에는 작업영역을 고려하지 않은 결과가 되므로 설계자가 원하는 작업영역의 하한치를 확보하는 상태에서 로봇의 조작성을 최적화하는 방법을 제시하고자 한다.

이를 위하여, 먼저 2장에서 스투잇트 플랫폼의 기구학적 관계를 살펴보고, 3장에서 특히 평행구조 로봇인 스투잇트 플랫폼에 적용이 적합한 새로운 조작성지수를 정의한다. 또한, 4장에서는 스투잇트 플랫폼의 기구학적 성능척도중 하나인 작업영역을 해석하고, 5장에서 본 연구에서 제안된 조작성지수와 이 기구의 작업영역을 이용하여 스투잇트 플랫폼의 최적설계를 수행한다.

2. 스튜어트 플랫폼의 기하학 해석

2.1 기하학적 형상

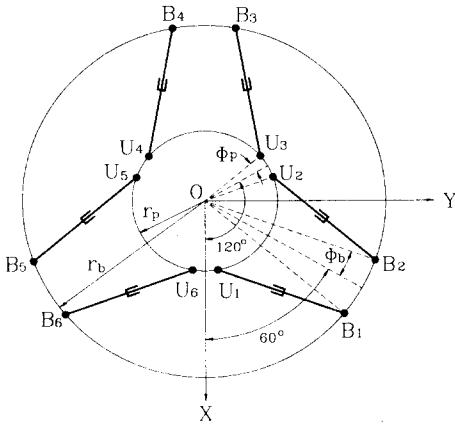


Fig. 1 Geometric configuration of 3-3, 6-3, 6-6 type Stewart Platform

스튜어트 플랫폼은 여러 가지의 기하학적 형태가 가능하다. 다만, 해석의 간편함을 위하여 본 연구에서는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 반경이 r_b 인 하판의 원주상에 혹 조인트를, 또한 반경이 r_p 인 상판의 원주상에 볼 조인트가 연결된 형태만을 다루기로 하며, Fig. 1에서 표현된 ϕ_b , ϕ_p 의 각도에 따라 몇 가지 유형으로 분류할 수 있다. 즉, ϕ_b , ϕ_p 모두 0인 3-3형, ϕ_b 만 0인 경우에는 6-3형, 그리고 ϕ_b , ϕ_p 모두 0이 아닌 경우에는 6-6형으로 구분한다. 이 중, 3-3형은 기구학적인 측면에서 기본형으로 간주될 수 있으나 각각 인접하는 두개의 혹 조인트 및 볼 조인트의 중심을 일치시켜야 하므로 실제 제작이 어려운 단점을 갖고 있다. 따라서, 6-6형이 실제 제작 측면에서 비교적 용이한 구조가 된다. 이러한 스튜어트 플랫폼의 기구학적 해석을 위하여 다음의 식 (1)과 식 (2)로 각 좌표계에서 표현된 각 조인트 정점(vertex)의 좌표를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{\pi}{3} i - \phi_b, & \text{for } i=1, 3, 5 \\ A_i &= \frac{\pi}{3} (i-1) + \phi_b, & \text{for } i=2, 4, 6 \\ \lambda_i &= \frac{\pi}{3} (i-1) + \phi_p, & \text{for } i=1, 3, 5 \\ \lambda_i &= \frac{\pi}{3} i - \phi_p, & \text{for } i=2, 4, 6 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} B_i &= r_b [\cos A_i, \sin A_i, 0]^T \\ U_i &= r_p [\cos \lambda_i, \sin \lambda_i, 0]^T, \quad i=1, \dots, 6 \end{aligned} \quad (2)$$

2.2 역기구학 해석

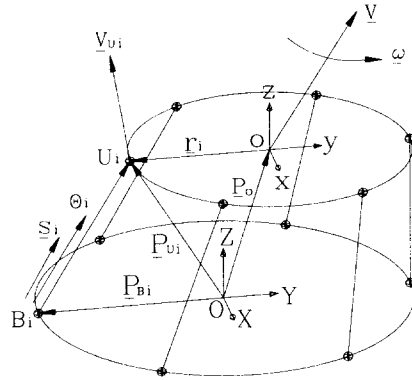


Fig. 2 Kinematic configuration of a Stewart Platform

스튜어트 플랫폼의 역기구학(inverse kinematics)은 고정 좌표계의 원점에서 상판의 기준점에 위치한 이동좌표계의 원점까지의 위치벡터 $\mathbf{P}_0 = [P_x, P_y, P_z]^T$ 와 회전변환행렬 R_{xyz} 로 표현되는 상판의 자세(orientation)가 주어졌을 때, 각 선형구동기의 길이 l_i 를 구하는 문제이며, 이는 식 (3)으로 구할 수 있다.

$$l_i = \|\mathbf{P}_{U_i} - \mathbf{P}_{B_i}\|, \quad \text{for } i=1, 2, \dots, 6 \quad (3)$$

여기서, $\mathbf{P}_{U_i} = R_{xyz} \cdot \mathbf{U}_i + \mathbf{P}_0$ 이며, \mathbf{P}_{B_i} 및 \mathbf{P}_{U_i} 는 고정 좌표계의 원점에서 각각 하판 및 상판에 부착된 i 번째 조인트까지의 위치벡터이다.

2.3 속도 및 정역학 해석

스튜어트 플랫폼의 운동학적 해석은 상판 기준점의 속도와 선형구동기 속도사이의 관계를 규명하는 작업이며, 이를 위하여 먼저, 상판에 연결된 i 번째 선형 구동부(Fig. 2참조) 끝점의 속도를 \mathbf{v}_{U_i} 라 하면, $\mathbf{v}_{U_i} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i$ 로 표현할 수 있고, 여기서, \mathbf{v} 와 $\boldsymbol{\omega}$ 는 각각 상판의 기준점, 즉, 상판상의 이동좌표계 원점의 선속도 및 각속도이다. i 번째 선형 구동부의 속도 \dot{l}_i 는 선형 구동부의 단위방향벡터 \mathbf{s}_i 에 \mathbf{v}_{U_i} 를 투영함으로써 얻을 수 있는데, 이를 6개의 선형 구동기에 모두 적용하면 다음의 식 (4)를 얻는다.

$$\dot{\theta} = J^T \hat{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{s}_6 \\ \mathbf{r}_1 \times \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{r}_6 \times \mathbf{s}_6 \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix} \quad (4)$$

여기서, $\hat{f} = (\mathbf{v}; \boldsymbol{\omega})$ 는 플리커의 축좌표(axis coordinate)로 표현된 트위스트(twist)이다.^[8,9] 따라서, 평행구조 로봇의 자코비안 행렬은 식 (5)와 같이 표현될 수 있다.

$$J = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{s}_6 \\ \mathbf{r}_1 \times \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{r}_6 \times \mathbf{s}_6 \end{bmatrix} \quad (5)$$

또한, 식 (5)에 가상일의 원리(principle of virtual work)를 적용하면 스튜어트 플랫폼의 정역학적 관계를 얻을 수 있는데, 이의 결과는 식 (6)으로 표현된다.

$$\widehat{\mathbf{w}} = J\boldsymbol{\tau} \quad (6)$$

여기서, $\widehat{\mathbf{w}}$ 는 \mathbf{f} 와 \mathbf{m} 을 각각 상관상의 이동좌표계의 원점에 가해진 힘과 모멘트라 할 때, 플리커의 방사좌표(ray coordinate)로 표현된 웬치(wrench)이며, $\boldsymbol{\tau}$ 는 각 선형구동기에 가하는 힘이고, 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\widehat{\mathbf{w}} = [\mathbf{f}, \mathbf{m}]^T, \quad \boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_6]^T$$

3. 스튜어트 플랫폼의 조작지수

3.1 스튜어트 플랫폼의 조작지수 정의

직렬구조 로봇과 평행구조 로봇은 운동학과 정역학적 관계에서 이원성(duality)을 갖고 있으며, 이러한 이원성을 고려하되 자코비안 행렬의 크기 및 스케일링 인자의 영향을 받지 않고 이원 벡터의 Euclidean norm을 취하지 않는 조작 지수는 다음과 같이 정의된다.^[10] 단, 여기서는 자코비안 행렬의 크기가 $J \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 인 6자유도 공간기구(spatial mechanism)인 경우에 한정한다.

먼저, 자코비안 J 가 식 (7)로 된다고 하자.

$$J = [\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_6] \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{s}_6 \\ \mathbf{s}_{01} & \cdots & \mathbf{s}_{06} \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서, $\mathbf{s}_{0i} = \mathbf{r}_i \times \mathbf{s}_i$ 이며, 이제 행렬 $A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 를 식 (8)과 같이 정의한다.

$$A \triangleq J^T \Delta J \\ = \begin{bmatrix} 2\mathbf{S}_1^T \mathbf{S}_{01} & \mathbf{S}_1^T \mathbf{S}_{02} + \mathbf{S}_2^T \mathbf{S}_{01} & \cdots \\ \mathbf{S}_2^T \mathbf{S}_{01} + \mathbf{S}_1^T \mathbf{S}_{02} & 2\mathbf{S}_2^T \mathbf{S}_{02} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서, $\Delta = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ 이며, 행렬 A 는 대칭행렬

(symmetric matrix)이므로 대각화(diagonalizable)할 수 있으므로 다음 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$A = VDV^T \quad (9)$$

여기서, 직교행렬 $V \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 는 $V = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_6]$ 로 표현되며, 이 행렬의 열벡터 \mathbf{v}_i 는 행렬 A 의 고유벡터(eigenvector)이고, 대각행렬 $D \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 의 대각원소 d_i 는 행렬 A 의 고유치(eigenvalue)로 이루어져 다음의 식 (10)과 같이 표현할 수 있다.

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_6 \end{bmatrix} \quad (10)$$

이제, 이원행렬(dual matrix)인 $U \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 를 다음의 식 (11)과 같이 정의한다.

$$U = JV \quad (11)$$

윗 식 (11)에서와 같이 U 의 열벡터는 J 의 열벡터들을 A 의 고유벡터로 선형조합하여 이루어졌으며, U 의 열벡터들은 서로 역(reciprocal)인 관계에 있다. 따라서, J 는 수정 특이값 분해(modified singular value decomposition)^[11]에 의하여 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$J = UV^T \quad (12)$$

만약, 자코비안 행렬이 특이(singular)해질 때(rank(J)= $r < 6$), 자코비안 행렬 J 는 식 (13)과 같이 분해될 수 있다.

$$J = [U_1 | U_2] V^T \quad (13)$$

$J^T \Delta J = V D V^T$ 이므로 $U^T \Delta U = D$ 이고, 따라서, 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{bmatrix} U_1^T \\ U_2^T \end{bmatrix} \Delta [U_1 | U_2] = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$U_1^T \Delta U_1 = D_1, \quad U_2^T \Delta U_2 = 0$$

여기서, $U_1 \in \mathbb{R}^{6 \times r}$, $U_2 \in \mathbb{R}^{6 \times (6-r)}$, $D_1 \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 이다. 즉, 로봇의 자세(posture)가 특이해(singular)질 때, 즉 자코비안 행렬이 차수(rank)를 잃을 때는 $|d|_{\min} = 0$ 이 되고, 로봇의

자세가 특이점에 가까워 질 때는 $|d|_{\min} \cong 0$ 이 되므로, $|d|_{\min}$ 을 로봇이 특이점에 근접하는 정도, 즉, 조작 지수(DI, dexterity index)로 나타낼 수 있으며, 식 (15)와 같이 정의 하도록 한다.

$$DI = |d|_{\min} \quad (15)$$

여기서, 절대값을 취한 이유는 행렬 A가 양의 한정(positive definite)행렬이 아니기 때문이다.

3.2 스투엣트 플랫폼의 조작 지수의 경향

스튜엣트 플랫폼의 조작성(dexterity)의 경향을 본 연구에서 정한 조작 지수 DI을 이용하여 살펴보도록 한다. 먼저, Fig. 3 (a)는 3-3형이고 상판이 하판과 평행하며 $P_0 = [0, 0, z/r_b = 1]^T$ 일 때, r_p/r_b 의 변화에 따른 조작지수를 나타내는 데, $r_p/r_b=0.5$ 일 때 조작성이 최대가 됨을 알 수 있다. 또한, Fig. 3 (b)는 상판이 하판과 평행하고 $P_0 = [0, 0, z/r_b = 1]^T$ 이고 $r_p/r_b=0.5$ 일 때, ϕ_b 와 θ_b 를 같은 각으로 동시에 변화시켰을 경우에 따른 조작지수를 나타내는 데, $\phi_b=\theta_b$ 가 증가할수록 선형구동기의 방향벡터들이 서로 평행해지므로 조작지수는 감소되고, $\phi_b=\theta_b=30^\circ$ 일 때는 모든 선형구동기의 다리백터가 서로 평행하게 되어 특이해지므로 조작지수 DI는 0이 됨을 나타낸다. 그리고, Fig. 3 (c) 및 (d)는 3-3형이고 $r_p/r_b=0.5$ 이며 상판이 하판에 평행한 상태일 때, $P_0 = [0, 0, z/r_b = 1]^T$ 를 기준으로 하여, 각각 x/r_b , y/r_b , z/r_b 를 각각 변화시켰을 경우에 조작지수를 나타내는데, x/r_b , y/r_b 는 모두 0에서 최대 조작성을 가지며, z/r_b 는 0.8부근에서 최대 조작성을 갖게 됨을 알 수 있다. 따라서, Fig. 3에서는 스투엣트 플랫폼의 국부적인 조작성(local dexterity)의 경향을 알 수 있고, 이를 바탕으로 5장에서 전체적인 조작성(global dexterity)을 구하도록 한다.

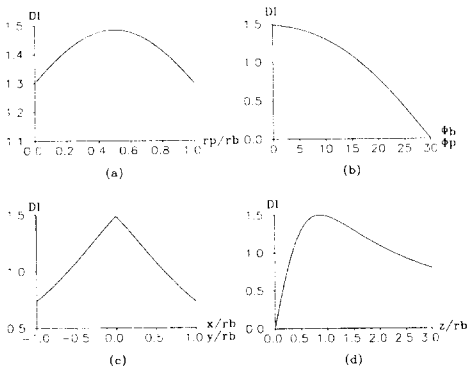


Fig. 3 Dexterity indices of Stewart Platform for different mechanism dimensions

4. 스투엣트 플랫폼의 작업영역

4.1 작업영역 계산 알고리즘

스튜엣트 플랫폼의 작업영역은 상판의 중심에 위치한 이동 좌표계의 원점이 이동할 수 있는 공간을 말하며, 이 작업영역은 적어도 하나의 자세로 다다를 수 있는 총 작업영역(reachable workspace)과 모든 자세로 다다를 수 있는 자유자재한 작업영역(dexterous workspace)으로 나뉘어 질 수 있다. 이중, 총 작업영역은 상판이 하판과 평행한 상태로 다다를 수 있는 작업영역을 고려하였다.

[작업영역 산출 알고리즘]

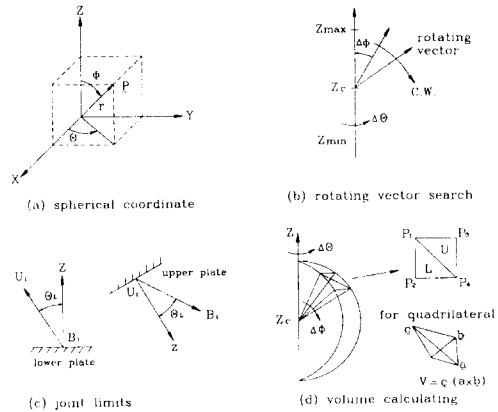


Fig. 4 Workspace algorithm

- ① Fig. 4 (a)와 같이 구좌표계(spherical coordinate)로 좌표계를 설정하고, Fig. 4 (b)와 같이 고정 좌표계의 Z축 상에서 작업영역의 최대점 Z_{\max} 및 최소점 Z_{\min} 를 이간법(bisection method)에 의해 구한다.
- ② 작업영역의 최대점과 최소점 사이에 있는 회전 벡터의 중심점 Z_c 를 정한 후, 반시계방향으로 $\Delta\theta$ 만큼 증가시키면서 이루어진 각 평면에서 Z_c 를 중심으로 회전벡터(rotating vector)를 시계방향으로 $\Delta\phi$ 만큼 증가시키면서 회전벡터상의 경계점을 이간법에 의해 구한다. 여기서, 상판의 자세에 대한 작업영역의 판정은 스투엣트 플랫폼의 역기구학에 의하여 산출되는 선형구동기의 다리의 길이가 설계시 정한 최소 다리길이(l_{\min})와 최대 다리길이(l_{\max}) 사이에 있고 Fig. 4 (c)에서 보는 바대로 선형구동기의 방향벡터가 상판 및 하판의 수직축에 대하여 이루는 조인트 회전한계각(joint limit angle) θ_L 이 $\theta_L \leq 60^\circ$ 인 범위에 있을 때를 작업영역안에 있다고 판정한다.

③ 이간법에 의해 구한 작업영역의 경계점으로 Fig. 4 (d)와 같이 각 $\Delta\phi$ 마다 $P_1P_2P_3Z_c$ 및 $P_1P_3P_2Z_c$ 로 이루어지는 두개의 사면체(tetrahedron)가 있으며 이는 사면체의 체적을 구하는 공식에 의하여 산출되며 이들의 합으로 총 작업영역의 체적을 산출할 수 있다.

4.2. 작업영역 해석

4.1절에서 제시한 작업영역의 산출 방법에 따라, 스튜어트 플랫폼의 각 설계변수에 따른 작업영역의 경향을 살펴보았다. 먼저, Fig. 5 (a)는 3-3형의 경우에 대하여, $l_{min}/r_b=1.0$ 이고 선형구동기의 행정길이(stroke) Δl 을 r_b 로 스케일링한 값이 $\Delta l/r_b=1.0$ 일 때, $r_p/r_b=0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ 으로 변화시키면서 구한 YZ평면에 대한 작업영역을 나타내는 데, 그림에서 보는 바와 같이, 작업영역의 크기는 변수 r_p/r_b 의 변화에 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 한편, Fig. 5 (b)는 $r_p/r_b=0.5, l_{min}/r_b=1.0, \Delta l/r_b=1.0$ 일 때, ϕ_b 또는 ϕ_p 를 $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ 로 변화시키면서 구한 작업영역으로서, 이 그림에서 보는 바와 같이 변수 ϕ_b 또는 ϕ_p 가 증가함에 따라 작업영역의 크기가 증가함을 알 수 있다. 또한, Fig. 5 (c)는 3-3형의 경우, $r_p/r_b=0.5, l_{min}/r_b=1.0$ 일 때, $\Delta l/r_b=0.5, 0.75, 1.0$ 으로 변화시키면서 구한 작업영역으로, 변수 $\Delta l/r_b$ 가 증가함에 따라 작업영역의 크기가 증가하고, Fig. 5 (d)의 경우에는, 마찬가지로 3-3형에 대하여, $r_p/r_b=0.5, \Delta l/r_b=1.0$ 일 때, $l_{min}/r_b=1.0, 1.5, 2.0$ 으로 변화시키면서 구한 작업영역으로, 변수 l_{min}/r_b 가 증가함에 따라 역시 작업영역의 크기가 증가함을 알 수 있다.

Fig. 6은 총 작업영역을 3차원으로 나타낸 그림인데, 그 형상은 우산형태를 띄고 있으며 윗쪽 부분과 아래쪽 부분은 대부분 다리길이의 제한으로 인하여, 그리고 좌우 둘레 부분은 조인트 회전한계가 또는 다리길이에 의하여 작업영역의 경계가 나타난다.

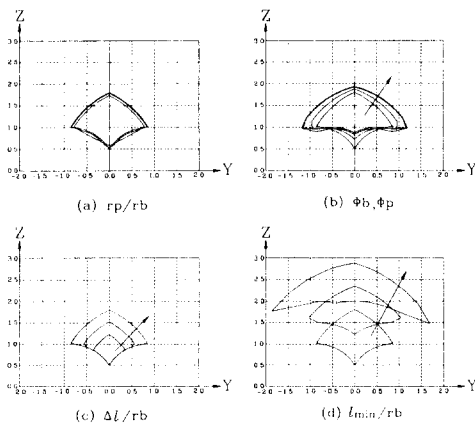


Fig. 5 Workspaces of Stewart Platform

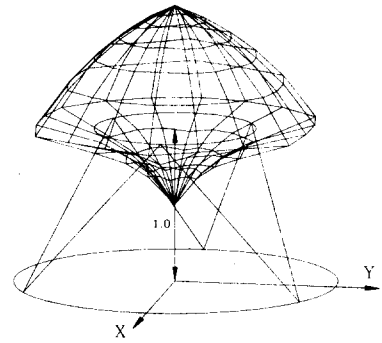


Fig. 6 Reachable workspace of Stewart Platform (3-3 type, $r_p/r_b=0.5, l_{min}/r_b=1.0, \Delta l/r_b=1.0, V=1.06$)

5. 스튜어트 플랫폼의 최적 설계

5.1 최적설계의 목적함수 정의

앞서 설명한 바와 같이, 스튜어트 플랫폼의 기구설계에서 고려할 사항은 조작지수 DI와 이 기구가 다다를 수 있는 작업영역이다. 그러므로, 이 두 가지 요소를 동시에 고려할 수 있는 설계방법을 제시하기 위하여 다음과 같은 최적설계의 목적함수를 정의한다.

$$\therefore F \triangleq ADI = \frac{1}{V} \int_V DI dV \quad (16)$$

여기서, ADI(average dexterity index)는 상판의 자세를 하판에 수평으로 유지한 상태로 구한 총 작업영역 V 안에서 구해진 조작지수 DI의 평균값이다.

5.2 최적설계 결과

본 연구에서 사용하는 최적화 알고리즘은 exploratory move와 pattern move로 이루어지는 Hooke-Jeeves 직접 탐색법^[12]으로 이 방법은 목적 함수나 구속 조건의 미분이 필요하지 않고, 불규칙하거나 불연속적인 함수에도 사용할 수 있는 특징을 갖는다.

(1) 작업영역을 제한하지 않은 경우

본 절에서는 스튜어트 플랫폼의 기구학적 최적설계를 3-3형, 6-3형 및 6-6형 모두를 대상으로 수행하였고 이는 목적함수 F 를 최대화하는 문제가 되며, 식 (18)과 같은 부등구속조건이 있으므로 벌칙함수를 이용하여 최적화를 수행하였다.

$$\text{Maximize } F(\mathbf{x}) : \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \quad (17)$$

$$\text{Subject to } g_j(\mathbf{x}) \geq 0, \quad j = 1, \dots, 8 \quad (18)$$

여기서, 설계변수는 $\mathbf{x}=[r_p/r_b, l_{min}/r_b, \phi_b, \phi_p]$ 이고, 목적함수는 다음과 같이 식 (19)로 표현되며 부등구속조건은 식 (20)으로 선정하였다.

$$\text{Maximize } F(\mathbf{x}) = \text{ADI} \quad (19)$$

$$\text{Subject to } 0.1 \leq r_p/r_b \leq 1.0, \Delta l/r_b \leq l_{min}/r_b \leq 4.0$$

$$0^\circ \leq \phi_b \leq 29^\circ, 0^\circ \leq \phi_p \leq 29^\circ \quad (20)$$

따라서, 벌칙함수는 식 (21)과 같이 표현된다.

$$P(\mathbf{x}, \mathbf{R}) = -F(\mathbf{x}) + \mathbf{R} \sum_{j=1}^k \langle \mathbf{g}_j(\mathbf{x}) \rangle^2 \quad (21)$$

위의 식 (21)을 이용하여 $\Delta l/r_b$ 를 바꾸어 가면서 최적설계한 결과를 Table 1에 제시하였으며 여기서, 각 $\Delta l/r_b$ 에서 최적설계된 결과들은 3-3형에 가까운 형태이고, $\Delta l/r_b$ 이 증가할수록 전체적인 조작성능은 감소하나 작업영역은 증가함을 알 수 있으며, 각 최적설계 결과에 해당하는 각 기구의 YZ평면에 대한 작업영역을 Fig. 7에 나타내었다.

Table 1 Result of optimal result of Stewart Platform with no considering workspace

$\Delta l/r_b$	F	V	r_p/r_b	l_{min}/r_b	ϕ_b	ϕ_p
0.25	1.4562	0.0131	0.5000	1.1375	0.0625	0.0000
0.50	1.4037	0.1010	0.5062	0.9750	0.0000	0.8750
0.75	1.3772	0.1751	0.5062	0.7500	0.2500	0.0000
1.00	1.2576	0.9846	0.5625	1.0000	0.0000	0.0000
1.25	1.0888	2.7430	0.5187	1.2500	0.0000	0.0000
1.50	0.9373	6.1590	0.5000	1.5000	0.0000	0.0000

(여기서, 하판의 반경 r_b 의 단위가 m일 때, 작업영역 V의 단위는: m^3 이고 ϕ_b 와 ϕ_p 의 단위는 각도이다.)

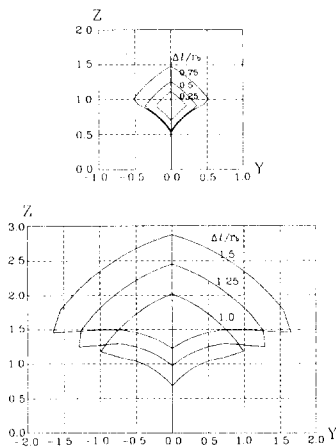


Fig. 7 Optimal design of Stewart Platform with no considering workspace ($\Delta l/r_b=0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.25, 1.5$)

(2) 작업영역을 제한하는 경우

본 절에서는 기구학적 최적설계를 수행하는데 있어, 작업영역도 함께 고려하기 위하여 작업영역의 크기의 하한치 V_{LIMIT} 를 제한 조건에 포함시켜 설계자가 원하는 작업영역을 확보하는 상태에서 목적함수 F를 최대화하는 문제로 전환하여 최적화를 수행하도록 한다. 즉, 식 (20)에 $V \geq V_{LIMIT}$ 인 부등제한조건을 추가한 후, 식 (21)의 벌칙함수를 이용하여 스투어트 플랫폼의 최적설계를 수행하였으며, Table 2에서는 각 $\Delta l/r_b$ 에 따라, 여러 개의 V_{LIMIT} 를 정하여 최적설계를 수행한 결과를 나타내었으며, Fig. 8에서 각 $\Delta l/r_b$ 에 따라 목적함수 F인 ADI와 작업영역 V와의 관계를 도식화하였다.

Table 2 Result of optimal design of Stewart Platform with considering workspace

$\Delta l/r_b$	V_{LIMIT}	F	V	r_p/r_b	l_{min}/r_b	ϕ_b	ϕ_p
0.25	0.2500	0.3826	0.2504	0.9500	3.4875	14.0000	17.8750
0.25	0.5000	0.2551	0.5041	0.9500	3.8937	17.7500	21.8125
0.50	1.0000	0.4481	1.0015	0.9750	3.1375	13.3750	14.7500
0.50	2.0000	0.2009	2.0084	0.9563	3.8250	21.6875	22.0000

$\Delta l/r_b$	V_{LIMIT}	F	V	r_p/r_b	l_{min}/r_b	ϕ_b	ϕ_p
0.75	1.0000	0.8382	1.0033	0.7313	2.1750	4.0000	4.1250
0.75	2.0000	0.5439	2.0037	0.9500	2.8250	10.8750	11.0000
0.75	3.0000	0.3906	3.0039	0.9938	3.2937	14.9375	15.0000
0.75	4.0000	0.2739	4.0006	0.9750	3.6250	18.6875	19.0000

$\Delta l/r_b$	V_{LIMIT}	F	V	r_p/r_b	l_{min}/r_b	ϕ_b	ϕ_p
1.00	5.0000	0.5441	5.0038	0.9500	2.7750	9.8750	10.0000
1.00	10.0000	0.3678	10.0059	0.9688	2.8250	15.2500	18.4375
1.00	15.0000	0.2321	15.0230	0.9875	3.2750	20.7500	20.9375
1.00	20.0000	0.2254	20.0238	0.9375	3.0750	20.3750	22.4375

$\Delta l/r_b$	V_{LIMIT}	F	V	r_p/r_b	l_{min}/r_b	ϕ_b	ϕ_p
1.25	7.5000	0.6820	7.5758	0.7938	2.1875	6.2500	6.9375
1.25	15.0000	0.4921	15.0008	0.9000	2.5937	11.0000	12.4375
1.25	22.5000	0.3659	22.5254	0.9250	3.0625	14.0000	15.8750
1.25	30.0000	0.2581	30.0017	0.9875	3.3437	18.8750	18.9375

$\Delta l/r_b$	V_{LIMIT}	F	V	r_p/r_b	l_{min}/r_b	ϕ_b	ϕ_p
1.50	10.0000	0.7747	10.0230	0.7313	1.9812	1.6250	2.0000
1.50	20.0000	0.5419	20.0993	0.6313	3.1375	4.0000	4.1250
1.50	30.0000	0.3790	30.0401	0.9875	3.1000	13.1250	13.8750
1.50	40.0000	0.2916	40.0060	0.9500	3.5125	15.5000	17.1250

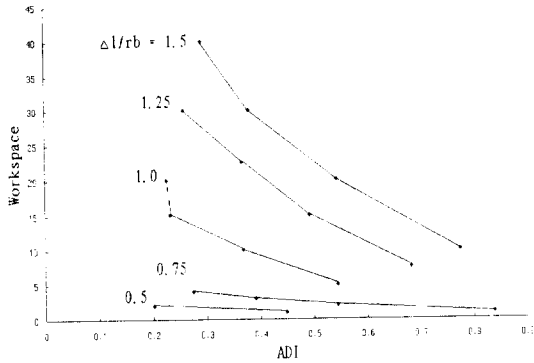


Fig. 8 Optimal result of Stewart Platform with considering workspace ($\Delta/r_b = 0.5, 0.75, 1.0, 1.25, 1.5$)

7. 결론

본 연구에서는 스튜어트 플랫폼의 조작성 척도로 정의한 조작지수 DI를 이용하여, 이 기구의 합리적 최적설계를 위한 목적함수를 제안하고, 이로부터 하판 반경에 대한 스트로크 비(Δ/r_b)를 변화시켜 가며 최적설계를 수행하였다. 이러한 최적설계로부터, 모든 경우에 있어서, 스튜어트 플랫폼은 기본형인 3-3형에 가까울수록 가장 좋은 조작성능을 나타냄을 알 수 있었으나, 반면에 좋은 조작성능을 갖는 경우에는 작업영역의 크기가 축소되는 경향을 보였다. 따라서, 최적설계를 위하여 제안한 목적함수의 사용시 작업영역의 크기를 제한조건으로 사용하는 방법을 함께 제시하였다.

참고문헌

- [1] D. Stewart, 1965, "A Platform with Six Degrees of Freedom", Proc. of Inst. Mech Engineering, vol.180, pp. 371-386.
- [2] R. S. Stoughton, and T. Arai, 1993, "A Modified Stewart Platform Manipulator with Improved Dexterity." IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 9, No. 2, pp. 166-173.
- [3] T. Yoshikawa, 1985, "Manipulability of Robotic Mechanisms", The International Journal of Robotics Research, Vol. 4, No. 2, pp. 3-9.
- [4] M. Togai, 1986, "An Application of the Singular Value Decomposition to Manipulability and Sensitivity of Industrial Robots." SIAM, Vol. 7, No. 2, pp. 315-320.
- [5] Y. Nakamura, 1991, "Advanced Robotics Redundancy and Optimization." Addison-Wesley, pp. 105-122.

- [6] R. M. Murray and Z. Li and S. S. Sastry, 1994, "A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation." CRC press, pp. 81-147.
- [7] K. H. Pittens and R. P. Podhorodeski, 1993, "A Family of Stewart Platforms with Optimal Dexterity", Journal of Robotic Systems, Vol. 10, No. 4, pp. 463-479.
- [8] 최용제, 1991, "나선이론에 의한 로봇의 운동 및 역학적 해석." 대한기계학회지, 제31권, 제7호, pp. 616-625.
- [9] L. Plücker, 1865, "On a New Geometry of Space", Phil. Trans. Royal Society of London, Vol. 155, pp. 725-791.
- [10] 김한성, 최용제, 1995, "스튜어트 플랫폼의 조작성 연구", 한국정밀공학회 추계학술대회, pp. 901-906
- [11] L. ROMDHANE, 1989, "Kinestatic Analysis of Multi-Fingered Hands." Ph.D. Thesis, University of Florida.
- [12] G.V. Reklaitis, 1983, "Engineering Optimization Method and Applications", John Wiley and Sons, pp. 70-253.