

논문작성원고지

원호 기어의 단조 상계해석

Upper Bound Analysis for Forging of Circular Gears

조해용 (충북대학교 공과대학 정밀기계공학과, NSDM for ERC)
 최재찬 (부산대학교 공과대학 기계설계공학과, NSDM for ERC)
 최중웅* (부산대학교 대학원 기계설계공학과)
 민규식 (마산전문대학 자동차과)
 박형진 (부산대학교 대학원 기계설계공학과)

Abstract

This paper describes the forging of circular tooth profiled gears as a series of development of simulator for non-axisymmetric parts that being used at the pump pulley, timing belt pulley etc. in automobiles. The half pitch of gear is divided into 6 deformation regions and kinematically admissible velocity fields for those regions are proposed. The neutral surface is introduced to represent inner flow of material during forging operation with flat punch and, for each step, it is assumed as a circle. The upper bound solutions obtained from the suggested kinematically admissible velocity fields are in good agreement with experimental results and they are useful to predict the capacity of forging press for forging of circular gears.

Key Word : Upper Bound Method(상계법), Circular Gear(원호기어), Flat Punch(평편치), Mandrelled Punch(텐드렐이 장착된 편치)

기 호 설 명

- M : 필렛의 반경, 치형의 반경 [mm]
- m : 마찰상수
- N : 기어의 잇수
- r, θ, z : 원주좌표계
- r_n : 중립면 반경 [mm]
- r_p : 피치원 반경 [mm]
- r_r : 치저원 반경 [mm]
- t : 순간의 빌렛높이 [mm]
- u : 편치의 하강속도 [mm/s]
- U_r, U_θ, U_z : 각 방향의 속도성분
- α : 1/2 피치 각 [rad]

1. 서 론

자동차 산업이 급속히 발전하면서 자동차 부품의 수요가 증가하고 그 품질 및 생산성 향상이 절실히 요구되고 있다. 이러한 요구에 부응하기 위하여 대량생산이 가능한 압출, 단조 등과 같은 소성가공에 의한 생산 방법이 발전하게 되었고, 이에 따라 소성가공시 금형에 적용하는 압력과 하중을 예측하기 위한 많은 해석법이 개발되었다. 이러한 것들 중에서 상계법은 해석대상 부품의 형상정의와 정의된 형상에 대한 속도장을 가정함으로써 3차원 형상을 갖는 부품을 소성가공할 경우에 그 하중 및 상대압력 해석에 적용가능하므로 여러 연구자들에 의해 여러가지 소성가공법에 있어 다양한 형상에 대한 상계해가 제시 되었다. 이러한 연구자들 중 Kim¹⁾은 치형의 형상이

원호인 트로코이드 기어를 평규형 압출할 경우에 있어서 속도장을 유도하고 그 상계해를 구하여 실험과 비교 하였다. Kiuchi^{2,3)}는 UBET를 사용하여 각종 스플라인과 비축대칭 부분이 결합된 부품의 단조를 해석하였다. 이외에 Juneja⁴⁾, Dean⁵⁾, Ohga⁶⁾ 등은 기어 형상의 부품에 대한 단조 상계해를 제시하였다. 국내에서는 Choi⁸⁾ 등이 치형을 사다리꼴로 가정하고 지형영역의 속도성분 표현에 있어서 두개의 좌표계를 사용하여, 치형영역에서 원주방향 속도성분이 없는 것으로 가정하여 스퍼어 기어의 단조를 상계해석하였다. Cho^{9,10)} 등은 중공 소재를 사용한 스퍼어기어와 여러가지 형상의 스플라인의 단조를 상계해석함에 있어 중립면을 도입하여 소재의 내부유동을 해석하였다. 이상에서와 같이 많은 선행 연구자들이 원통형 주위에 일정한 간격으로 치형을 갖는 기어형상의 부품에 대해 상계해석을 수행하였다. 그러나, 현재까지 자동차용 순환 펌프에 많이 사용되며 치형의 형상이 원호인 기어에 대한 해석은 보고된 바가 없으며, 단조에 관한 상계해는 그 형상이 원호가 아니며 원호형상의 치형을 갖는 부품에 대한 상계해는 압출 상계해 만이 존재한다.

본 연구에서는 비축대칭 형상을 갖는 부품의 단조에 대한 범용 시뮬레이터 개발의 일환으로서 유압 펌프, 자동차의 각종 펌프 폴리(pulley), 타이밍 벨트 폴리 혹은 직조기 롤의 폴리 등등에 사용되는 치의 형상이 원호인 기어를 단조할 경우에 상계법을 적용할 수 있는 동적 가용속도장을 유도하였다. 제시한 속도장으로써 단조공정 변수에 따른 하중과 상대압력을 해석하고자 하며 실험과 이론해석을 비교하여 실제 단조에 적용할 경우 제시한 상계해의 타당성 및 신뢰성을 검증하였다.

2. 이론해석

원통형의 소재로부터 해석대상인 원호기어의 단조를 해석하기 위해 기어의 1/2 피치를 6개의 변형영역으로 분할하면 Fig.

논문작성원고지

1과 같다. 각종 펄프에 사용되는 원호기어의 치형은 필렛부와 필렛부 바로 위에서 치형이 끝나는 형상이지만 본 연구에서는 치형의 높이에 따른 구속을 피하고 다양한 크기의 치형에 대해 적용성을 높이기 위하여 필렛상부의 치형을 반경이 M인 완전한 원호로하여 해석하였다. 평편치를 이용한 난조시 중립면은 본 연구자들이 제시한 것^{9,10}과 같이 반경이 r_n 인 원호로 가정하였다.

해석을 위하여 다음과 같은 일반적인 가정을 한다.

- 1) 재료는 비압축성이며 등방성이다.
- 2) 단조중 재료는 Von Mises의 항복조건을 따른다.
- 3) 사용한 재료는 강소성재료라 가정한다.
- 4) 소재의 외경과 단조하고자 하는 원호기어의 치저원 직경을 일치하게 하여 편치의 하강과 동시에 치형부분으로 소재가 유동한다고 가정한다.
- 5) 축방향의 속도는 전 변형영역에서 다음과 같이 가정한다.

$$U_z = -\frac{u}{t} z \quad (3)$$

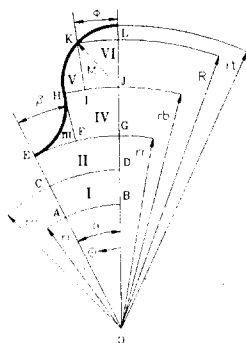


Fig. 1 Schematic drawing of half pitch for circular gear

2.1 동적가용 속도장

분할된 각 변형영역에 대한 경계조건과 체적일정조건을 만족하는 속도장을 유도하면 다음과 같다.

1) I 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \alpha$, $r_i \leq r \leq r_n$)

Fig. 1에서와 같이 중립면(r_n)의 아래쪽 영역으로서 축대칭 변형영역이라 가정하여 원주방향의 속도성분을 "0"으로 가정하면 다음과 같은 속도성분을 구할 수 있다.

$$U_r = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right), \quad U_\theta = 0$$

2) II 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \alpha$, $r_n \leq r \leq r_i$)

이 영역은 중립면 위쪽의 영역으로서 I영역과 같이 축대칭 변형영역으로 가정한다. 따라서, 다음과 같은 속도성분을 얻을 수 있다. 속도성분의 형태가 I영역과 동일하나 그 크기가 다르다. 즉, I영역의 반경방향 속도성분 U_r 은 그 크기가 음수(-)이지만 II영역의 U_r 은 그 크기가 양수(+)이다.

$$U_r = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right), \quad U_\theta = 0$$

3) III 변형영역 속도장 ($\beta \leq \theta \leq \alpha$, $r_r \leq r \leq r_p$)

Fig. 1에서와 같이 소재가 공구면 EH에 접하는 영역으로서 공구면에 대한 법선방향의 속도성분이 0가 되어야 한다는 구속조건을 포함하고 있다.

$$U_r = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right)$$

$$U_\theta = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right) \cot \phi$$

$$\cot \phi = \frac{(r+M)^4 - (r^2-M^2)^2 - (r^2-r_r^2) \cdot C_L}{2(r+M)^2 \sqrt{(r^2-r_r^2) \cdot C_L}}$$

여기서, $C_L = (2M+r_r)^2 - r^2$

4) IV 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \beta$, $r_r \leq r \leq r_p$)

$\theta = \beta$ 에서 $U_{\theta IV} = U_{\theta III}$ 이고, $\theta = 0$ 에서 $U_{\theta IV} = 0$ 인 경계조건을 가지며 원주방향의 속도성분이 원주좌표 θ 에 따라 선형적으로 변화한다고 가정한다. 따라서 다음과 같은 속도성분을 얻을 수 있다.

$$U_r = \frac{ur}{2t} - \frac{C_1}{2t\beta r} + \frac{u r_n^2}{2t\beta} \frac{C_2}{r} + \frac{C_V}{r}$$

$$U_\theta = \frac{u\theta}{2t\beta} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right) \cdot \cot \phi$$

여기서,

$$C_1 = \frac{1}{2} \sqrt{(r^2-r_r^2)((2M+r_r)^2-r^2)} + 2r_r^2 \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{(2M+r_r)^2-r^2}}{2\sqrt{M(r+M)}} \right)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} (\tan^{-1} A + \tan^{-1} B) + \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{(2M+r_r)^2-r^2}}{2\sqrt{M(r+M)}} \right) - \frac{1}{4(r+M)^2} \sqrt{(r^2-r_r^2)((2M+r_r)^2-r^2)}$$

$$A = -\frac{(2M+r_r)\sqrt{(2M+r_r)^2-r^2} + 4M(r+M)}{r_r(r^2-r_r^2)}$$

$$B = -\frac{(2M+r_r)\sqrt{(2M+r_r)^2-r^2} - 4M(r+M)}{r_r(r^2-r_r^2)}$$

$$C_V = \frac{\pi M^2}{2t\beta} - \frac{u r_n^2}{2t}$$

5) V 변형영역 속도장 ($\phi \leq \theta \leq \beta$, $r_p \leq r \leq R$)

III영역과 같이 공구면에 접하는 영역으로서 공구면 법선방향의 속도성분이 "0"이 되어야 한다. 따라서, 다음과 같은 속도성분을 얻을 수 있다.

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{C_V}{r}$$

$$U_\theta = \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_V}{r} \right) \frac{r^2 - a \cdot b}{\sqrt{(a^2-r^2)(r^2-b^2)}}$$

여기서, $a = r_p + M$, $b = r_p - M$

$$C_v = \frac{u r_n^2}{2t\beta} C_2' - \frac{u C_1'}{2t\beta} + C_{IV}$$

$$C_1' = C_1 \Big|_{r=r_p}$$

$$C_2' = C_2 \Big|_{r=r_p}$$

6) VI 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \phi$, $r_p \leq r \leq R$)

IV영역과 같이 원주방향의 속도성분이 원주좌표 θ 에 따라 선형적으로 변화한다고 가정하면 다음과 같은 속도성분을 얻을 수 있다.

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{u}{2tr} \frac{C_3}{\phi} + \frac{C_v}{r} \cdot \frac{C_4}{\phi} + \frac{C_{VI}}{r}$$

$$U_\theta = \frac{\theta}{\phi} \cdot \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_v}{r} \right) \frac{r^2 - a \cdot b}{\sqrt{(a^2 - r^2)(r^2 - b^2)}}$$

여기서

$$C_3 = \frac{\sqrt{(a^2 - r^2)(r^2 - b^2)}}{2} + \frac{(b-a)^2}{2} \sin^{-1} \sqrt{\frac{a^2 - r^2}{a^2 - b^2}}$$

$$C_4 = \sin^{-1} \sqrt{\frac{a^2 - r^2}{a^2 - b^2}} - \frac{1}{2} (\tan^{-1} C - \tan^{-1} D)$$

$$C = \frac{(b^2 - a^2 - a\sqrt{a^2 - r^2}) \cdot \sqrt{r^2 - b^2}}{b(b^2 - r^2)}$$

$$D = \frac{(b^2 - a^2 + a\sqrt{a^2 - r^2}) \cdot \sqrt{r^2 - b^2}}{b(b^2 - r^2)}$$

이상에서 제시한 원호기어의 단조에 관한 속도장은 경계조건과 체적일정 조건을 만족하는 완전한 동적 가용속도장이다.

2. 2. 에너지 소비율

에너지 소비율은 각 에너지 소비율을 모두 합한 것이다.

$$\dot{W}_T = \sum \dot{W}_P + \sum \dot{W}_S + \sum \dot{W}_F \quad (2)$$

여기서, \dot{W}_P 는 내부에너지 소비율, \dot{W}_S 는 전단에너지 소비율, \dot{W}_F 는 마찰에너지 소비율이다.

3. 결과 및 고찰

원통형 소재를 사용하여 원호기어를 단조할 경우 상계법을 적용할 수 있는 속도장을 제시하였다.

본 연구에서는 원호기어의 최종두께를 10 mm, 마찰상수는 0.1을 사용하였다. 실험 및 해석대상으로 한 소재는 Table 1에 나타난 화학적 조성을 갖는 Al 2218이며 가공정확도를 고려할 경우 Fig. 2의 압축시험으로 부터 얻은 다음 식에 의해 유동응력을 계산하였다.

$$\bar{\sigma} = 352.48 \bar{\epsilon}^{0.2320} \quad (3)$$

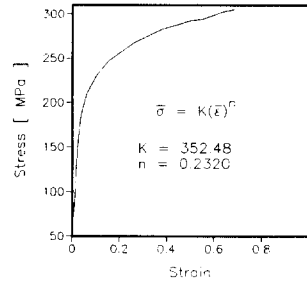
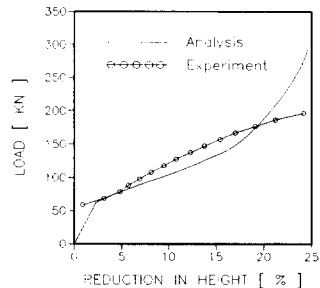


Fig. 2 Stress - strain curve of Al 2218 by compression test

Table 1 Nominal chemical compositions of wrought Al2218¹¹⁾

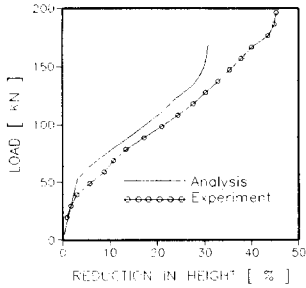
Composition (%)							
Al	Si	Cu	Mn	Mg	Fe	Zn	Others
92.5	0.30	3.54	0.05	1.30	0.10	0.03	1.73Ni 0.01Cr

Fig. 3은 중공과 중실 소재를 사용한 원호기어의 단조에 있어서 잇수가 12개인 경우 이론해석과 실험의 하중을 압하율에 따라 나타낸 것이다. 두 가지 경우 모두 실험과 이론해석의 경향이 잘 일치하며, 최종상태의 하중은 비슷하거나 높게 나타나고 있다. 따라서, 제시한 속도장은 실제 단조 하중예측에 있어서 유용할 것으로 생각한다. 다이와 펀치사이의 틈새를 통한 소재의 유동으로 인하여 발생하는 치형부 주위에 축방향으로 돌출된 플래쉬(flash)형상이 Fig. 4에 나타나 있으며 이 축방향의 소재 유출로 인하여 실험의 압하율이 이론해석보다 크다. 또한, 이뿌리 부분이 치형의 끝보다 플래쉬의 높이가 높게 나타난다.



(a) solid billet

내경을 얻을 수 있다.



(b) hollow billet

Fig. 3 Comparisons of load between analysis and experiments

Fig. 4는 원호기어의 단조실험에서 소재를 중실 소재인 경우 직경 19.4 mm, 높이 13.3 mm로 가공하고, 중공 소재인 경우 내경을 9.50 mm, 높이 17.70 mm로 가공하여 여러 단계의 압하율에 따른 원호기어의 성형과정을 나타낸 실험결과이다. 그림에서와 같이 중공소재를 사용하였을 경우는 단조가 진행되는 동안 내경은 점차 감소한다. 이것은 Fig. 5에서 중공소재를 사용할 경우에 있어서 압하율에 따라 내경의 변화를 예측한 것과 잘 일치한다.



Fig. 4 Photographs of forged circular gear

Fig. 5는 소재의 외경대 내경의 비가 0.5인 중공소재를 사용하여 단조할 경우에 압하율에 따른 소재의 내경과 중립면의 변화를 나타낸다. 그림에서와 같이 펠렛부분을 채우는 단조 초기에는 내경 및 중립면이 거의 일정하다. 그러나, 단조가 진행되어 소재의 외부 자유면이 치형영역에 도달하면 중립면은 지지된 방향으로 이동하고 이에 따라 내경은 급격히 감소한다. 이것은 단조 초기에는 구속이 적어 외부유동이 자유로우나 치형영역을 채우는 동안에는 단조가 진행될수록 치형의 형상에 의한 구속이 커져서 소재의 외부 유동이 어렵게 되기 때문이다. 또한, 이것은 Fig. 4의 실험결과와 잘 일치하고 있으며, 이로써 단조된 원호기어에 적합한 축의 직경을 결정할 수 있으며, 초기소재의 내경을 조절하여 단조주 요구하는 기어의

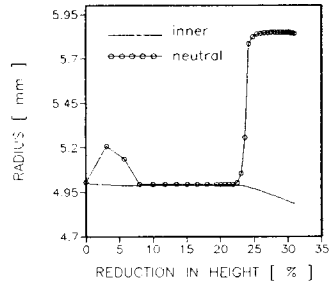


Fig. 5 Variations of inner and neutral surface radius

Fig. 6는 중실소재를 사용한 원호기어의 단조에 있어서 잇수가 동일한 경우 피치원 직경의 크기에 따른 하중과 상대압력을 피치원의 반경에 따라 나타낸 것이다. 동일한 피치원 직경에 대하여 잇수가 증가할수록 상대압력과 하중이 증가하는 것을 볼 수 있으며 피치원 직경의 증가에 따라 하중과 상대압력이 증가한다.

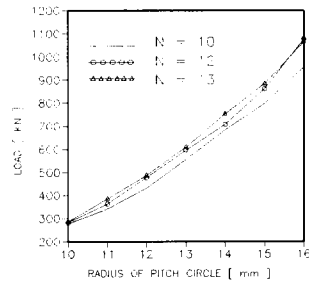
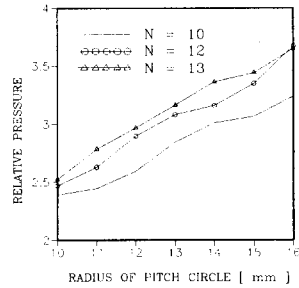


Fig. 6 Effect of radius of pitch circle on forging load and relative pressure

Fig. 7은 피치원 직경이 일정한 경우 최종상태의 하중과 상

대압력을 잇수에 따라 나타내었다. 그림에서 보듯이 피치원 직경의 증가에 따라 하중과 상대압력이 증가하며, 같은 피치원 직경에서 최종상태의 상대압력과 하중이 최소가 되는 잇수를 찾을 수 있다.

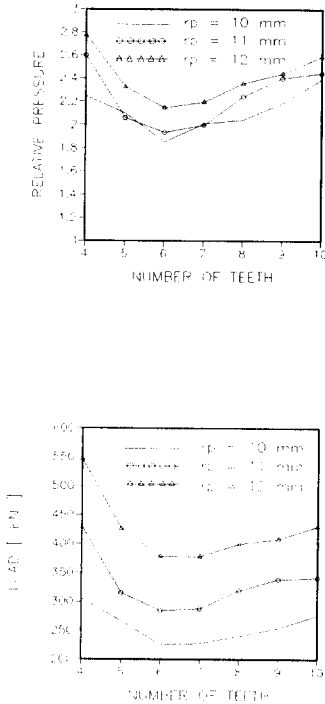


Fig. 7 Relative pressure and load with respect to number of teeth

4. 결 론

본 연구에서는 알루미늄 소재를 이용한 자동차용 펌프 풀리, 타이밍 벨트 풀리 등에 많이 사용되는 원호기어 단조를 상계 해석하기 위한 동적 가용속도장을 유도하여 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 원호 기어의 단조에 적용 가능한 동적 가용속도장을 유도하였다.
2. 제시한 속도장에 의해 구한 상계해는 실제 하중의 예측에 효과적이라 생각한다.
3. 치형의 형상이 원호인 부품의 단조시 소재유동의 형상을 원호로 가정하는 것이 타당하다.
4. 같은 피치원 직경에 대하여 단조하중과 상대압력이 최소로 되는 잇수는 6 또는 7개이다.

후 기

본 연구는 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터의 연구비지원으로 수행되었으며 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- [1] D. K. Kim, "Upper Bound Analysis of the Square Die Extrusion of Non-Axisymmetric Section", Ph. D Dissertation, 1996
- [2] M. Kiuchi, T. Muramatsu and T. Imai, "Analysis on Non-Axisymmetric Complex Forging", J. of the JSTP, Vol. 30, No. 342, pp. 997 ~ 1003, 1989
- [3] M. Kiuchi, "Complex Simulation System of Forging Based on UBET", Annals of the CIRP, Vol. 35/1, pp. 147 ~ 150, 1986
- [4] O. P. Grover and B. L. Juneja, 1984, "Analysis of Closed-Die Forging of Gear-Like Elements", Advanced Tech. of Plasticity, Vol. II, pp.888 ~ 893
- [5] N. A. Abdul and T. A. Dean, "An Analysis of the Forging of Spur Gear Forms", Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 26, No. 2, pp. 113 ~ 123, 1986
- [6] K. Ohga, K. Kondo and T. Jitsunari, "Research on precision Die Forging Utilizing Divided Flow", Bulletin of the JSME, Vol. 28, No. 244, pp. 2451~2459, 1985
- [7] K. Kondo, T. Jitsunari and K. Ohga, "Investigation on Cold Die Forging of a Gear Utilizing Divided Flow", Bulletin of JSME, Vol. 28, No. 244, pp. 2442 ~ 2450, 1985
- [8] 최재찬, 허관도, 김장호, 최종용, "스피어 기어의 밑배 단조에 관한 상계해석", 한국정밀공학회지, 제 11 권, 제 4 호, 통권 제 42 호, pp. 26 ~ 37, 1994
- [9] 조해용, 최재찬, 최종용, 민규식, "중공소재의 내경변화에 따른 스피어기어 단조에 관한 연구", 한국소성가공학회지, 제 4 권, 제 3 호, pp. 257 ~ 266, 1995
- [10] 조해용, 최재찬, 민규식, "중공 및 중실소재를 이용한 스피어라인 단조에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제 13 권, 제 1 호, pp. 108 ~ 115, 1996
- [11] 최재찬, 조해용, "Semi-Solid Al 재료 복합단조기술", 정밀정형 및 금형가공 연구센터, p. 23, 1996