

정하중을 받는 교량 신축이음 장치용 Lazy-Tong 기구의 구조해석

정노영*, 하길상*, 최영휴*, 박대원**, 김광영***

*:창원대학교 기계설계공학과, **:대봉기계(주), ***:한국기계연구원

ABSTRACT

A computer program was developed for the static analysis of a bridge expansion joint mechanism, which is called lazy-tong joint. It was modelled as a plane truss and statically determinate structure under the assumption of small expansion in bridge girder. The applied load was assumed as a maximum wheel load exerted by a 40ton tandem axled tractor-semitrailer truck. By using the developed computer program, reaction forces, axial and bending stresses, deflections, and critical buckling load, etc. of each structural member were analyzed. And they showed good agreement with those analyzed by the commercial F.E.M S/W, ANSYS.

1. 서론

현재 우리나라에서 교량 신축이음 장치로 사용하고 있는 Lazy-Tong Expansion Joint는 독일을 비롯한 일부 선진국으로 부터 설계기술을 도입하고 있으며, 국내에서는 부품의 가공과 조립위주로 생산하고 있다. 이 때문에 설계기술료 부담이 과다하여 국산제품의 가격 경쟁력이 떨어지고 있다. 그러므로 국산 Lazy-Tong장치의 가격 경쟁력을 제고하기 위해서 설계기술을 확보하는 것이 절실하며, 이는 국내 교량의 통과 하중 조건을 적절하게 고려하여 구조적으로 안전한 신축이음 장치를 설계하기 위해서도 필요하다.

Lazy-Tong 장치는 차량이 교량을 통과할 때에 발생하는 매우 불규칙적이고 반복적인 충격하중을 받아 변형과 진동이 발생 하게된다. 이때문에 Lazy-Tong 장치는 부품의 파괴와 피로 파손등이 일어나기 쉽다. Lazy-Tong 장치를 구조적으로 안전하게 설계하기 위해서는 이러한 현상들에 대한 정확한 역학적 해석이 가능해야 한다.

본 연구에서는 그 기초 단계로서 Lazy-Tong 장치의 부재 하중계산 및 구조해석용 컴퓨터 프로그램을 개발하여 국산 Lazy-Tong 장치에 대한 정적 구조해석을 수행하였다. 해석 결과를 상용 구조해석 소프트웨어인 ANSYS를 이용한 해석 결과와 비교 검증함으로써 본 연구 컴퓨터 프로그램의 정확성을 확인하였다.

2. 정적 구조해석

2.1 Lazy-Tong 기구의 수학적 모델링

본 연구에서는 Lazy-Tong 이음장치중에서도 가장 간단한 모델인 상판 크로스레일(Cross rail)이 한개인 Lazy-Tong 장치를 해석하였다. Fig. 1은 장치의 수학적 모델링이다. 실제 Lazy-Tong 이음장치는 각각의 부재가 핀 조인트(Pin joint)로 연결되어 있고, 절점2(Node 2)가 수평방향으로 미소하게 변위될 수 있어서 부정정계의 구조적 특성이 있으나, 본 연구에서는 수평방향 변위를 무시할 수 있다고 가정하였다.

Fig. 1에서 보듯이 이음장치는 좌우대칭이므로 절점1(Node 1)과 절점4(Node 4)에 대칭의 경계조건을 적용하면 구조물의 절반만을 모델링하여 해석이 가능하다. F_1 은 작용하중이며 R_1

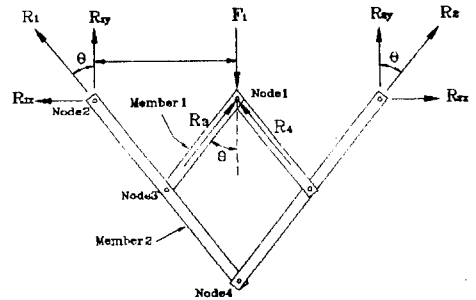


Fig. 1 Mathematical model of a lazy-tong expansion joint

와 R_x, R_y, R_z 는 부재의 절점반력이다. 작용하중은 차량통과시의 최대운중으로 가정하였다. 경계조건은 교량상판에 지지되어 있는 절점 2(Node 2)의 수평변위(x) 및 수직변위(y)는 구속되었고 회전운동 자유도는 구속되지 않았다. 또한 대칭면의 절점1과 절점4에서는 수평변위(x)는 구속되었고 수직변위(y)와 회전운동 자유도는 구속되지 않았다.

2.2 부재반력 해석

2.2.1 절점반력 계산

힘의 평형조건으로부터 F_1 이 주어지면 전체구조에서 반력 R_1 과 R_2 가 발생된다. 절점1과 절점2는 핀 조인트(Pin joint)로 이루어져 있으므로, 반력 R_1 과 R_2 은 y 축과 θ 각도를 이루고 있고, 두 힘의 크기는 서로 같다. 즉, $\sum F_y = 0$ 로부터 힘의 크기를 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_1 &= R_{1y} + R_{2y} \\ R_{1y} &= \frac{F_1}{2} \dots \dots \dots (1) \\ R_1 &= \frac{R_{1y}}{\cos \theta} \\ R_{1x} &= R_1 \times \sin \theta \end{aligned}$$

식(1)에서 F_1 은 주어진 하중조건이고, θ 는 Lazy-Tong장치의

기하학적인 모양에서 결정되므로 미지의 반력 $R_1, R_{1x}, R_{1y}, R_2, R_{2y}$ 를 구할 수 있다. Fig. 1에서 알 수 있듯이 반력 R_2 는 R_1 과 크기는 같고 방향은 Y축에 대하여 대칭을 이루고 있다.

또한 절점1에서 보면 R_3 와 R_4 는 Y축과 각도 θ 를 이루고 있고, 이 두 힘이 F_1 과 평형을 이루고 있으므로 R_1 과 R_4, R_2 와 R_3 는 각각 크기와 방향이 같음을 알 수 있다. 즉,

$$R_4 = R_1, \text{ and } R_3 = R_2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

2.2.2 부재1의 반력 계산

부재1은 절점1과 절점3을 연결하는 부재이다. 이 부재에 작용하는 힘과 반력은 Fig. 2에서 보는 바와 같다. 작용력 R_3 에 대하여 크기가 같고 방향이 반대인 반력 R_5 이 발생하는 것을 알 수 있다. 따라서, 부재1은 압축력만을 받는다.

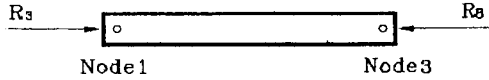


Fig. 2 Force equilibrium on the member 1

2.2.3 부재2의 반력 계산

부재2는 절점2와 절점4를 연결하는 부재이다. 부재에 작용하는 힘과 반력은 Fig. 2에서 보는 바와 같다.

R_1, R_2, R_3 의 작용력에 의해 반력 R_5, R_6 , 및 R_7 가 발생한다. X와 Y방향의 힘의 평형조건으로부터 다음관계식이 성립한다.

식(3)의 첫식과 두번째 식에서 $R_5 = R_1$ 을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} R_{3x} - R_{2x} &= 0 \\ R_{3x} - R_{2x} - R_1 + R_5 &= 0 \\ R_{2y} - R_{3y} &= 0 \\ R_7 - R_{3y} + R_{2y} - R_6 &= 0 \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

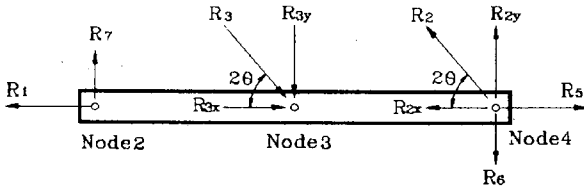


Fig. 3 Force equilibrium on the member 2

절점2에서 모멘트 평형조건 $\Sigma M=0$ 로부터

$$R_{3y} \times \frac{l}{2} + R_6 \times l - R_{2y} \times l = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

위 식(4)에서 $R_6 = R_{2y} - \frac{R_{3y}}{2}$ 로 구해지고, 이를 식(3)에

대입하면 $R_7 = R_6 = \frac{R_{2y}}{2}$ 로 구해진다.

2.3 부재의 변형 및 응력해석

2.3.1 부재1의 변형 및 응력 해석

부재1은 Fig. 2와 같이 단순 압축만을 받고 있다. 단순 압축력을 받는 보 구조물의 압축응력과 축 방향 변형량은 식(5)과 식(6)으로부터 구해진다.

$$\sigma_c = \frac{F}{A} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\delta = \frac{Fl}{AE} \quad \dots\dots\dots (6)$$

여기서 부재1은 세부장재이고 길이가 단면에 비해 긴 편이므로 압축력을 받는 경우 좌굴이 발생할 수도 있다. 오일러의 기둥공식(Euler column formula)에 의하면 압축력을 받는 보의 좌굴 위험하중은 양단이 힌지로 지지되어 있는 경우 식(7)과 같다.

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{l^2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

식(7)에서 구한 P_{cr} 과 계산된 부재 압축력 R_3 를 비교하여 좌굴의 가능성을 판단할 수 있다.

2.3.2 부재2의 변형 및 응력해석

부재2에 작용하는 반력들은 Fig. 3에서 보인 바와 같다. 부재2는 절점2-절점3-절점4를 연결하는 막대 전체가 일체로 된 부재이다. 그런데 부재의 중앙에 R_3 가 비스듬히 작용하므로 좌우 부분의 인장/압축 하중상태가 다르다. 절점2에서 절점3까지를 부재2-1이라 하고, 절점3에서 절점4까지를 부재2-2이라 부르기로 한다. 부재2에서는 부재1은 달리 인장/압축력 뿐만 아니라 부재의 중앙에 굽힘하중이 작용하므로 인장/압축응력과 아울러 굽힘응력도 발생한다. 실제로는 인장/압축력과 굽힘하중이 동시에 복합적으로 작용하지만 선형중첩의 원리가 성립한다고 가정한다. 따라서 인장/압축하중과 굽힘하중의 경우를 따로따로 해석한 후에 중첩하기로 한다.

먼저 인장/압축응력과 변형을 해석하기로 한다. 이를 위해 각각의 부재에 작용하는 힘들을 Fig. 4에 표시하였다.

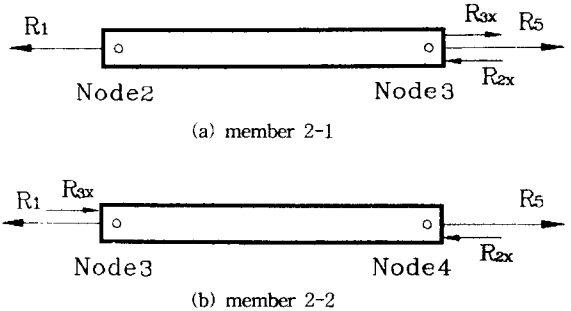


Fig. 4 Axial forces acted on the member 2

Fig. 4를 보면 부재2의 경우 축방향 작용합력은 인장력이 된다. 축방향 인장응력과 변형량은 식(8) 및 식(9)와 같다.

$$\sigma_t = \frac{F}{A} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\delta = \frac{Fl}{AE} \quad \dots\dots\dots (9)$$

다음으로 굽힘응력과 처짐을 해석하기로 한다. 부재2에서 굽힘을 일으키는 외력을 살펴보면 Fig. 5와 같다.

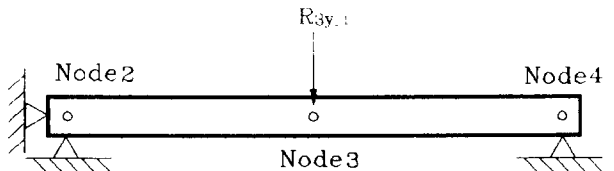


Fig. 5 Bending force acted on the member 2

Fig. 5에서 R_{b1} 과 R_{b2} 는 R_{3y} 에 대한 반력으로서 서로 같은 크기의 힘이다. 따라서 R_{b1} 과 R_{b2} 는 식(10)과 같이 구해진다.

$$R_{bl} = R_{bl} \dots \dots \dots (10)$$

$$R_{bl} + R_{bl} = R_{3y} \dots \dots \dots (10)$$

$$\therefore R_{bl} = R_{bl} = \frac{R_{3y}}{2}$$

특이함수를 이용하여 하중, 전단력 및 굽힘모멘트를 표시하면 식(11)과 같다.

$$q(x) = R_{bl}(x)^{-1} - R_{3y}(x - \frac{l}{2})^{-1} + R_{bl}(x - l)^{-1}$$

$$V(x) = R_{bl}(x)^0 - R_{3y}(x - \frac{l}{2})^0 + R_{bl}(x - l)^0 \dots (11)$$

$$M(x) = R_{bl}(x)^1 - R_{3y}(x - \frac{l}{2})^1 + R_{bl}(x - l)^1$$

최대 굽힘모멘트(M_{bmax})는 부재의 중앙에서 발생하므로 $x = \frac{l}{2}$ 에서의 굽힘모멘트를 구하면 식(12)와 같이 된다.

$$M_{bmax} = M_b(\frac{l}{2}) = R_{bl} \times \frac{l}{2} \dots \dots \dots (12)$$

양단이 단순지지된 보 구조물의 중앙에 굽힘하중이 작용할 때, 보의 굽힘응력은 식(13)과 같다.

$$\sigma_b = M_b \times \frac{C}{I} \dots \dots \dots (13)$$

식(13)에 M_b 를 대입하면 부재2의 굽힘응력을 구할 수 있다. 부재2에 작용하는 총응력 σ 는 다음의 식(14)와 같이 인장응력과 굽힘응력의 중첩으로 구할 수 있다.

$$\sigma = \sigma_b + \sigma_t \dots \dots \dots (14)$$

최대응력은 부재2의 중간지점에서 발생되며, 식(15)와 같이 구해진다.

$$\sigma_{max} = \sigma_{x=\frac{l}{2}} = (\sigma_t + \sigma_b)_{x=\frac{l}{2}} \dots \dots \dots (15)$$

일반적으로 구조물의 정적 안전율은 최대응력에 대한 항복강도의 비로 정의하므로 부재2의 안전율은 식(16)과 같이 계산할 수 있다.

$$n = \frac{\text{항복강도}}{\text{최대응력}} = \frac{S_y}{\sigma_{max}} \dots \dots \dots (16)$$

부재2의 최대 처짐은 정역학적 해석에 의해 부재 중앙에서 일어나고, 식(17)과 같이 표현된다.

$$y_{max} = -\frac{F l^3}{48 EI} \dots \dots \dots (17)$$

3. 해석 결과 및 비교 검증

3.1 구조해석 프로그램 작성

기존의 상용 FEM 소프트웨어의 경우 트러스나 보 요소 등이 핀 조인트(Pin joint)로 연결된 구조물의 반력계산과 부재 응력 해석을 동시에 수행하기 위해서는 유한요소 모델링이 매우 복잡한 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 앞서 2절에서 기술한 구조해석 이론에 따라 Lazy-Tong Expansion Joint의 반력·응력·변형량 등을 하나의 모델링으로써 계산할 수 있는 구조해석 프로그램 SALEM(Structural Analysis of a Lazy-tong expansion Joint Mechanism)을 작성하였다. 작성된 프로그램의 구조도는 Fig. 6과 같다.

이 프로그램은 Fig. 7 ~ Fig.11에 보인 바와 같이, 하중조건과 기하학적 조건을 입력하면 자동적으로 전체구조의 반력, 부재 반력, 부재의 처짐, 부재 응력 등을 계산하여 대화식으로 그래픽 화면에 출력해 주도록 되어 있다.

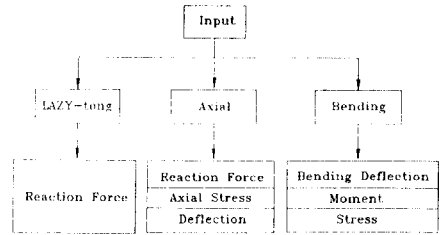


Fig. 6 Block diagram of the computer program SALEM

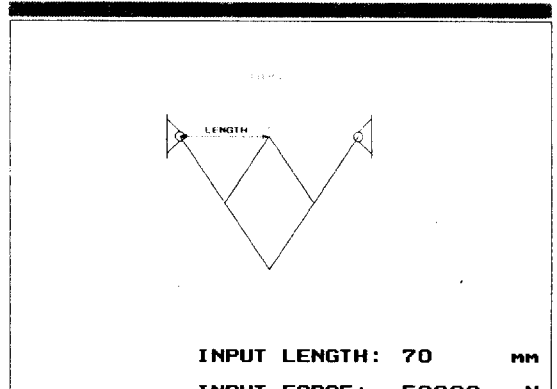


Fig. 7 Input menu screen of the program SALEM

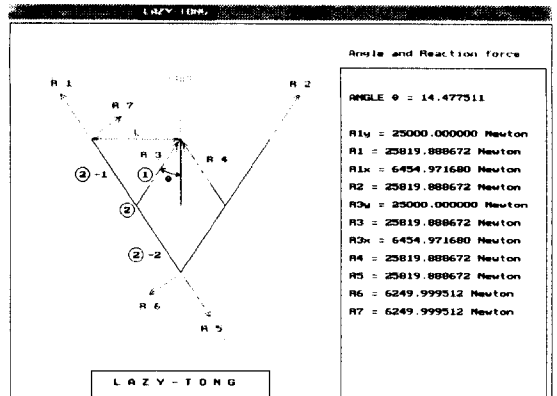


Fig. 8 Reaction forces calculated by the program SALEM

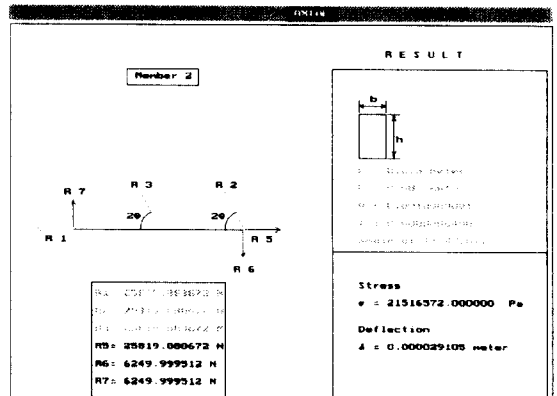


Fig. 9 Member forces calculated by the program SALEM

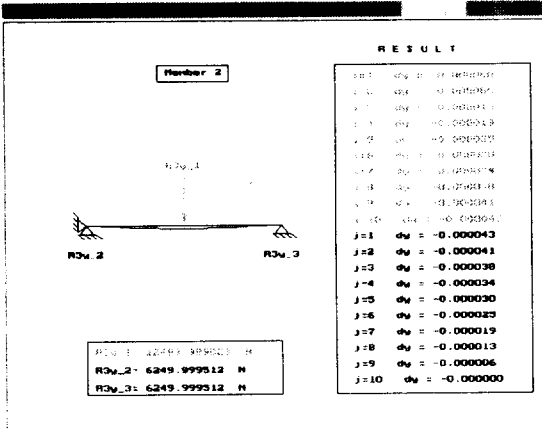


Fig. 10 Deflection calculated by the program SALEM

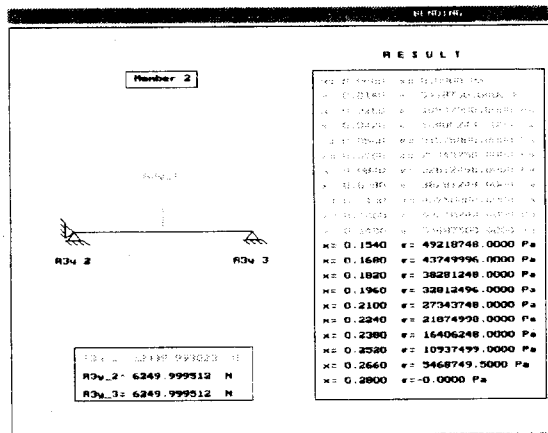


Fig. 11 Bending stress calculated by the program SALEM

3.2 해석결과 및 비교검증

작성된 컴퓨터 프로그램인 SALEM을 사용하여 Fig.1에 보인 Lazy-Tong 장치에 500,000N의 정하중이 연직 하방으로 작용할 때의 각 부재의 반력과 응력을 해석하였다. 해석 결과의 검증 위하여, 동일한 하중 조건으로 범용 유한요소법 구조해석 S/W인 ANSYS를 사용하여 해석을 수행하였고, 두 가지 결과를 비교하였다. ANSYS를 이용한 해석에서 각각의 부재 응력해석의 입력하중은 SALEM에서 계산한 부재반력 계산결과를 사용하였다.

두 프로그램의 해석결과를 Table 1에 정리하였다.

Table 1에서 보듯이 개발된 컴퓨터 프로그램(SALEM)에 의한 해석결과와 ANSYS의 해석결과와의 비교 오차는 반력계산의 경우 0.03334%, 축방향 응력 계산의 경우 0.003 %, 굽힘응력 계산의 경우 0.0 %, 굽힘하중에 의한 처짐량 계산의 경우 1.727%로 매우 잘 일치하고 있다.

Table 1 Comparison of both analysis results

Calculated parameters	SALEM	ANSYS	Error(%)	
Reaction force (N)	R ₁	63323.277	N.A.	
	R _{1x}	15830.810	N.A.	
	R _{1y}	61312.500	N.A.	
	R ₂	63323.277	N.A.	
	R ₃	63323.277	N.A.	
	R _{3x}	15830.810	N.A.	
	R _{3y}	63323.277	N.A.	
	R ₄	63323.277	N.A.	
	R ₅	63323.277	N.A.	
	R ₆	15328.000	N.A.	
R ₇	15328.000	N.A.		
Axial	deflection δ _x (mm)	0.04051	0.0401634	0.0334 (%)
	stress (Pa)	52769396	52771000	0.0030 (%)
Bending	deflection δ _y (mm)	0.104	0.105828	1.7270 (%)
	stress (MPa)	134.121088	134.121088	0.0 (%)

주: ① Error = $\frac{|SALEM - ANSYS|}{ANSYS} \times 100$ (%)

주: ② N.A. = Not Available

4. 결론

본 연구에서는 교량 신축이음 장치로 사용되는 Lazy-Tong Expansion Joint 기구의 정적 구조해석을 위하여 부재 반력과 응력 및 변형량을 계산할 수 있는 구조해석 프로그램(SALEM)을 개발하였다. 작성된 구조해석 프로그램을 사용하여 Lazy-Tong 기구장치의 정적 구조해석을 수행하고, 결과의 검증을 위하여 범용 구조해석 소프트웨어인 ANSYS를 이용하여 비교해석을 수행하였으며 주요 내용과 결과를 정리하면 다음과 같다.

(1) 본 연구에서 개발된 구조해석 프로그램(SALEM)은 평면 트러스나 보 구조물이 핀 조인트로 결합된 기구장치의 부재반력, 변형, 응력 및 안전율, 좌굴위험하중 등을 해석할 수 있다

(2) 기존의 구조해석 소프트웨어에서는 핀 조인트 등이 포함된 기구장치의 수학적 모델링이 복잡할 뿐만 아니라, 핀-절점으로 인하여 大變位 또는 不穩定상태가 발생하면 구조해석이 곤란한 경우가 있으나 본 해석에서는 반력계산과 부재의 처짐 및 응력해석을 분리하여 수행함으로써 어떤 경우에도 구조해석이 가능하다

(3) 개발된 프로그램에 의한 해석결과와 ANSYS 해석결과와의 비교오차는 반력의 경우 0.03334%, 축방향 응력의 경우 0.003 %, 굽힘응력의 경우 0.0 %, 처짐의 경우 1.727 %이다. 따라서 본 프로그램은 Lazy-Tong 장치의 구조해석과 설계에 효과적으로 적용할 수 있다

참고문헌

1. 정노영, 하길상, "정하중을 받는 교량 신축 이음장치 Lazy-Tong Expansion Joint의 구조해석," 창원대학교, 정밀기계공학과 졸업논문, 1996. 2.
2. Walter D. Pilkey, "Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices," John Wiley & Sons, Inc., 1994.
3. Thomas D. Gillespie, "Fundamentals of Vehicle Dynamics," SAE, Inc., 1994.
4. Rudolf Limpert, "Break Design and Safety," SAE, Inc., 1994.
5. Peter, Kohnke, "ANSYS User's Manual for Revision 5.0," Swanson Analysis Systems, Inc., 1992.