

# 반응표면분석법을 이용한 기구의 강건설계 (Robust Design of Mechanisms Using the Response Surface Analysis)

\*한형석(아주대학교 대학원)  
박태원(아주대학교 기계산업공학부)

## Abstract

In this study a method for a robust design of mechanisms is proposed. The method used in the experimental analysis and quality engineering is applied for mechanisms design. A mathematical model for a mechanism is estimated by the response surface analysis and the estimated model is used in minimization of the total sensitivity. Using this result, robust design can be carried out. The method can be applied for mechanisms generally. Furthermore because the method can be used in the design stage using the computer model, improved quality and lower cost of the product is achieved even in the design stage.

Key Words: Robust design (강건설계), Response surface analysis (반응표면분석법)  
Mechanisms (기구)

### 1. 서론

일반적으로 제품의 성능은 설계시의 목표 성능에서 성능 변동을 가진다. 성능 변동이 작은 제품일수록 품질이 좋다고 할 수 있는데 Taguchi는 성능 변동의 요인을 크게 제조 오차, 제품 열화 및 제품의 사용 환경 조건등으로 분류하였다. (1) 이 변동의 요인을 잡음인자라고 하며 강건설계 혹은 인자설계 (parameter design)는 그러한 잡음 인자들에 대하여 둔감한 설계를 함으로써 제품의 성능 변동을 줄이는 것을 말한다. 기구에 있어서도 잡음 인자들에 의하여 기구를 구성하는 링크들의 길이나 힘요소등이 변하여 위치 오차, 속도 오차, 가속도 오차, 힘 오차 등이 설계값에 대하여 어떤 변동을 가지게 될 것이다. 그러므로 기구의 설계시에 강건성을 고려하여 설계하면 기구의 품질을 높일 수 있을 것이다. 특히 정밀기계에서는 강건설계가 중요하다. 강건설계에 대한 일반적인 연구는 주로 Taguchi에 의하여 발전되고 공정설계와 전기제품에 많은 응용이 되어 왔다. (2) Taguchi는 직교배열표와 S/N 비를 이용하여 상대적으로 가장 강건

한 조합을 구하였다. 이 방법은 다양한 분야에서 이용되어 왔다. 또한 민감도를 최소화하는 연구가 기구의 부품에 응용되었다. 이 연구는 민감도를 최소화하는 최적화 기법을 이용함으로써 강건성을 부여하였다. (3-4) 그런데 이 방법은 시스템에 대한 명확한 함수식이 세워져야 적용이 가능하다고 할 수 있다. 그 이외에 반응표면분석법 (response surface analysis)을 이용한 연구가 있으나 널리 적용되지는 못하였다. 반응표면분석법은 설계변수, 잡음인자들과 성능 사이의 관계를 실험에 의하여 구한 후 얻어진 함수를 이용하여 강건한 설계를 수행하는 것이다. (6-8) 이상 여러 가지 연구가 진행되고 기구의 단품에 대하여는 적용되어 왔지만 기구의 최종 성능에 관계된 시스템적인 강건설계 연구는 부족하다고 할 수 있다. 그 이유는 기구의 특성상 공정이나 전기제품에 비하여 실험하기가 어렵고 기구에 대한 수학적 모델을 세우기 어렵기 때문이라고 생각된다.

본 논문에서는 강건설계를 일반적인 기구에 쉽게 적용할 수 있는 방법을 제시하고자 하는

데 목적이 있다. 본 논문에서는 반응표면분석법에 기초를 두고 민감도를 최소화 하는 방법을 채택하였다. 일반적으로 기구는 비선형이고 기구에 있어서 설계 변수와 성능과의 관계를 명시적으로 구하는 것이 곤란하다. 그러나 현재 이용되고 있는 범용 기구동역학 해석 프로그램을 이용하면 기구를 신뢰성 있게 모델링할 수 있다. 때문에 이 컴퓨터 모델과 반응표면분석법을 이용하면 강건설계 방법을 쉽게 적용할 수 있다. 본 연구에서 제시한 방법을 이용하여 기구의 설계단계에서 강건성을 고려함으로써 품질향상과 개발비용을 줄일 수 있을 것으로 기대된다

## 2. 이론 전개

### 2.1 강건설계 기초 이론

강건설계는 성능이 잡음 요인에 대하여 강건 혹은 둔감하도록 설계하는 것인데 Fig.1 을 보면 잘 이해할 수 있다. 성능  $P$ 가 변수  $A, B$ 에 의해서 결정된다고 하고 만일  $A$ 를  $A_x$ 로  $B$ 는  $B_x$ 로 설계하였다면 그 때의 이상적인 성능은  $P_x$ 가 될 것이다. 그런데 실제 사용 중에는  $A_x$ 는 잡음인자에 의해서 I과 같은 산포를 가지게 될 것이고 따라서  $B$ 가  $B_x$ 로 고정되었다고 가정하면 성능  $P_x$ 는 II와 같은 산포를 가지게 될 것이다. 여기서 성능이 변수  $A$ 의 변동에 강건하게 하기 위해서  $A$ 에 대한  $P$ 의 기울기가 작은  $A_z$ 로 설계하였다면 성능은  $P_z$ 가 될 것이고 마찬가지로  $A_z$ 가 III과 같은 산포를 가질 때  $P_z$ 는 IV와 같은 산포를 가지게 될 것이다. 산포 II와 IV를 비교할 때 분산은 IV가 II보다 작은 것을 볼 수 있다. 결과적으로  $A$ 를  $A_x$ 보다는  $A_z$ 로 설계할 때  $A$ 의 변동에 대하여 성능  $P$ 의 변동이 적게 된다. 즉  $A$ 가 잡음인자들에 의하여 변하더라도 성능  $P$ 가 좀더 강건하게 되는 것을 알 수 있다. 여기서 최종 성능 목표치가  $P_0$ 라면 다른 변수  $B$ 를  $B_z$ 로 조절하여  $P_0$ 를 얻을 수 있으며 결과적으로 강건설계를 달성할 수 있다.

### 2.2 반응표면분석법

기구에 대한 강건설계를 하려면 변수와 성능과의 관계를 정의해야 한다. 그런데 실제적으로 기구에 있어서 변수와 성능과의 관계를 명

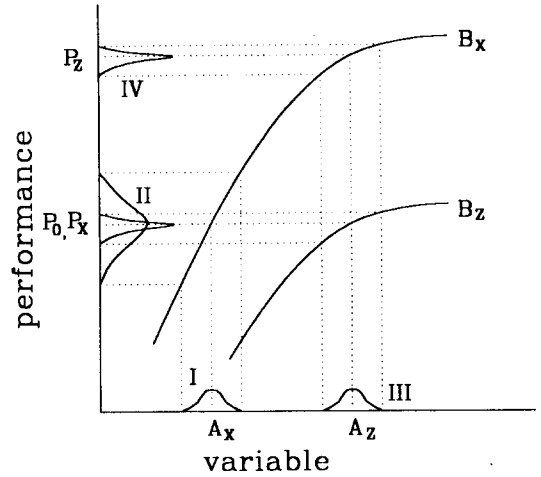


Fig.1 Robust design

시적으로 구하는 것이 어려울 때가 많다. 기구계는 일반적으로 비선형성을 가지며 복잡하기 때문에 해석적으로 표현하기 어려운 경우가 대부분이다. 그런데 현재 개발되어 있는 기구해석 프로그램들을 이용하면 기구를 신뢰성 있게 해석할 수 있다. 때문에 실제로 기구를 제작하여 실험하지 않고도 컴퓨터 모델로 실험할 수 있는 것이 가능하게 되었다. 이러한 특성을 이용하여 해석적이지는 않지만 실험적으로 변수와 성능과의 관계를 추정해주는 반응표면분석법을 적용하였다. 반응표면분석법은 실험에 의해서 독립변수와 종속변수와의 관계를 추정하는 것이다. 만일 독립변수가  $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k]^T$ 이고 종속변수가  $\eta$ 라면  $\xi$ 와  $\eta$ 의 관계를 식(1)과 같이 표시할 수 있다.<sup>(9)</sup>

$$\eta = F(\xi) \quad (1)$$

식(1)에서  $F$ 를 명확하게 알기가 어렵지만 반응표면분석법을 이용하면  $F$ 를 다항식으로 근사시킬 수 있다. 2차 다항식을 이용하여 구하는 경우 식(2)와 같이 표시된다.

$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i \xi_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} \xi_i \xi_j \quad (2)$$

기구에 있어서는 1차 함수보다는 2차가 적합

하다고 판단되기 때문에 본 논문에서는 2차 다항식을 택하였다. 여기서 실험을 위하여  $\xi_i$  을  $x_i = (\xi_i - \xi_{i0})/c$  로 선형 변환시킨다.  $\xi_{i0}$  는  $\xi_i$  의 평균값이고  $c$  는 상수로서 일반적으로  $x_i$  가 +1, -1 이 되도록 선정한다. 그리고  $\eta$  를  $y$  라 하면 식(2)를 식(3)과 같이 표시할 수 있다.

$$y = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i x_i + \sum_{i,j}^k \hat{\beta}_{ij} x_i x_j \quad (3)$$

식(3)에서 미지수  $\hat{\beta}$  를 구하기 위하여는 적절한 실험을 하여야 하는데 최소의 실험으로  $\hat{\beta}$  를 추정할 수 있는 것이 중심합성계획법이다. 예를 들어 설계 변수가 3개인 경우 중심합성계획법에 의한 실험 조건은 Table 1과 같다.

Table 1 Experimental array

Run	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$
1	-1	-1	-1	$y_1$
2	-1	-1	+1	$y_2$
3	-1	+1	-1	$y_3$
4	-1	+1	+1	$y_4$
5	+1	-1	-1	$y_5$
6	+1	-1	+1	$y_6$
7	+1	+1	-1	$y_7$
8	+1	+1	+1	$y_8$
9	0	0	0	$y_9$
10	$-\alpha$	0	0	$y_{10}$
11	$+\alpha$	0	0	$y_{11}$
12	0	$-\alpha$	0	$y_{12}$
13	0	$+\alpha$	0	$y_{13}$
14	0	0	$-\alpha$	$y_{14}$
15	0	0	$+\alpha$	$y_{15}$

$$\alpha = 1.216$$

Table 1에서 0은 각  $\xi_i$ 의 평균값이고 +1, -1 실험에서 고려하는 범위로써 +1은  $\xi_i$ 의 평균값에 변화 범위를 더한 것이 되고 -1은 빼는 것이 되는 것이다. Table 1의 결과를 이용하여 식(3)의  $\hat{\beta}$ 를 구하는 식은 식(4)와 같다. (9)

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (4)$$

(4)식에서  $X, y$ 는 설계 변수가 3개인 경우 식(5), (6)과 같다.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{31} & x_{11}^2 & x_{21}^2 & x_{31}^2 & x_{11}x_{21} & x_{11}x_{31} & x_{21}x_{31} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & x_{32} & x_{12}^2 & x_{22}^2 & x_{32}^2 & x_{12}x_{22} & x_{12}x_{32} & x_{22}x_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & x_{3n} & x_{1n}^2 & x_{2n}^2 & x_{3n}^2 & x_{1n}x_{2n} & x_{1n}x_{3n} & x_{2n}x_{3n} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

결과적으로  $y=F(x)$ 가 결정됨으로써 강건설계에 이용할 수 있게 된다. 여기서 실험은 컴퓨터 해석이나 실제 실험을 하면 되는데 본 연구에서는 범용 기구동력학 해석 프로그램인 DADS를 이용하여 기구의 해석을 하였다. (10)

### 2.3 강건설계 문제 정의

이 논문에서 제시하는 강건설계는 식(7)과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } f(x) &= \sum_{i=1}^k \left| \frac{\partial F(x)}{\partial x_i} \right| \\ \text{Subject to } |F(x) - P_0| &= 0 \\ x_{Li} &\leq x_i \leq x_{Ui}, \quad i=1, \dots, k \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)에서  $P_0$ 는 목표로 하는 성능값이며  $x_{Li}, x_{Ui}$ 는  $x_i$ 의 상, 하경계치이다. 식(7)에서 목적 함수는  $\sum_{i=1}^k |\partial F(x)/\partial x_i|$ 로서 각 변수  $x_i$ 의 변동에 대하여 성능 함수,  $F(x)$ 의 변동 즉 민감도를 작게 함으로써 강건성을 부여할 수 있다. 구속조건 중의  $|F(x) - P_0| = 0$ 는 각 변수에 대한 민감도를 작게 하면서도 목표로 하는 성능  $P_0$ 를 달성하게 하기 위해서 이다. 식(7)의 해는

일반적인 최적화 알고리즘을 이용하여 구할 수 있다.

### 2.4 강건설계흐름도

이상에서 제시한 이론을 이용하여 반응표면 분석법을 이용한 기구의 강건설계과정은 Fig. 2 와 같다.

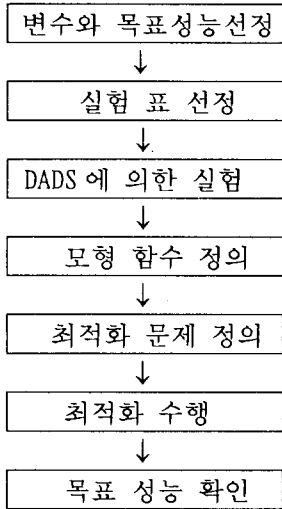


Fig. 2 강건설계 흐름도

### 3. 응용

2 장에서 제시한 기법을 이용하여 리벳기구의 강건설계를 실시하였다. Fig. 3 은 리벳기구를 보여 주고 있으며 Table 2 는 리벳기구에 대한 사양이 나타나 있다.

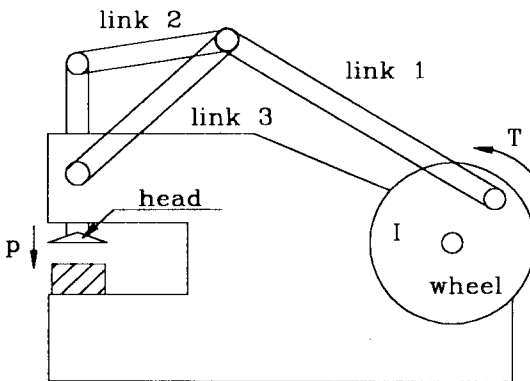


Fig. 2 리벳기구

Table 2 리벳기구의 사양

항목	값
wheel 의 관성 모멘트 (kg·mm <sup>2</sup> )	5000
작용 토크 T (Nmm)	133
링크 1 의 길이 l <sub>1</sub> (mm)	374.6
링크 2 의 길이 l <sub>2</sub> (mm)	220
링크 3 의 길이 l <sub>3</sub> (mm)	275
공작물의 강성 계수 (N/mm)	30
공작물의 감쇠 계수 (N·sec/mm)	1
헤드의 압착력 P <sub>0</sub> (N)	75.632

리벳기구는 휠에 입력 토크 T를 받아서 공작물을 압착하게 되는데 압착력 P를 정확하게 유지하고 싶다고 가정한다. 설계시에 P가 정확히 목표값에 도달하도록 설계할 수 있지만 실제 사용상에 있어서는 잡음 인자들에 의하여 기구를 구성하는 요소, 예를 들어 링크들의 길이가 변화되어 P가 변동을 가지게 될 것이다. 그러므로 잡음 인자들에 될 수 있는 한 강건한 설계를 함으로써 P의 변동이 작도록 하여 기구의 품질을 향상시키고자 한다.

#### 3.1 모형 함수 추정

반응표면분석법을 이용하여 이 기구에 대한 모형 함수를 추정하였다. 설계 변수는 링크 1, 링크 2, 링크 3의 길이로 선정하였다. 성능 즉 종속변수는 P이다. Table 3에는 각 설계 변수의 초기 설계값과 실험을 하기 위한 변화량을 나타내 주고 있다.

Table 3 설계 변수와 변화량

설계 변수	초기 치수	변화량
$\xi_1 = l_1$	374.63	7.49
$\xi_2 = l_2$	220	4.4
$\xi_3 = l_3$	275	5.5

Table 3에서 변화량은 변경 가능한 범위를 택하면 되는데 변화량 범위가 클수록 모형 함수의 신뢰도가 떨어지는 특성을 가진다. Table 3의 변수들에 대하여 Table 1의 실험 표에

따른 실험 결과 값은 식 (8) 과 같다.

$$y = [65.585, 52.237, 89.206, 68.083, 84.484, 66.616, 121.335, 86.856, 75.642, 65.163, 88.205, 64.134, 90.710, 89.048, 65.474]^T \quad (8)$$

Table 1 에 따른 실험은 DADS 프로그램을 이용하였다. 실험 결과인 식 (8) 과 식 (5), 식 (4) 를 이용하면 모형 함수의 계수  $\hat{\beta}$  를 구할 수 있는데 그 결과는 식 (9) 와 같다.

$$\hat{\beta} = [\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_{11}, \beta_{22}, \beta_{33}, \beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{23}]^T = [75.274, 10.23, 11.752, -10.530, 1.035, 1.534, 1.425, 2.215, -2.247, -3.061]^T \quad (9)$$

식 (9) 를 이용하면 모형 함수 (3) 을 식 (10) 과 같이 구할 수 있다.

$$y = F(x) = 75.274 + 10.23x_1 + 11.752x_2 - 10.530x_3 + 1.035x_1^2 + 1.534x_2^2 + 1.425x_3^2 + 2.215x_1x_2 - 2.247x_1x_3 - 3.061x_2x_3 \quad (10)$$

즉 Fig. 3 과 같은 리벳기구의 링크들의 길이와 압축력 P 의 관계를 식 (10) 으로 대치할 수 있다. 식 (10) 의 신뢰도는 ANOVA Table 에 의하여 검토할 수 있는데 참고문헌 (9) 를 참조하길 바란다. 식 (10) 이 구해졌으므로 식 (10) 을 이용하여 강건설계를 실시 할 수 있겠다.

### 3.2 강건설계

모형 함수  $y = F(x)$  가 구해지면 강건설계문제인 식 (7) 를 구할 수 있겠다. 즉 목적 함수  $f$  는 식 (10) 를 편 미분하여 식 (11) 과 같이 구할 수 있다.

$$f = \sum_{i=1}^k \left| \frac{\partial F}{\partial x_i} \right| = |\beta_1 + 2\beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2 + \beta_{13}x_3| + |\beta_2 + 2\beta_{22}x_2 + \beta_{12}x_1 + \beta_{23}x_3| + |\beta_3 + 2\beta_{33}x_3 + \beta_{13}x_1 + \beta_{23}x_2| \quad (11)$$

구속 조건은 식 (12) 와 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} |F(x) - P_0| &= 0 \\ -1 &\leq x_i \leq 1 \end{aligned} \quad (12)$$

그러면 식 (11) 과 식 (12) 를 합하여 최적화 문제를 정의할 수 있다. 식 (11), 식 (12) 의 해는 일반 최적화 알고리즘을 이용하여 해를 구할 수 있고 그 해는 Table 4 와 같다. 본 논문에서는 MMFD (Modified Method of Feasible Directions) 알고리즘을 이용하였다.

Table 4 최적화에 의한 결과

설계 변수	값
$l_1$	373.46
$l_2$	223.26
$l_3$	280.5

여기서 이 결과로 설계하였을 때 성능 목표치  $P_0$  가 나오는지 확인해야 한다. Table 4 의 결과를 다시 DADS 에 입력으로 하여 해석한 결과 P 는 72.689 로 목표값과 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 목표값이 나오도록 하기 위하여 민감도가 적은 변수를 택하여 재설계하면 되는데 이 변수를 조절 변수라 한다. 식 (10) 을 보면  $x_1$  이 상대적으로 둔감함으로  $x_1$  을 조절하여 성능이 목표 치에 도달하도록 하였다. 몇 번의 반복설계 후 Table 5 와 같은 최종 설계 값을 얻었다.

Table 5 강건설계 결과

항목	초기	최종 설계	차이
$l_1$	374.63	375.93	1.29
$l_2$	220	223.26	3.26
$l_3$	275	280.5	5.5
P	75.642	75.637	0.005

### 3.3 결과 분석

앞 절에서 수행한 설계가 초기 설계보다 강건성에 향상이 있는지 확인하기 위하여 분산 분석을 수행하였다. 분산 분석은 설계 변수의

작은 변동이 있을 때 성능의 분산을 검토함으로써 강건성을 확인할 수 있는데 분산이 작을수록 강건하다고 할 수 있다. 분산 분석을 하기 위하여 Table 6 과 같은 직교배열표를 이용하여 실험하였다.

Table 6 분산분석을 위한 실험표와 결과

Run	A= $l_1$	B= $l_2$	C= $l_3$	P(초기)	P(강건)
1	0	0	0	75.642	75.637
2	0	1	1	75.939	75.883
3	1	0	1	75.627	75.569
4	1	1	0	80.865	80.774

0:현재값 1:1%의 변동 값

초기설계치와 최종 설계치를 이용하여 Table 6 과 같은 실험을 수행하고 분산을 구하였다. 초기 설계에 대한 분산  $S_1=19.80$ , 최종 설계에 대한 분산  $S_2=19.39$ 로서 최종 설계값의 분산이 작은 것을 확인할 수 있다. 최종설계치로 리벳기구를 제작했을 때 잡음인자들에 대하여 상대적으로 강건하게 되는 즉 품질이 향상될 것으로 기대할 수 있겠다.

#### 4. 결론

품질 공학에서 주로 발전한 강건설계를 기구에 적용하여 기구의 강건성을 고려한 설계법을 제시하였다. 기구에 있어서 설계 변수와 성능과의 관계를 추정하기 위하여 반응표면분석법과 범용 기구해석 프로그램을 이용하였다. 추정된 모형 함수를 이용하여 각 변수에 대한 민감도를 최소화함으로써 강건설계를 수행하였고 그 결과를 분산 분석을 통하여 강건성 향상을 확인하였다. 이를 통하여 일반적인 기구에 대한 강건설계가 가능하리라 기대된다. 특히 설계 변수와 성능과의 관계를 명확하게 표현하기 어려운 기구와 정밀기계에 응용이 가능하리라고 생각된다. 기구에 강건성을 설계 시에 부여함으로써 잡음인자에 강건한 즉 향상된 품질의 기구를 얻을 수 있고 개발비용과 시간을 줄일 수도 있을 것이다.

#### 참고문헌

1. Kackar, R. N., 'Off-line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method', J. of Qual. Technol., 171(4), 176-188 (1985)
2. Phake, M. S., 'Quality Engineering Using Robust Design', Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J, 1989.
3. A. Parkinson, C. Sorensen, N. Pourhassan, 'A General Approach for Robust Optimal Design', Transactions of the ASME, Vol. 115, March 1993.
4. A. D. Belegundu, Shenghua Zhang, 'Robustness of Design Through Minimum Sensitivity', J. of Mechanical Design, Vol. 114, June 1992.
5. 이권희, 엄인섭, 박경진, 이완익, '제한 조건이 없는 최적화 문제의 강건설계에 관한 연구', 대한기계학회논문집 제 18권 제 11호, pp. 2825-2836, 1994
6. John S. Lawson and J. L. Madrigal, 'Robust Design through Optimization Techniques', Quality Engineering, 6(4), 593-608 (1994)
7. T. N. Goh, 'Taguchi Methods: Some Technical, Cultural and Pedagogical Perspectives', John Wiley & Sons, Ltd., 1993
8. James M. Lucas, 'How to Achieve a Robust Process Using Response Surface Methodology', Journal of Quality Technology, Vol. 26, No. 4, October 1994.
9. 박성현, '현대실험계획법', 민영사
10. DADS User's Manual, Computer Aided Design Software, Inc.