

## 모멘트 생성 함수 기법을 이용한 유연 제조 셀의 해석적 성능 평가

박용수\*, 김종원\*\*

\* 서울대학교 대학원 기계설계학과

\*\*서울대학교 기계설계학과

### ABSTRACT

The performance evaluation of flexible manufacturing systems or cells at the stages of design and planning is one of important issues in manufacturing. For that reason, Guo has presented an approach based on moment generating function and generalized stochastic Petri Nets for performance analysis. In this paper, Guo's approach is extended to the cases of flexible manufacturing cell including one machining center with a local buffer, AS/RS(Automatic Storage and Retrieval System), set-up station and AGV(Automated Guided Vehicle). Then the performance measures from this approach is compared with simulation. The major advantage of this method over existing performance evaluation methods is the ability to compute analytic solutions for performance measures.

### 1. 서론

최근 들어 전반적인 생산 시스템의 자동화 경향에 따라 유연 제조 셀의 설계나 제조 계획의 수립에 있어서도 제조 환경 변화에 따른 대상셀의 성능 예측 및 평가가 중요한 문제로 부각되고 있다. 이에 따라 대상으로 하는 제조 시스템의 시뮬레이션을 통하여 성능을 평가하거나, 혹은 제조 시스템의 거동을 이산현상 시스템으로 정의하고 이산현상 시스템의 기술방법인 큐잉 네트워크나 페트리네트를 통해 시스템을 모델링하여 그 성능을 평가하려는 많은 연구가 수행되어 왔다.

먼저 Tempelmeier[7]는 대표적인 이산현상 시스템의 기술 방법인 큐잉 네트워크를 이용하여 유연 제조 시스템을 모델링 하였고 이로부터 시스템의 성능을 평가할 수 있음을 보였다. 그러나 큐잉 네트워크에 의한 모델링은 제조 셀 내의 각각의 단위 기계와 부품에 대한 동작 및 공정 상태를 구체적으로 표현하기 어렵다. 그러므로 제조 셀내의 각각의 단위 기계와 부품의 동작과 흐름을 구체적으로 모델링하기 위하여 페트리네트 모델링 기법을 제조 셀의 모델링에 응용하는 연구가 수행되었다. Molloy[4]는 확률 페트리네트로부터 생성된 도달가능그래프와 마코프 체인이 같음을 보이고 통신 시스템에서의 단위 시간당 처리량과 리드타임을 구하였다. 또, Balbo[2]는 기계 3대와 부품 2종의 제조 시스템을 큐잉 네트워크와 일반 확률 페트리네트

(Generalized Stochastic PetriNet)로 각각 해석함으로써 유연 제조 시스템의 스케줄링과 공정 유연성을 고려한 모델로 일반 확률 페트리네트가 적합함을 보이고 그 성능 지표를 각각의 제조 조건에서 계산하였다. Al-Jaar[1]는 일반 확률 페트리네트를 이용하여 이송 라인 제조 시스템을 모델링 하고 비교적 큰 상태수로부터 그 성능지표를 산출하기 위하여 SPNP(Stochastic Petri Net Package)를 이용한 수치적 계산을 하였다. 그런데 페트리네트 모델로부터 성능 지표의 해석적 해를 구하는 방법이 Guo[3]에 의해 제시되었다. 이 방법은 페트리네트로부터 유도되는 도달가능그래프에 모멘트생성함수를 적용하여 등가 전달함수를 유도하고 이를 통해 각 성능 지표의 해석적 해를 유도할 수 있음을 제시 하였다.

따라서 본 논문에서는 일반 확률 페트리네트를 사용하여 제조 셀의 제조 공정을 실제적으로 표현하는 유연 제조 셀의 모델을 제시하고 또, Guo의 모멘트생성함수 기법을 적용하여 유연 제조 셀의 페트리네트 모델로부터 시스템 성능 지표들의 해석적 해를 구하고자 한다. 그리고 설계 변수의 함수로 표현된 성능 지표를 통해 제시된 모델과 시스템의 해석적 성능 평가 방법의 유효성을 확인하도록 한다.

본 논문은 다음과 같은 내용을 포함한다.

첫째, 일반 확률 페트리네트와 모멘트생성함수 기법을 응용하여 제조시스템을 모델링하고 그 성능을 해석적으로

평가하는 방법을 제시한다.

둘째, 그 적용 대상으로서 기본적인 유연 제조 셀을 선정하여 이의 실제적 거동을 표현하는 페트리네트모델을 제시하고 각 성능 지표의 해석적 해를 유도한다.

셋째, 해석 결과를 시뮬레이션 결과와 비교하여 제시한 모델과 해석적 성능 평가 방법의 타당성을 보인다.

## 2. 일반 확률 페트리네트와 모멘트 생성 함수

### 2-1. 일반 확률 페트리네트

일반 확률 페트리네트의 정의는 다음과 같다.

정의1. 일반 확률 페트리네트는 여섯 개의 요소 (P, T, I, O, M0, F)로 된 집합으로 이루어져 있다. 이 때 (P, T, I, O, M0)는 기존의 페트리네트를 의미하며 T는 TI와 TE로 나뉘고,  $F:R[M0] \times T \rightarrow R$ 은 각각의 마킹  $M \in R[M0]$ 에서  $t \in T$ 로의 점화 함수이다. 그리고  $t \in TI$ 는 점화 시간이 없는 트랜지션이고  $t \in TE$ 는 지수함수적으로 분포된 점화 시간을 갖는다.

TI은 immediate 트랜지션의 집합으로 이들은 모든 마킹에서 점화 시간을 갖지 않는다. TE은 지수함수 트랜지션의 집합으로 이들은 각 마킹에서 지수함수적 확률분포된 점화 시간을 갖는다. 일반 확률 페트리네트는 두 종류의 마킹을 갖는다. vanishing 마킹은 최소한 하나의 가능한 immediate 트랜지션을 갖는 마킹이고, tangible 마킹은 지수함수 트랜지션만이 가능한 마킹이다.

tangible 마킹은 활성화(enabled)된 어떤 트랜지션도 점화될 수 있다. 그 확률은 활성화된 트랜지션의 점화 비율에 비례한다. 그리고 vanishing 마킹의 점화 규칙은 다음과 같다.

(1) 하나의 immediate 트랜지션만이 점화될 수 있다. (2) 동시에 일어날 수 있는 트랜지션은 연속적으로 일어난다. (3) 서로 충돌(conflict)이 일어나는 트랜지션인 경우에는 그 중 하나의 트랜지션만이 점화된다.

### 2-2. 모멘트 생성 함수 기법

모멘트 생성 함수는 다음과 같이 정의된다.

정의2. 모멘트 생성 함수

$$M(s) = \int_0^{\infty} e^{st} f(t) dt \quad (1)$$

$f(t)$ : 확률 밀도 함수

또는

$$M(s) = E(e^{st}) \quad (2)$$

이상과 같이 정의한 모멘트 생성 함수는 다음과 같은 성질을 갖기 때문에 확률 밀도 함수로 정의된 확률 분포의 평균을 쉽게 구할 수 있다.

$$\frac{\partial^n}{\partial s^n} M(s)|_{s=0} = E(t^n) \quad (3)$$

$$M(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1$$

$n = 1$ 일 경우 확률변수  $t$ 의 평균값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E(t) = \frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0} \quad (4)$$

또한 확률변수  $t$ 의 분산도 역시 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V(t) = \frac{\partial^2}{\partial s^2} M(s)|_{s=0} - \left(\frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0}\right)^2 \quad (5)$$

페트리네트의 특별한 경우로 트랜지션이 하나의 입력 플레이스와 출력 플레이스를 갖고, 하나의 토큰만이 있을 때 이를 상태기 페트리네트(state machine Petri Nets)라고 한다.

상태기 페트리네트에서  $P(i, k)$ 를  $p_i$ 에서  $p_j$ 로 가는 트랜지션  $t_k$ 가 일어날 확률,  $M(s)$ 를 트랜지션  $t_k$ 의 모멘트 생성 함수라고 하면 전달 함수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

정의3. 전달함수(transfer function)

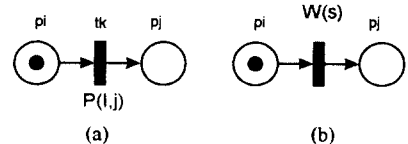


Fig 1 Definition of Transfer function

$$W_k(s) = P(i, k)M(s) \quad (6)$$

이와 같이 정의한 전달함수를 이용하면 페트리네트가 신호 흐름으로 나타내어진다(Fig.1(b)) 신호 흐름으로 나타내어진 시스템에서 Mason 법칙에 의해 전체 전달 함수를 구할 수 있다. 전체 전달 함수로부터 시스템의 정상 상태에서의 여러 성능 - 평균 순환 시간, 평균 체류 시간, 정상 상태 확률 등 - 을 얻을 수 있다.

## 3. 제조 셀의 성능 평가

본 연구에서는 현실적인 제조 셀을 구성하여 그 실제 거동을 모델링하고 공장에서 제시된 성능평가 방법을 적용하도록 한다. 제조 셀은 Fig.2와 같은 배치를 가지며 그 구성으로는 부품의 운송을 위하여 무인 운반차(Automated Guided Vehicle), 원제품과 반제품을 임시로 저장하기 위한 자동창고(Automatic Storage/Retrieval System), 가공을 위한 공작기계, 부품과 팔레트의 결합과 해체를 위한 셋업스테이션등이 있다. 그리고 자동창고는 기본적으로 2개의 버퍼를 가지도록 하였고 공작기계는 자동 팔레트 교환기를

가져 1개의 버퍼를 가지는 것으로 하며 셀 내의 유효 팔레트수는 3개로 한정한다.

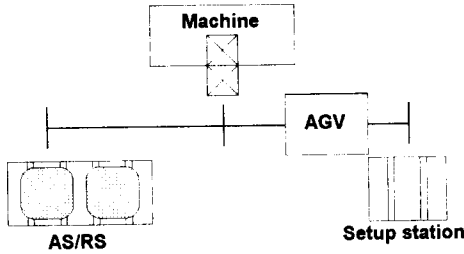


Fig.2 Manufacturing Cell Layout

부품은 연속적으로 셀에 공급되도록 하고 셋업스테이션에서 팔레트에 고정된 후 자동창고에 저장된다. 공작기계의 버퍼가 비어있는 경우에 자동창고의 부품은 선입선출의 스케줄링에 의해 투입이 되고 이때 가공이 끝난 부품이 있으면 바깥쪽 버퍼에 부품이 투입되는 즉시 팔레트가 교환이 되어 가공이 끝난 부품이 무인 운반차의 사용에 있어 우선권을 가지도록 한다. 셋업스테이션에 도착한 가공된 부품은 즉시 팔레트로부터 해체되어 다음 공정으로 가고, 팔레트는 대기중인 다른 부품과 결합되도록 한다.

**일반 확률 페트리네트를 이용한 모델링**

제조 셀의 배치와 선정된 라우팅, 스케줄링을 고려한 거동을 일반 확률 페트리네트를 이용하여 Fig.3과 같이 모델링 하였다. 표현된 공정상 시간은 시간당 부품과 팔레트의 결합 비율( $u$ ), 부품 가공 비율( $w$ ), 각 이송 비율( $b, m$ )로 나타내고 각각의 비율은 지수 함수 확률 분포로 정의 한다.

**해석적 성능 지수의 유도**

모델링된 일반 확률 페트리네트로부터 도달가능그래프와 상태기 페트리네트가 순차적으로 유도되고 상태기 페트리네트의 각 트랜지션에 모멘트 생성 함수를 적용하여 각각을 전달함수로 나타낸다. 이들에 Mason의 법칙을 이용하여 전체 등가 전달함수를 구하고 각 상태의 정상 상태 확률을 유도한다. 정상 상태 확률은 평균 순환 시간중 각 상태의 평균 체류 시간의 비로 나타낼 수 있다. 여기서 평균 순환 시간은 한 상태에서 다시 같은 상태로 돌아오는 데 걸리는 평균시간이고 평균 체류 시간은 한 상태가 유지되는 평균 시간이다.

Fig. 4에 나타난 제조 셀의 상태기 페트리네트는 Appendix 1과 같이  $W_n = f(u, b, w, m, s)$  형태의 트랜지션 전달함수 28개와 6개의 정방향 경로, 50개의 루프로 구성된다. 존재하는 각 상태의 정상상태확률을 구하기 위해 Mason의 법칙을 적용하면 M0에서 M0'까지의 전체 등가 전달함수  $W_{Eov}$

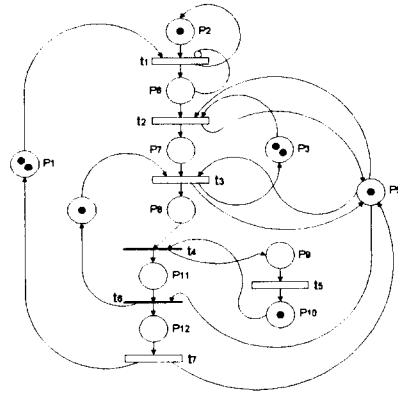


Fig.3 Manufacturing Cell Petri Net Model

|     |                          |
|-----|--------------------------|
| P1  | pallet available         |
| P2  | material available       |
| P3  | AS/RS available          |
| P4  | machine buffer available |
| P5  | AGV available            |
| P6  | set up finished          |
| P7  | in AS/RS                 |
| P8  | on machine input buffer  |
| P9  | waiting machine service  |
| P10 | machine service finished |
| P11 | on machine output buffer |
| P12 | on AGV                   |
| t1  | set up                   |
| t2  | move to AS/RS            |
| t3  | move to machine          |
| t4  | pallet change            |
| t5  | machine service          |
| t6  | load on AGV              |
| t7  | move to set up           |

Table1 Definition of Places and Transitions

가 다항의 대수식으로 표현된다. 이로부터 평균 순환 시간을 다음과 같이 구한다.

$$T_{00'} = \frac{\partial}{\partial s} W_{E00'} \Big|_{s=0} \quad (7)$$

또 평균 체류 시간은 전체 등가 전달함수로부터 각 상태에서 활성화된 트랜지션만의 시간을 고려하여 다시  $W_{i00'}$ 을 구한 후 이로부터 다음과 같이 구한다.

$$T_{i00'} = \frac{\partial}{\partial s} W_{i00'} \Big|_{s=0} \quad (8)$$

$i$ : 상태, 마킹의 번호

이로 부터 정상 상태 확률을 구하면

$$P(M_i) = \frac{T_{i00'}}{T_{00'}} \quad (9)$$

구해진 각 상태의 정상 상태 확률로부터 단위 시간 당 생산량, 각 자원의 효율, 재공 그리고 리드타임 등의 성능

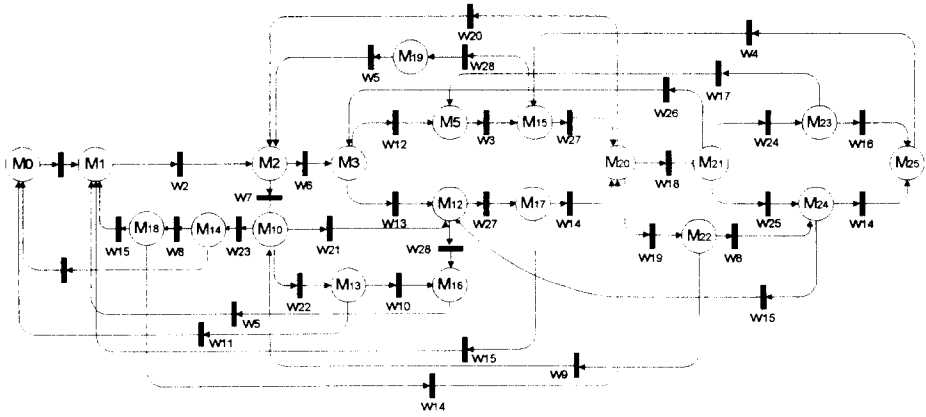


Fig. 4 Manufacturing Cell State Machine Petri Net

지표들이  $u, b, w, m$ 의 변수들에 대해 Appendix 1과 같이 완전 식으로 유도된다.

유도된 각 성능 지표의 완전식들은 원하는 변수에 대하여 쉽게 도식화할 수 있고 이를 통해 변수들에 따른 성능의 변화를 비교, 평가 할 수 있다. Figure 5에 이송 속도가 30m/min으로 주어졌을때, 공작 기계의 단위 시간당 가공량과 단위 시간당 셋업 량에 따른 단위 시간당 생산량의 변화를 3차원적으로 도식화 하였다. 이로부터 공작 기계의 가공 시간의 변화나, 또 셋업 시간의 변화에 따른 생산량의 변화를 정량적으로 예측할 수 있으며 또, 다른 성능 지표들을 같이 고려하여 주어진 제한 조건에서의 성능을 쉽게 예측하거나 반대로 주어진 성능을 보이기 위한 설계 변수들을 구할 수 있다.

수행된 해석적 성능 평가의 유효성을 보이기 위해 이들로부터 계산된 성능 지표들과 상용 시뮬레이션 소프트웨어인 SIMAN V를 이용하여 구한 성능 지표들을 Fig. 6에서 비교하였다. 시뮬레이션 결과와 비교를 위하여 변수는 셋업비율과 이송속도를 각각 4 회/시간, 30 m/min 으로 고정 하고 가공 비율만을 변수로 하여 나타내었고 시뮬레이션은 각 조건에 대해 2000개의 부품을 가공하도록 하여 평

균값을 구하였다. Figure 6에서 보는 바와 같이 각 성능 지표의 해석적 계산 결과는 시뮬레이션과 비교할 때 신뢰할 수 있는 결과를 보임을 알 수 있다.

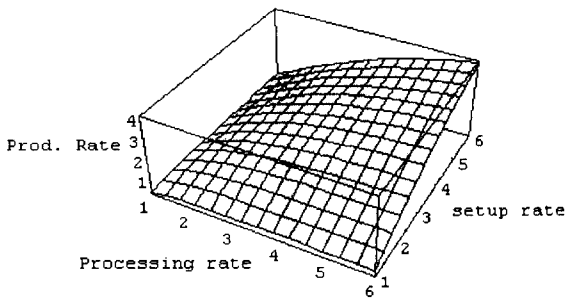


Fig.5 Production Rate Graph

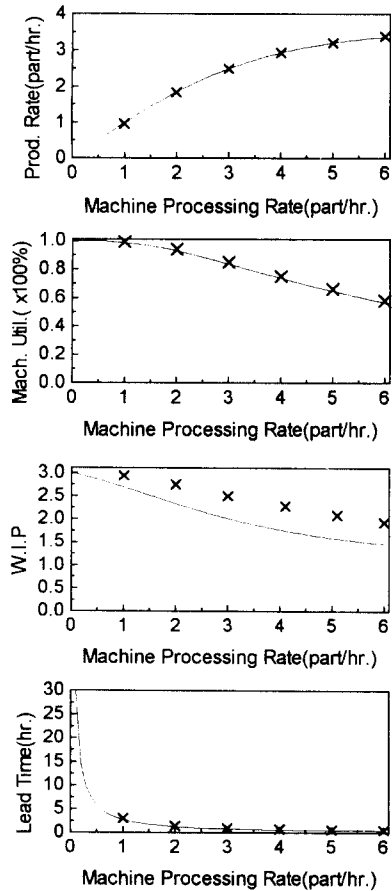


Fig.6 Comparison between Simulation and analytic solution

#### 4. 결론

본 논문에서는 유연 제조 셀의 동작을 실제적으로 표현하는 일반 확률 페트리넷 모델을 제시하고 이의 성능을 모멘트 생성 함수를 이용한 해석적 평가 방법을 적용하여 수행하여 보았다. 그리고, 시뮬레이션 결과와의 비교를 통해 제시된 해석적 성능평가 방법의 타당성을 확인하였다. 이러한 결과들로부터 제시된 해석적 성능 평가 방법이 기존의 시뮬레이션방법에 비하여는 수행 시간면에서 장점을 가지며 수치적 방법에 비하여는 설계변수들의 완전해를 얻을 수 있다는 장점을 가지고 있음을 알 수 있다. 또한 본 논문에서 제시된 제조 셀의 일반 확률 페트리넷 모델에서는 부품의 기계가공 부분을 모듈화의 개념으로 분리하여 모델링함으로써 추가되는 기계에 용이하게 확장시킬 수 있도록 하였다. 이와 같은 모델은 페트리넷로부터 상태기 페트리넷과 이를 통한 성능 지표의 자동 생성에 응용함으로써 매우 유연한 확장성을 제공할 수 있다.

#### 참고문헌

[1] Al-Jaar, R. Y. and A. A. Desrochers, "Performance Evaluation of Automated Manufacturing Systems Using Generalized Stochastic Petri Nets," *IEEE Trans. on Robotics and Automat.*, Vol.6, No.6, pp.621-639, 1990.

[2] Balbo G., G. Chiola, G. Franceschinis and G. M. Roet, "Generalized Stochastic Petri Nets for The Performance Evaluation of FMS," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automat.*, pp. 1013-1018, 1987.

[3] Guo, D., F. DiCesare and M. Zhou, "A Moment Generating Function Based Approach for Evaluation Extended Stochastic Petri Nets," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.38, No.2, pp.321-327, 1993.

[4] Molloy, M. K., "Performance Analysis Using Stochastic Petri Nets," *IEEE Trans. on Computers*, Vol.31, No.9, pp.913-917, 1982.

[5] Zhou, M. C., C. Wang and X. Zhao, "Automating Mason's Rule and Its Application to Analysis of Stochastic Petri Nets," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol.3, No.2, pp.238-244, 1995.

[6] Narahari, Y. and N. Viswanadham, "A Petri Net Approach to The Modelling and Analysis of Flexible Manufacturing Systems," *Annals of Operations Research*, Vol.3, pp.449-472, 1985.

[7] Tempelmeier, H. and H. Kuhn, *Flexible Manufacturing Systems*, John Wiley & Sons, 1993.

[8] Viswanadham, N. and Y. Narahari, "Stochastic Petri Net Models for Performance Evaluation of Automated Manufacturing Systems," *Information and Decision Technologies*, Vol.14, pp. 125-142, 1988.

[9] Viswanadham, N. and Y. Narahari, *Performance Modeling of Automated Manufacturing Systems*, Prentice Hall, 1992.

#### Appendix 1

각 트랜지션의 전달함수 정의

|                   |                     |
|-------------------|---------------------|
| $w1 = u/(u-s)$    | $w15 = w/(b+w-s)$   |
| $w2 = b/(b-s)$    | $w16 = m/(m+w-s)$   |
| $w3 = m/(m-s)$    | $w17 = w/(m+w-s)$   |
| $w4 = w/(w-s)$    | $w18 = u/(u+m+w-s)$ |
| $w5 = m/(m-s)$    | $w19 = m/(u+m+w-s)$ |
| $w6 = u/(u+m-s)$  | $w20 = w/(u+m+w-s)$ |
| $w7 = m/(u+m-s)$  | $w21 = u/(u+w+m-s)$ |
| $w8 = u/(u+w-s)$  | $w22 = w/(u+w+m-s)$ |
| $w9 = w/(u+w-s)$  | $w23 = m/(u+w+m-s)$ |
| $w10 = u/(u+m-s)$ | $w24 = b/(b+m+w-s)$ |
| $w11 = m/(u+m-s)$ | $w25 = m/(b+m+w-s)$ |
| $w12 = b/(b+m-s)$ | $w26 = w/(b+m+w-s)$ |
| $w13 = m/(b+m-s)$ | $w27 = w/(w+m-s)$   |
| $w14 = b/(b+w-s)$ | $w28 = m/(w+m-s)$   |

정방향 경로 정의

$p1 = w1 w2 w7 w23 w9;$   
 $p2 = w1 w2 w7 w22 w11;$   
 $p3 = w1 w2 w6 w12 w3 w28 w19 w9 w23 w9;$   
 $p4 = w1 w2 w6 w12 w3 w28 w19 w9 w22 w11;$   
 $p5 = w1 w2 w6 w13 w28 w14 w19 w9 w23 w9;$   
 $p6 = w1 w2 w6 w13 w28 w14 w19 w9 w22 w11;$

루프 정의

$L1 = w2 w7 w23 w8 w15;$   
 $L2 = w2 w7 w21 w27 w5;$   
 $L3 = w2 w7 w22 w10 w5;$   
 $L4 = w2 w7 w21 w28 w15;$   
 $L5 = w2 w6 w13 w28 w15;$   
 $L6 = w2 w6 w13 w27 w5;$   
 $L7 = w2 w6 w12 w3 w28 w19 w9 w23 w8 w15;$   
 $L8 = w2 w6 w12 w3 w28 w19 w9 w21 w27 w5;$

L9 = w2 w6 w12 w3 w28 w19 w9 w22 w10 w5;  
 L10 = w2 w6 w13 w28 w14 w19 w9 w23 w8 w15;  
 L11 = w2 w6 w13 w28 w14 w19 w9 w22 w10 w5;  
 L12 = w2 w6 w12 w3 w28 w18 w25 w15 w27 w5;  
 L13 = w2 w6 w12 w3 w28 w18 w25 w15 w28 w15;  
 L14 = w2 w6 w12 w3 w28 w19 w8 w15 w27 w5;  
 L15 = w2 w6 w12 w3 w28 w19 w8 w15 w28 w15;  
 L16 = w2 w7 w23 w8 w14 w18 w25 w15 w28 w15;  
 L17 = w2 w7 w23 w8 w14 w18 w25 w15 w27 w5;  
 L18 = w2 w7 w23 w8 w14 w19 w8 w15 w28 w15;  
 L19 = w2 w7 w23 w8 w14 w19 w8 w15 w27 w5;  
 L20 = w6 w12 w3 w27 w5;  
 L21 = w6 w12 w3 w28 w20;  
 L22 = w6 w13 w28 w14 w20;  
 L23 = w6 w13 w28 w14 w18 w24 w17 w3 w27 w5;  
 L24 = w6 w13 w28 w14 w18 w24 w16 w4 w27 w5;  
 L25 = w6 w13 w28 w14 w18 w25 w14 w4 w27 w5;  
 L26 = w6 w13 w28 w14 w19 w8 w14 w4 w27 w5;  
 L27 = w7 w21 w28 w14 w20;  
 L28 = w7 w23 w8 w14 w20;  
 L29 = w7 w21 w28 w14 w18 w26 w12 w3 w27 w5;  
 L30 = w7 w23 w8 w14 w18 w26 w12 w3 w27 w5;  
 L31 = w7 w21 w28 w14 w18 w24 w17 w3 w27 w5;  
 L32 = w7 w23 w8 w14 w18 w24 w17 w3 w27 w5;  
 L33 = w7 w21 w28 w14 w18 w24 w16 w4 w27 w5;  
 L34 = w7 w21 w28 w14 w18 w25 w14 w4 w27 w5;  
 L35 = w7 w21 w28 w14 w19 w8 w14 w4 w27 w5;  
 L36 = w7 w23 w8 w14 w18 w24 w16 w4 w27 w5;  
 L37 = w7 w23 w8 w14 w18 w25 w14 w4 w27 w5;  
 L38 = w7 w23 w8 w14 w19 w8 w14 w4 w27 w5;  
 L39 = w12 w3 w28 w18 w26;  
 L40 = w13 w28 w14 w18 w26;  
 L41 = w3 w28 w8 w24 w17;  
 L42 = w28 w18 w24 w16 w4;  
 L43 = w28 w18 w25 w14 w4;  
 L44 = w28 w19 w8 w14 w4;  
 L45 = w21 w28 w14 w19 w9;  
 L46 = w23 w8 w14 w19 w9;  
 L47 = w28 w14 w18 w25 w15;  
 L48 = w28 w14 w19 w8 w15;  
 L49 = w2 w7 w23 w8 w14 w18 w26 w13 w27 w5;  
 L50 = w2 w6 w12 w3 w28 w19 w9 w21 w28 w15;

### Mason 법칙에 의한 전체 전달함수

$$\begin{aligned}
 W_{00} = & (p1+p2)(1-(L39+L40+L41+L42+L43+L44+L47+L48))+ \\
 & (p3+p4+p5+p6) / (1-(L1+L2+L3+L4+L5+L6+L7+L8+L9+ \\
 & L10+L11+L12+L13+L14+L15+L16+L17+L18+L19+L20+ \\
 & L21+L22+L23+L24+L25+L26+L27+L28+L29+L30+L31+ \\
 & L32+L33+L34+L35+L36+L37+L38+L39+L40+L41+L42+ \\
 & L43+L44+L45+L46+L47+L48+L49+L50)+(L1+L3)*(L39+ \\
 & L40+L41+L42+L43+L44+L47+L48)+(L2+L4)*(L39+L41+ \\
 & L42+L43+L44)+(L5+L6)*(L41+L42+L43+L44+L46)+L20* \\
 & (L45+L46+L47+L48)
 \end{aligned}$$

### 성능 지표의 해석식

전달함수로부터 식(7), (8)에 의해 구한 각 상태의 정상상태 확률을  $ssprob\ n - n$ 은 마킹의 번호- 라고 한다.

### 단위시간당 생산량

$$\begin{aligned}
 PR(u,b,m,w) = & (ssprob10[u,b,m,w]*m/(u+w+m)+ \\
 & ssprob12[u,b,m,w]*m/(w+m)+ssprob13[u,b,m,w]*m/(u+m)+ \\
 & ssprob15[u,b,m,w]*m/(w+m)+ssprob16[u,b,m,w]+ssprob19[ \\
 & u,b,m,w])*m
 \end{aligned}$$

### 기계의 효율

$$\begin{aligned}
 Util(u,b,m,w) = & ((ssprob14[u,b,m,w]+ssprob22[u,b,m,w])+ \\
 & (ssprob12[u,b,m,w]+ssprob15[u,b,m,w])+(ssprob17[u,b,m,w] \\
 & ]+ssprob18[u,b,m,w]+ssprob24[u,b,m,w])+ssprob21[u,b,m, \\
 & w]+ssprob23[u,b,m,w]+(ssprob10[u,b,m,w]+ssprob20[u,b,m \\
 & w])+ssprob25[u,b,m,w])
 \end{aligned}$$

### 재공

$$\begin{aligned}
 WIP(u,b,m,w) = & (ssprob00[u,b,m,w]+ssprob14[u,b,m,w])+ \\
 & 2*(ssprob01[u,b,m,w]+ssprob02[u,b,m,w]+ssprob10[u,b,m, \\
 & w]+ssprob13[u,b,m,w]+ssprob17[u,b,m,w]+ssprob18[u,b,m, \\
 & w]+ssprob20[u,b,m,w]+ssprob22[u,b,m,w])+3*(ssprob03[u, \\
 & b,m,w]+ssprob05[u,b,m,w]+ssprob12[u,b,m,w]+ssprob15[u, \\
 & b,m,w]+ssprob16[u,b,m,w]+ssprob19[u,b,m,w]+ssprob21[u, \\
 & b,m,w]+ssprob23[u,b,m,w]+ssprob24[u,b,m,w]+ssprob25[u, \\
 & b,m,w])
 \end{aligned}$$