

6자유도 운동재현용 베드의 순기구학 추정기 설계

Design of the Estimator of Forward Kinematics Solution for a 6 DOF Motion Bed

강 지윤(Kang Ji-Yoon)*
서울대학교 기계설계학과 대학원
Dept. of Mech. Design
and Prod. Eng.,
Seoul Nat'l. Univ.

김 동환 (Kim Dong-Hwan)
서울대학교 공학연구소
Research Institute of
Engineering Science,
Seoul Nat'l. Univ.

이 교일 (Lee Kyo-II)
서울대학교 기계설계학과
Dept. of Mech. Design
and Prod. Eng.,
Seoul Nat'l. Univ.

Abstract

We consider the estimation of the position and orientation of 6 DOF motion bed (Stewart platform) from the measured cylinder length. The solution of forward kinematics is not solved yet as a useful realtime application tool because of the complity of the equation with multiple solutions. Hence we suggest an algorithm for the estimation of forward kinematics solution using Luenberger observer with nonlinear error correction term. The Luenberger observer with linear model shows that the estimation error does not go to zero in steady state due to the linearization error of the dynamic model. Hence the linear observer is modified using nonlinear mesurement error equation and we prove the practical stability of the estimation error dynamics of the proposed observer using lyapunov function.

1 서론

6자유도 운동재현용 베드는 스투어트 플랫폼이라고 불리는 병렬메카니즘을 가지며, 그림1과 같이 상판과 하판 그리고 그들을 연결하는 6개의 유압실린더로 구성되어 있다. 이러한 병렬운동방식의 운동재현용 베드는 운동부하가 6개의 액추에이터에 분배되므로 부피대 부하비가 크므로 설치공간상의 이점이 있으며, 구조적으로 강성이 크다. 그러나, 6자유도 운동이 6개의 액추에이터의 운동조합으로 인해 발생하므로 운동제어시 계산량이 많아지는 단점이 있다.

기구학적인 관점에서 스투어트 플랫폼은 병렬 매니퓰레이터로 구분되며 직렬형 매니퓰레이터와는 반대로 역기구학 (inverse kinematics) 문제는 쉽게 풀이되지만 실린더의 길이로부터 상판의 6자유도 운동을 계산하는 순기구학(forward kinematics)은 쉽게 구해지지 않는다. 이에 대한 해법은 해석적인 방법, 수치해석방법, 그리고 추정기를 구성하는 방법등 크게 세가지 방향으로 연구가 진행되고 있다. 해석적인 해에 대해 Nanua[5], Merlet[6], Nair[7] 등에 의해 연구가 이루어졌으며, 수치해석방법으로 뉴턴-랩슨 방법[8][9]을 이용한 방법이 있고, 추정기에 대한 연구는 정규홍[12]에 의해 칼만필터 알고리즘을 사용한 추정기가 연구되었다. 해석적인 방법은 정확한 해를 구할 수 있는 장점이 있으나, 해를 구할 때 높은 차수의 다항식을 풀어야 하므로 여전히 수치해석 방법에 의존해야 하고 또한 해가 여러 개가 존재하므로 선택의 문제가 남게 된다. 수치해석에 의한 방법은 매우 단순한 알고리즘으로서 수렴시간도 양호한 것으로 알려져 있으나, 계산시간이 많이 걸리는 단점이 있다.

본 논문에서는 순기구학 문제를 선형모델을 사용한 루엔버거형의 추정기를 이용하여 추정하는 방법을 제시하고자 한다. 그러나, 복잡한 비선형 관계를 가지는 기구학 관계식을 선형화하는 과정에서 오차가 발생하기 때문에 선형추정기를 사용할 경우 정적오차가 생기는 것을 피할 수 없다. 이를 수정하기 위해 추정치와 측정치간의 오차를 역기구학 비선형식을 도입하여 비선형관계로 수정하여 추정기를 구성하였다. 이에 대해 리아프노프 방법을 이용하여 제안

된 추정기가 안정성을 가짐을 보였으며, 시뮬레이션을 통해 이를 확인하였다.

2 운동재현기의 기구학

2.1 운동재현기의 좌표계 및 좌표변환

운동재현기의 좌표계는 관성좌표계(inertial frame)와 물체고정좌표계(body fixed frame)으로 기술한다. 각 좌표계는 직각좌표계로서 고정좌표계는 중립위치의 상판중심과 일치하며, 물체고정좌표계는 상판에 고정시킨다.

6자유도 운동은 고정된 관성좌표계(inertial frame)에서 각 축방향의 직선운동을 서지(surge: 전후방향, u), 스웨이(sway: 좌우방향, v), 히브(heave: 상하방향, w)로 정의하고, 각운동을 상부구조물에 고정된 물체고정좌표계(body fixed frame)에 롤(roll, α), 피치(pitch, β), 요(yaw, γ)로 정의하고, 이러한 6자유도의 운동을 q 로 표현한다.

$$q = \begin{bmatrix} u & v & w & \alpha & \beta & \gamma \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

그리고 그림 2와 같이 배열된 조인트들의 좌표는 다음과 같이 표시한다.

- $B_i, i = 1, \dots, 6$: 하부판 조인트 좌표벡터
- $P_i, i = 1, \dots, 6$: 상부판 조인트의 좌표벡터

공간상의 움직임을 기술하는 여러가지 회전좌표계 중 본 연구에서는 x-y-z 오일러각으로 연속회전좌표계를 선정하였다. 관성좌표계가 X축을 중심으로 α , 회전된 Y축을 중심으로 β , 다시 회전된 Z축을 중심으로 γ 를 순차적으로 회전하여 물체에 고정된 물체좌표계(body fixed frame)와 일치하도록 한다. 회전변환행렬 $R_{\alpha\beta\gamma}$ 은

$$R_{\alpha\beta\gamma} = R_\alpha R_\beta R_\gamma, \quad R_\alpha = R_X(\alpha), R_\beta = R_Y(\beta), R_\gamma = R_Z(\gamma) \quad (2)$$

로 표현된다. 여기서 $R_{X(Y,Z)}(\alpha(\beta, \gamma))$ 는 X(Y, Z)축을 중심으로 각 $\alpha(\beta, \gamma)$ 만큼 회전했을때의 회전행렬이다.

6자유도 운동 중 선형변위벡터 $D = (u, v, w)^T$ 이라 하면, 물체고정 좌표계로 기술된 위치벡터 x_{body} 를 회전좌표변환 행렬 $R_{\alpha\beta\gamma}$ 을 이용하여, 관성좌표계에서 $x_{inertia}$ 로 기술할 수 있다.

$$x_{inertia} = D + R_{\alpha\beta\gamma}x_{body} \quad (3)$$

2.2 운동재현기의 역기구학과 순기구학

6자유도 변위가 주어졌을 때 각 실린더의 길이를 구하는 문제인 역기구학문제는 식(4)을 이용하여 구할 수 있다. 하부판 조인트에서 상부판 조인트까지의 벡터를 l_i 라 하면

$$l_i = R_{\alpha\beta\gamma}^P P_i + D - B_i \quad (4)$$

이고, 각 조인트간의 거리는 $\|l_i\|$ 로 구할 수 있다.

그리고, 실린더의 길이로부터 상판의 6자유도 운동을 계산하는 순기구학문제는 주로 Newton-Rhapson방법에 의한 수치해석법을 이용하며, 다음과 같은 6개의 방정식에서 6자유도운동의 변위를 구한다.

$$l_i(q)^T l_i(q) - l_{i,measured}^2 = 0, \quad i = 1, \dots, 6 \quad (5)$$

3 운동재현기의 동적모델링

운동재현기의 동력학모델은 Fichter[2]등이 제시하였으나 제어기의 설계를 위한 모델로서는 매우 복잡하고 동력학적 직관을 얻기가 어렵다. 그에 비해 Lebret[3]는 일반적인 직렬형 매니퓰레이터의 모델을 표현하는 방법과 같이 식(6)으로 모델을 표현하여 운동방정식을 쉽게 이해할 수 있게 정리하였다.

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = J^T(q)f \quad (6)$$

여기서 q 는 상판의 운동좌표이며, $M(\cdot)$ 는 관성행렬이다. $C(\cdot)$ 은 코리올리력과 원심력을 나타내며, $G(\cdot)$ 는 중력이다. $J(\cdot)$ 는 자코비안 행렬이고, $f \in \mathbb{R}^6$ 는 각 액츄에이터의 작용힘이다.

운동재현기의 선형모델을 구하기 위해 식(6)을 상태변수형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & -M^{-1}(q)V(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} \\ M^{-1}(q)J^T(q) \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0_{6 \times 1} \\ M^{-1}(q)G(q) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$y = h(q) = \begin{bmatrix} h_1(q) & h_2(q) & \dots & h_6(q) \end{bmatrix}^T$$

$$\text{여기서 } h_i(q) = \|l_i\| = \|R_{\alpha\beta\gamma}(q)^P P_i + D(q) - B_i\|$$

이로부터 $q = \dot{q} = 0$ 일 때 운동재현기의 선형모델은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} \\ M_0^{-1}J_0^T \end{bmatrix} u \quad (8)$$

$$y = \begin{bmatrix} J_0 & 0_{6 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\text{여기서 } u = \delta f = f + f_0, \quad f_0 = J_0^{-T}G \quad (10)$$

$$M_0 = M(0), J_0^T = J^T(0) \quad (11)$$

4 순기구학 추정기

4.1 Luenberger형의 선형 추정기

3.2에서 구한 선형모델을 이용하여 상태변수를 추정하게 되면, 6자유도 운동의 변위와 속도를 추정할 수 있다. 식(11)의 선형모델을 다

음과 같이 표시하자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{여기서 } x = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ M_0^{-1}J_0^T \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} J_0 & 0 \end{bmatrix}$$

선형추정기로서 가장 흔히 쓰이는 Luenberger형의 추정기는 식(14)과 같이 표현되고,

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad (14)$$

식(14)과 식(14)를 이용하면 식(16)과 같은 오차모델이 구해진다.

$$e \equiv x - \hat{x} \quad (15)$$

$$\dot{e} = (A - LC)e \quad (16)$$

그러나, 식(14)의 행렬 A, B, C 는 선형화 가정에서의 오차와 파라미터들의 불확실성으로 인해 정확하지 않은 값이 되며, 특히 행렬 C 는 선형화 가정에서 플랫폼의 자코비안 행렬이 되므로 플랫폼이 중립 위치를 벗어나면 큰 오차를 가질 수 있다. 식(7)을 선형성분과 비선형성분으로 표시하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + \Delta A(x) + Bu + \Delta B(x) \quad (17)$$

$$y = Cx + \Delta C(x)$$

선형추정기의 경우 오차모델은 비선형 모델에 대해 다음과 같이 수정되어야 한다.

$$\dot{e} = (A - LC)e + p(x) \quad (18)$$

$$p(x) = \Delta A(x) + \Delta B(x) - L\Delta C(x) \quad (19)$$

식(19)에서 보듯이 $p(x)$ 의 영향때문에 정상상태에서 오차가 0으로 수렴하지 못함을 알 수 있다. 실제로 추정기를 구성하여 시뮬레이션을 한 결과를 그림 3에 나타내었다.

4.2 비선형계측모델을 이용한 순기구학 추정기

계측모델을 역기구학식으로 추정오차를 표시하여 비선형추정기를 구성하면 식(20)과 같다.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - h(\hat{x})) \quad (20)$$

이 때 오차방정식은 식(23)과 같다.

$$\dot{e} = Ae - L(h(x) - h(\hat{x})) + \Delta A(x) + \Delta B(x) \quad (21)$$

$$= (A - LC)e + \xi(x, \hat{x}) \quad (22)$$

$$\xi(x, \hat{x}) = L(\Delta C(x) - \Delta C(\hat{x})) + \Delta A(x) + \Delta B(x) \quad (23)$$

여기서 $A - LC$ 가 Hurwitz가 되도록 L 을 선정한 후 $\xi(x, \hat{x})$ 의 영향을 오차동력학식인 식(23)에서 고려하여 오차의 거동을 확인하고자 한다.

정리 1 식(7)과 같은 운동재현기의 비선형모델에 대해 식(20)와 같은 추정기를 구성했을 때, 추정기의 이득 L 이 식(24)과 같은 조건을 만족한다고 하자.

$$\lambda_{\min}(Q) - c_2\lambda_{\max}(P) > 0 \quad (24)$$

여기서 $\hat{\sigma}(\cdot)$ 은 최대특이치(maximum singular value)이며, P 는 리아프노프 방정식의 해이다.

$$P\dot{A} + \dot{A}^T P + Q = 0, \quad Q > 0$$

여기서 $\bar{A} = A - LC$, \bar{A} 는 Hurwitz이다.

그러면, 제안된 추정기를 통한 오차동력학은 실용적인 안정성(practical stability)[11]을 가진다.

증명

리아프노프 함수를 식(25)과 같이 선정한다.

$$V = \frac{1}{2}e^T P e \quad (25)$$

그러면 리아프노프 함수의 시간 변화율은 다음과 같이 계산된다.

$$\dot{V} = e^T P \bar{A} e + e^T P \xi(x, \hat{x}) \quad (26)$$

$$\leq -\frac{1}{2}e^T Q e + \lambda_{\max}(P)\|e\|\|\xi\| \quad (27)$$

만약 ξ 의 노음이 다음과 같이 원추형 유한조건(cone-bounded condition)이 성립하면

$$\|\xi(x, \hat{x})\| \leq c_1 + c_2\|e\| \quad (28)$$

리아프노프 함수의 시간 변화율은 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}e^T Q e + \lambda_{\max}(P)\|e\|(c_1 + c_2\|e\|) \quad (29)$$

$$\leq -\left(\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q) - c_2\lambda_{\max}(P)\right)\|e\|^2 + c_1\lambda_{\max}(P)\|e\| \quad (30)$$

그러므로 만약 $\lambda_{\min}(Q) - c_2\lambda_{\max}(P) > 0$ 와 같은 조건이 만족된다면 다음과 같은 관계가 성립함을 알 수 있다.

$$\dot{V} < 0 \text{ for all } \|e\| \geq \frac{c_1\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q) - c_2\lambda_{\max}(P)} \quad (31)$$

위와 같은 조건이 만족되면 오차는 제한된 영역을 제외하고는 음의 시간변화율을 가지며, 이것은 추정오차가 일정한 값으로 한계점을 보인다. 그러므로 다음의 식들은 $\xi(x, \hat{x})$ 의 각 항의 노음이 유한하거나 식(28)과 같이 원추형 유한조건을 만족함을 증명하면 식(31)이 성립된다. 여기서 식(28)이 성립됨을 보일 것이다.

1) $\xi(x, \hat{x})$ 의 첫번째 항인 $L(\Delta C(x) - \Delta C(\hat{x}))$ 부터 고려하자. 계측모델의 오차는 식(32)과 같이 표현된다.

$$\Delta C(x) = h(x) - J_0 x \quad (32)$$

여기서 $h(x) = [h_1(x) \ h_2(x) \ \dots \ h_6(x)]^T$ 이다.

먼저 $h_i(x) - h_i(\hat{x})$ 의 상한치를 계산한다.

$$h_i(x) - h_i(\hat{x}) = \|h_i(x)\| - \|h_i(\hat{x})\| \quad (33)$$

$$\leq \|h_i(x) - h_i(\hat{x})\| \quad (34)$$

$$= \|[R_{\alpha, \beta, \gamma}(x) - R_{\alpha, \beta, \gamma}(\hat{x})]^T P_i + q_1 - \hat{q}_1\| \quad (35)$$

$$\leq 2\|P_i\| + \|e\| \quad (36)$$

$$\leq 2R_p + \|e\| \quad (37)$$

여기서 $q = [q_1 \ q_2]^T$, 즉 q_1 는 선형변위이고 q_2 는 각운동량이다. 위 식으로부터

$$\|h(x) - h(\hat{x})\| \leq \sqrt{6}(2R_p + \|e\|) \quad (38)$$

위와 같은 관계로부터 계측모델 오차의 상한치를 결정할 수 있다.

$$\|\Delta C(x) - \Delta C(\hat{x})\| \leq \|h(x) - h(\hat{x})\| + \bar{\sigma}(J_0)\|e\| \quad (39)$$

$$\leq \sqrt{6}(2R_p + \|e\|) + \bar{\sigma}(J_0)\|e\| \quad (40)$$

그러므로

$$\|L(\Delta C(x) - \Delta C(\hat{x}))\| \leq \bar{\sigma}(L)\|\Delta C(x) - \Delta C(\hat{x})\| \quad (41)$$

$$= m_1 + m_2\|e\| \quad (42)$$

$$\text{여기서 } m_1 = \bar{\sigma}(L) \cdot 2\sqrt{6}R_p, \quad m_2 = \bar{\sigma}(L) \cdot (\sqrt{6} + \bar{\sigma}(J_0)) \quad (43)$$

이므로 첫번째 계측모델오차는 원추형 유한임을 알 수 있다.

2) $\xi(x, \hat{x})$ 의 두번째항의 상한치를 계산하자. 행렬 M 과 V 는 다음과 같은 형태를 가진다.

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ 0 & M_{22} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & V_{22} \end{bmatrix} \quad (44)$$

이 관계를 이용하면 ΔA 는 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}Vx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -M_{22}^{-1}V_{22}\hat{q}_2 \end{bmatrix} \quad (45)$$

이로부터 ΔA 의 노음은 다음과 같다.

$$\|\Delta A\| = \|M_{22}^{-1}V_{22}\hat{q}_2\| \leq \bar{\sigma}(M_{22}^{-1})\|V_{22}\hat{q}_2\| \quad (46)$$

$V_{22}\hat{q}_2$ 는 다음과 같다.

$$V_{22}\hat{q}_2 \equiv \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(K_1\hat{\alpha}\hat{\beta} + K_3\hat{\beta}\hat{\gamma} + K_2\hat{\gamma}\hat{\alpha}) + K_5\hat{\beta}^2 \\ 2(K_4\hat{\beta}\hat{\gamma} + K_3\hat{\gamma}\hat{\alpha}) - K_1\hat{\alpha}^2 \\ -2K_3\hat{\alpha}\hat{\beta} - K_2\hat{\alpha}^2 - K_4\hat{\beta}^2 \end{bmatrix} \quad (47)$$

여기서

$$K_1 = -C_\beta S_\beta (C_\beta^2 I_x + S_\beta^2 I_y - I_z)$$

$$K_2 = -C_\beta^2 C_\gamma S_\gamma (I_x - I_y)$$

$$K_3 = \frac{C_\beta(C_\gamma - S_\gamma)(C_\gamma + S_\gamma)(I_x - I_y)}{2}$$

$$K_4 = C_\gamma S_\gamma (I_x - I_y)$$

$$K_5 = -C_\gamma S_\gamma S_\beta (I_x - I_y)$$

이 식으로부터 다음과 같은 관계를 유추할 수 있다.

$$\|V_{22}\hat{q}_2\| \leq \sqrt{3}(|V_1| + |V_2| + |V_3|) \quad (48)$$

각 항은 다음과 같은 상한값을 가진다.

$$\begin{aligned} |V_1| &= |2(K_1\hat{\alpha}\hat{\beta} + K_3\hat{\beta}\hat{\gamma} + K_2\hat{\gamma}\hat{\alpha}) + K_5\hat{\beta}^2| \\ &\leq |K_1||2\hat{\alpha}\hat{\beta}| + |K_3||2\hat{\beta}\hat{\gamma}| + |K_2||2\hat{\gamma}\hat{\alpha}| + |K_5|\hat{\beta}^2 \\ &\leq |K_1|(\hat{\alpha}^2 + \hat{\beta}^2) + |K_3|(\hat{\beta}^2 + \hat{\gamma}^2) + |K_2|(\hat{\gamma}^2 + \hat{\alpha}^2) + |K_5|\hat{\beta}^2 \\ &\leq \max(|K_1| + |K_2|, |K_1| + |K_3| + |K_5|, |K_2| + |K_3|)(\hat{\alpha}^2 + \hat{\beta}^2 + \hat{\gamma}^2) \\ &\leq d_1\|\hat{q}_2\| \leq M_1 < \infty \end{aligned}$$

여기서 $d_1 = \max(|K_1| + |K_2|, |K_1| + |K_3| + |K_5|, |K_2| + |K_3|)$ 이다. 최대각속도 시스템에 따라 제한되므로 $|V_1|$ 은 상한치를 가진다. 같은 방법으로 다른항들도 정리하면 다음과 같다.

$$|V_2| \leq d_2\|\hat{q}_2\| \leq M_2 < \infty$$

$$|V_3| \leq d_3\|\hat{q}_2\| \leq M_3 < \infty$$

여기서 $d_2 = \max(|A| + |C|, |C| + |D|, |D|)$, $d_3 = \max(|B| + |C|, |C| + |D|)$ 이다. 그러므로

$$\|V_{22}\hat{q}_2\|_2 \leq \sqrt{3}(M_1 + M_2 + M_3) \leq m_3$$

이로부터 ΔA 는 다음과 같이 상한된다.

$$\|\Delta A\| \leq \bar{\sigma}(M_{22}^{-1})\|V_{22}\hat{q}_2\| \leq \bar{m}_{22}m_3 \leq \bar{M}_1 \quad (49)$$

여기서 $\bar{\sigma}(M_{22}^{-1}) < \bar{m}_{22}$ for all \hat{q}_2 .

3) 다음은 $\xi(x, \hat{x})$ 의 세번째 항을 고려하자.

$$\Delta B(x) = (M^{-1}(x)J^T(x) - M_0^{-1}J_0^T)f \quad (50)$$

$$\leq a_2[J^T(x) - J_0^T]f \quad (51)$$

$$\leq a_2\|J^T(x)f\| + a_2\bar{\sigma}(J_0^T)\|f_{max}\| \quad (52)$$

여기서 $a_1I \leq \bar{\sigma}(M(x)) \leq a_2I$ 이다.

자코비안 행렬은 다음식으로 표현된다.

$$J = \begin{bmatrix} \bar{l}_1^T & \bar{l}_1^T \bar{S}_1 \\ \bar{l}_2^T & \bar{l}_2^T \bar{S}_2 \\ \vdots & \vdots \\ \bar{l}_6^T & \bar{l}_6^T \bar{S}_6 \end{bmatrix} \quad (53)$$

여기서

$$\bar{S}_i = \begin{bmatrix} S(i)R_\alpha R_\beta R_\gamma P_i^P & R_\alpha S(j)R_\beta R_\gamma P_i^P & R_\alpha R_\beta S(k)R_\gamma P_i^P \end{bmatrix}$$

$$\bar{l}_i = \frac{l_i}{|l_i|}, S(v) = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix}, \text{if } v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

$J^T(x)\delta f$ 의 노름상한치를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \|J^T f\|^2 &= \left(\sum_{i=1}^6 \bar{l}_i f_i\right)^T \left(\sum_{i=1}^6 \bar{l}_i f_i\right) + \left(\sum_{i=1}^6 \bar{S}_i^T \bar{l}_i f_i\right)^T \left(\sum_{i=1}^6 \bar{S}_i^T \bar{l}_i f_i\right) \\ &= \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 f_i f_j \bar{l}_i^T \bar{l}_j + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 f_i f_j \bar{l}_i^T \bar{S}_i^T \bar{S}_j \bar{l}_j \\ &\leq 2 \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 f_i f_j \end{aligned}$$

$$\|J^T f\| \leq m_1$$

여기서 $m_1 = \sqrt{2 \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 f_{max}^2}$ 그러므로 세번째 항의 상한치는 다음 식으로 상한됨을 알 수 있다.

$$\Delta B(x) \leq a_2\{\bar{\sigma}(J_0^T)\|f_{max}\| + m_1\} = \bar{M}_2 < \infty \quad (54)$$

그러므로, 식(42),(49),(54)에 의해 $\xi(x, \hat{x})$ 의 노름은 식(55)으로 나타난다.

$$\|\xi(x, \hat{x})\| \leq c_1 + c_2\|e\| \quad (55)$$

여기서

$$c_1 = m_1 + \bar{M}_1 + \bar{M}_2 \quad (56)$$

$$c_2 = m_2 \quad (57)$$

이로부터 $\|\xi(x, \hat{x})\|$ 은 원주형 유한하므로 제안된 추정기에 대한 오차동력학은 실용적 안정성을 가진다.

4.3 시뮬레이션

제안된 추정기에 대해 운동재현기가 계단응답을 보이는 경우와 정현파운동을 한 경우를 시뮬레이션하여 제안된 추정기를 검증하였다. 그림 4은 선형운동의 계단응답에 대한 추정결과이며, 그림 5은 정현파응답에 대한 추정결과이다. 과도응답시의 오차가 시간이 지남에 따라 없어지고 있음을 보인다. 정현파운동의 경우는 그림 6,7에 시뮬레이션 결과를 보였다. 이 경우에도 큰 오차없이 계속 추정하고 있음을 보이고 있다.

5 결론

본 연구에서는 운동재현기의 계측치인 6개의 실린더의 길이로부터 6자유도 운동의 변위 및 속도를 추정할 수 있는 추정기를 제안하였다. 이 추정기는 선형추정기의 추정오차를 운동재현기의 비선형 순기구학식을 이용하여 구성함으로써 선형추정기에서 발생할 수 있는 정적오차를 제거하였으며, 리아프노프 방법으로 제안된 추정기에 대한 오차동력학이 실용적 안정성을 보장함을 증명하였다. 또한 이론 시뮬레이션 상에서 검증하여 제안된 추정기의 타당성을 보였다.

참고문헌

- [1] Stewart, "A Platform with 6 DOF," *Mech. Engeers*, Vol.180,Pt1,No.15,1965
- [2] Fichter, "A Stewart Platform Based Manipulator : General Theory and Practical Construction," *Int. J. of Robotics Research*, Vol.5, No.2,pp157-182,1980
- [3] G. Lebre, K. Liu, and F.L. Lewis. "Dynamic Analysis and Control of a Stewart Platform Manipulator," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 10, No. 5, pp. 629-655, 1993.
- [4] Griffs,Duffy, " A Forward Displacement Analysis of a Class of Stewart Platform, " *J. Robotic Systems*,Vol.6,No.6,pp703,720,1989
- [5] Nanua,P.,Waldron,Murthy,"Direct Kinematic Solution of a Stewart Platform," *IEEE Trans. Robot. Automation*,Vol.6,No.4,pp438-444,1990
- [6] Merlet,J.P.,"Direct Kinematics and Assembly Modes of Parallel Manipulators," *Int. J. of Robotics Research* ,Vol.11,No.2,pp150-162,1992
- [7] R.Nair,H.Maddocks,"On the Forward Kinematics of Parallel Manipulators," *Int. J. of Robotics Research* , Vol.13,No.2,pp171-188, April 1994
- [8] J.E.Dirudonne,R.V.Perrish,"An Actuator Extension Transformation for a Motion Simultor and Inverse Transformation Applying Newton-Rhapson Method," *NASA Tech. Note* , NASA TN D-7067, 1972
- [9] C.C. Nguyen, S.S. Antrazi, Z.L. Zhou, and C.E. Campbell, " Adaptive Control of a Stewart Platform-Based Manipulator," *Journal of Robotic Systems*, vol. 10, No. 5, pp. 657-687,1993.
- [10] M.J. Corless, and G. Leitmann, "Continuous State Feedback Guaraneeing Uniform Ultimate Boundedness for Uncertain Dynamic System," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 26, pp. 1139-1144, 1981.
- [11] D.H.Kim,"Robust Control Design for Flexible Joint Manipulators," Ph.D Thesis,GIT,1995
- [12] 정규홍, " H_∞ 최적제어이론을 이용한 6자유도 운동재현기의 다변수견실제어에 관한 연구," 서울대학교 공학박사학위논문, 1993

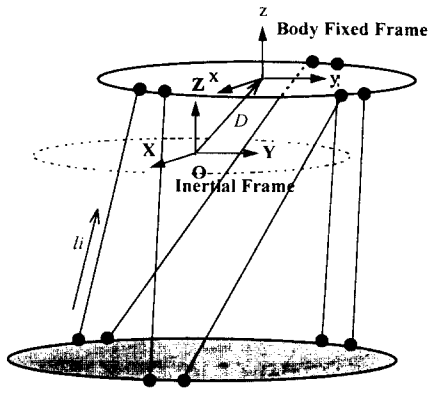


그림 1: 운동재현기의 좌표계 설정

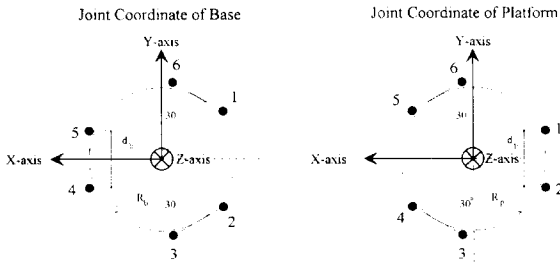


그림 2: 상하부판의 조인트 좌표

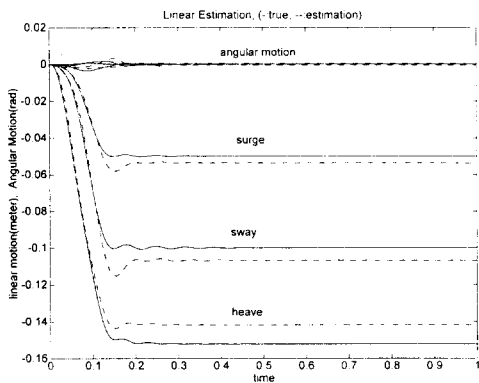


그림 3: 선형추정기를 이용한 계단응답의 추정(선형운동)

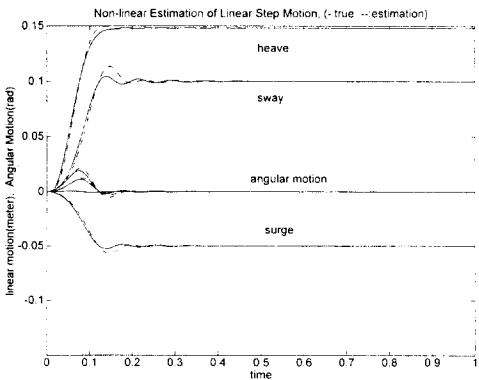


그림 4: 비선형추정기를 이용한 계단응답의 추정(선형운동)

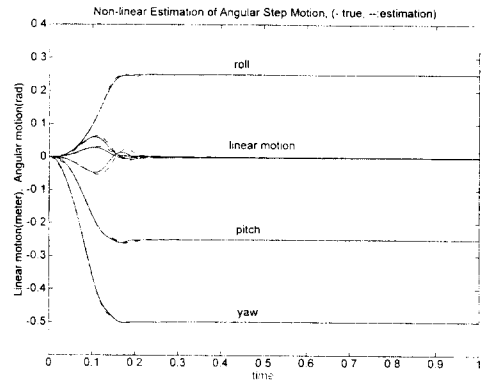


그림 5: 비선형추정기를 이용한 계단응답의 추정(각운동)

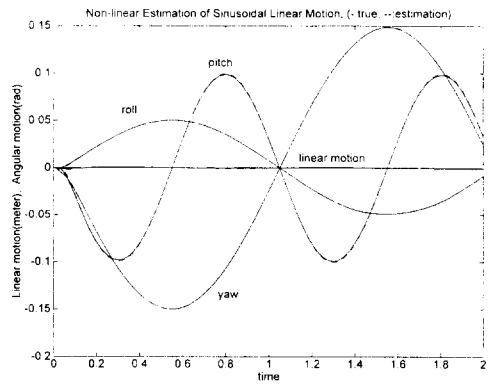


그림 6: 비선형추정기를 이용한 정현파응답의 추정(선형운동)

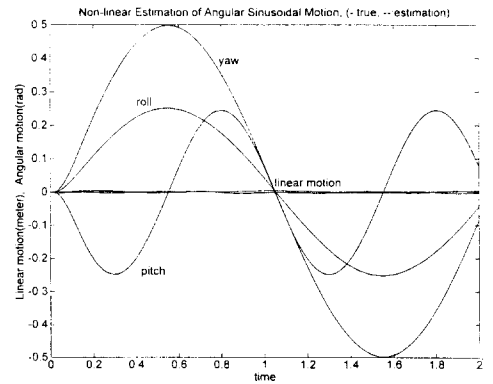


그림 7: 비선형추정기를 이용한 정현파응답의 추정(각운동)