

# 천해에서 가상모드가 포함된 음파전달에 관한 모형실험

## Model Experiments on sound propagation included virtual modes in shallow water

김성부(부산수산대학교)    김상한(경성대학교)

### 요 약

40~100m수심에 평탄한 모래층으로 구성된 천해를 1/1,000모형으로 축소시킨 무항수조내에서 Pekeris 모델에 대한 normal mode 관측실험을 점수신기로 수행하였다.

무항수조에 사용된 폐기형 흡음재가 50kHz이상에서 20~25dB의 반향음 감쇠율을 가지므로 해서 이 수조가 해양과 유사한 조건을 갖게 되었으며, 실험에 사용된 점수신기는 B&K의 8103 수중 청음기에 음향중심으로부터 조그만 크기의 사각형 튜브를 제외하고 pressure-release 물질을 씌움으로써 얻을 수 있었다.

이 실험을 통해 얻은 결과들을 종합해 보면 연속모드의 피적분함수가 cut-off로부터 멀어지면 불연속모드의 합으로만 된 이론식과는 대략 수심의 10배 이내에서 다소 차이를 보일 뿐 전 관측거리에서 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있다. 그러나 연속모드의 공진이 cut-off에 가까워 질수록 가상모드가 음향에 미치는 역할이 증대되어 근거리에서는 불연속모드의 합으로만 된 이론식과 큰 차이가 날 뿐만 아니라 영향이 미치는 거리가 수심의 수십배까지 증가함을 볼 수 있다.

특히 불연속모드의 개수가 2개이고 cut-off로부터 아주 가까운 가상모드가 존재할 경우, 가상모드가 수심의 60배 가까운 거리까지 영향을 미치는 것을 확인할 수 있다.

### 1. 서 론

천해에서의 음파전달은 매질의 음향적 특성과 경계조건들의 복잡성때문은 이들의 시공간적 변화때문에 이에 관한 정확한 물리적 해를 구하기가 매우 어렵다. 그럼에도 천해를 단순한 두개의 유체층으로 구성되었다고 가정하는 Pekeris모델[1]은 그 단순성에 비해 천해에서의 음파전달 현상을 비교적 잘 설명해 주고 있다. [2]

조화점음원으로부터 발생하는 해수층내에서의 음장은 불연속모드(discrete modes)와 적분형으로 표시되는 연속모드(continuous modes)의 합으로 구성된다[3,4]. 불연속모드는 임계각 보다 큰 각도로 해저면에 입사함으로써 해저와 수면에서 전반사를 일으켜 생기는 모드이다. 따라서 이 모드의 음파에너지는 대부분 해수층내에 갇혀있다. 그에 비해 연속모드는 음파에너지가 해수층

으로 부분적으로 반사하고 나머지는 해저층 속으로 들어가기 때문에 많은 에너지를 해저로 빼앗기게 된다.

이 때문에 그 동안 음파진달 문제의 해를 normal mode 이론을 통해 구하고자 했을 때 이 모드의 기여분을 사실상 무시해 왔다[5]. 그러나 이 모드는 근거리(보통 수심의 십수배 이내)에서나 불연속모드의 모드 갯수가 몇 개 뿐일 때 전체 음장에 중대한 영향을 미칠 수 있는 것으로 보고되고 있다[5,6]. 적분형으로 표시되는 연속모드는 피적분 함수가 최대일 때 적분값에 크게 기여하기 때문에 (이 때를 이 모드의 공진상태라 부름) 불연속모드처럼 정상파의 특성을 지니게 되어 Labianca[7]에 의해 가상모드(virtual modes)라고도 불리게 되었다. 이들 연속모드가 음장 내에서 미치는 영향에 관해서는 1975년 D. C. Stickler[6]가 수심의 수십배 내지 수백배 되는 거리 까지도 이 모드가 작용할 수 있음을 보고한 이래 Tindel[3,5], Bartberger[8], Williams[9], Bucker[10], Kuyama[11]등이 1980년대 초까지 적분형으로 표시되는 이 모드의 이론적 해를 여러 방법을 통해 구했다.

한편 이 모드가 전체 음장에 미치는 역할에 관한 실험실 내에서의 모형실험은 해양과 달리 이론과 거의 유사한 경계조건들을 구비할 수 있다는 장점에도 불구하고 현실적으로 장거리 관측에 어려움이 따르는 등의 몇 가지 문제점 때문에 Tolstoy[12], Knudsen[13], Wood[14]등에 의해 부분적으로 수행되었을 뿐 가상모드의 영향에 대한 집중적인 평가는 아직 없었다.

본 연구에서는 Pekeris 모델 하에서 가상모드가 음장에 미치는 영향을 실험실 내에서 평가하기 위하여 40~100m 수심에 평탄한 모래층으로 구성된 친해틀 1/1,000 모형으로 축소시켜 수심 대비 60배되는 거리까지 관측이 가능한 무향수조를 제작하고, 이 모델에 대한 normal mode 관측실험을 점수산기로 수행하고자 한다.

## II. Pekeris 모델에 대한 이론식

Pekeris 모델은 음파진달 문제에서 그림 1과 같이 해양을 단순한 두개의 유체층으로 구성되었다고 가정하는 모델이다. 점(0,  $z_0$ )에 위치한 음원은 각진동수  $\omega$ (시간에 대하여  $e^{-i\omega t}$ 로 표시하기로 한다.)의 정현파를 발생시키고 있다. 이 때 ( $r, z$ )에 위치한 수신기에서의 음장은  $P(r, z, z_0)$ 로 표시되며, 다음과 같은 미분방정식과 경계조건들을 만족시킨다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + k_j^2 P = -\frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - z_0) \quad , \quad j=1,2, \quad z > 0 \quad (1)$$

$$P(r, 0, z_0) = 0 \quad (2)$$

$$P(r, h_-, z_0) = P(r, h_+, z_0) \quad , \quad r > 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial}{\partial z} P(r, h_-, z_0) = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial z} P(r, h_+, z_0) \quad , \quad r > 0 \quad (4)$$

여기서  $k_j = \frac{\omega}{c_j}$  로 각각 물과 해저층에서의 파수이다.

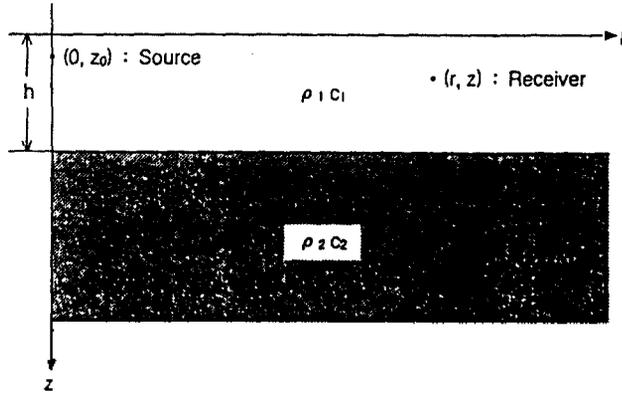


그림. 1. Pekeris 모델

음장은 (2), (3), (4)식의 경계조건들과 Hankel변환, 그리고 복소수  $K$ 평면상에서 EJP(Ewing, Jardetsky, Press) branch cuts[15]을 택함으로써 일정한 개수의 불연속모드( $P_d$ )와 branch cut 주변 경로의 적분에 의해 나타나는 연속모드( $P_c$ )의 합으로 표시가능하다.

$$P(r, z, z_0) = P_d(r, z, z_0) + P_c(r, z, z_0) \quad (5)$$

여기서 불연속모드의 음장  $P_d$ 는 복소수  $K$  평면상에서 다음식으로 쉽게 구해진다.

$$P_d(r, z, z_0) = \frac{i}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \gamma_{1n} z_0 \sin \gamma_{1n} z H_0^{(1)}(K_n r)}{\left[ \frac{h}{2} - \frac{\sin 2\gamma_{1n} h}{4\gamma_{1n}} + \frac{\sin^2 \gamma_{1n} h}{2\sigma |\gamma_{2n}|} \right]} \quad (6)$$

한편 branch line integral에 의한 연속모드의 음장  $P_c$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$P_c = \frac{i\sigma}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\gamma_2^2 \sin \gamma_1 z \sin \gamma_1 z_0}{(\sigma^2 \gamma_1^2 \cos^2 \gamma_1 h + \gamma_2^2 \sin^2 \gamma_1 h)} H_0^{(1)}(K r) d\gamma_2 \quad (7)$$

(7)식의 적분값은 Tindle[3]을 비롯한 많은 사람들에 의해 1980년대 초까지 이론적으로 계산되어졌는데 여기서는 첫번째 가상모드가 임계각 아주 가까이에 나타날 때 다소의 오차를 갖지만 비교적 계산이 용이한 Tindle 방식을 택하기로 하겠다. 그 결과는 다음식으로 정리된다.

$$P_c = \frac{i}{2} \sum_r \left[ \frac{\exp(-\gamma_{2r} r / [h\sigma K_r (1 - (\gamma_{2r}/\sigma\gamma_{1r})^2)^{1/2}])}{h(1 - (\gamma_{2r}/\sigma\gamma_{1r})^2)^{1/2}} \right] \sin \gamma_{1r} z \sin \gamma_{1r} z_0 (2/\pi K_r r)^{1/2} \times \exp(i(K_r r - \pi/4)) \quad (8)$$

그리고 최종 음장  $P$ 는 (6)식과 (8)식의 합으로 표시된다.

### III. 모형실험 장치

수심이 40~100m이고, 해저면이 평탄한 천해에서 50~150Hz의 저주파로 수평거리 3km까지 음장을 측정할 수 있는 해양환경을 실내에서 구현하기 위하여 1/1,000로 축소된 모형수조를 만들었다. 지름이 0.6m이고 길이가 5m인 봉에 거친 모래 (밀도 : 2,030kg/m<sup>3</sup>, 음속 1,826m/sec)를 평균 0.2m 두께로 아주 평탄하게 깔고, 수심이 0.04~0.1m 되도록 했다. 그리고 네 벽면에는 50~125kHz 사이에서 20dB이상의 반향음 감쇠율[16]을 갖는 쉘기형의 흡음재질을 부착시켜 해양과 동일하게 수면과 해저면에서만 경계조건을 갖도록 했다. 음원과 수신용 수중청음기는 기존 B&K의 8103 transducer에 acoustic center를 중심으로 상하 ±1mm의 틈만 남겨 놓은채 pressure-release 물질로 덮어 씌운것을 점음원과 점수신기로 사용하였으며[7,9], 거리별 관측은 컴퓨터 제어에 의해 5mm씩 이동후 신호음을 수신하여 A-D converter를 거쳐 신호처리 되었다.

### IV. 거리에 따른 음의 세기 변화

물과 모래층에서의 밀도와 음속을 각각  $\rho_1=1,002\text{kg/m}^3$ ,  $c_1=1,478\text{ m/sec}$ ,  $\rho_2=2,030\text{kg/m}^3$ ,  $c_2=1,855\text{ m/sec}$  로 두고 수심을  $h=45.5\text{mm}$ , 그리고 주파수를  $f=67\text{kHz}$ 로 조절하였다. 이때는 두개의 불연속 모드와 두개의 가상모드가 생긴다. 그러나 2번 가상모드는 감쇠계수값이 너무 커서 음장에 별다른 영향을 못미치나 1번 가상모드가 거의 임계각(52.82°) 가까운 52.70°로 입사함으로써 두개의 불연속 모드와 함께 음장에 중대한 영향을 미치게 된다. 한편 음원과 수신기의 깊이는 두개의 불연속모드가 남아있으면서 1번 가상모드의 마디에서 벗어나도록 그림.2에서와 같이 각각 24mm, 15.5mm에 설정되어 졌다.

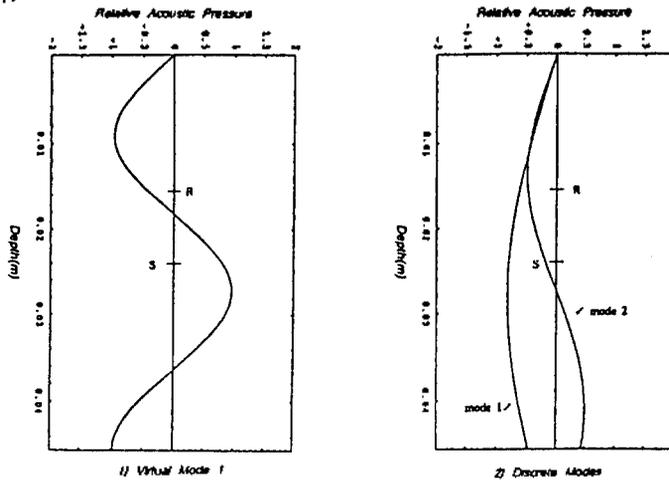


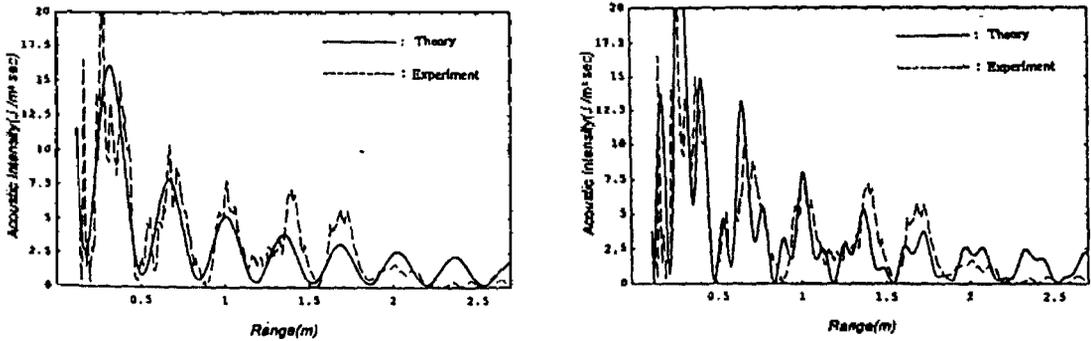
그림. 2.  $f=67\text{kHz}$ ,  $h=45.5\text{mm}$ 에서의 수직음장 분포( $r=1\text{m}$ )

이때 각모드별 간섭파장  $\Lambda_{nm}$ 은 다음 식으로 표시된다.

$$\Lambda_{nm} = \frac{2\pi}{|K_n - K_m|} \quad (9)$$

여기서  $K_n = n$ 번째 모드의 수평파수,  $K_m = m$ 번째 모드의 수평파수이다.

그림.3에서 보는 바와 같이  $\Lambda_{12}=0.338m$ 의 간섭파장이 우세한 가운데 임계각 가까이 있는 1번 가상모드와 1번 불연속모드사이의 간섭이 생겨  $\Lambda_{1v}=0.119m$ 의 간섭파장이 측정된 전거리(수심의 60배 이상)까지 나타나고 있다. 따라서 이 경우 불연속모드만으로 된 이론식은 실험결과와 많은 차이를 보이게 된다..



a. 불연속모드만으로 된 이론식과의 비교 b.가상모드가 포함된 이론식과의 비교

그림.3.  $f=67kHz$ ,  $h=45.5mm$ ,  $z_0=24mm$ ,  $z=15.5mm$ 일 때 실험치와 두 이론식과의 비교

다음으로  $c_1=1,458m/sec$ ,  $c_2=1,830m/sec$  인 환경하에서  $f=81kHz$ ,  $h=48mm$ 로 조절하여 3개의 불연속모드와 임계각( $52.82^\circ$ )에 아주 가까운  $52.38^\circ$ 로 입사하는 가상모드가 생기게 하였다. 음원과 수신기의 깊이는 그림. 4와 같이 1번 가상모드를 고려하여 21.5mm와 22mm로 각각 두었다.

이때의 간섭 패턴은 1,2,3번의 불연속모드와 1번의 가상모드가 서로 영향을 미치게 되나 가상모드는 그림.4에 나타난 수직음장 분포에 의해 주로 1번 불연속모드와 간섭을 일으켜 수심의 40배 이상 되는 2m까지 나타나고 있다(그림.5 참조). 각 모드별 간섭파장은  $\Lambda_{12}=0.479m$ ,  $\Lambda_{23}=0.261m$ ,  $\Lambda_{13}=0.169m$ ,  $\Lambda_{1v}=0.086m$ 이며, 가상모드가 빠진 이론식과는 많은 차이를 보이고 있다.

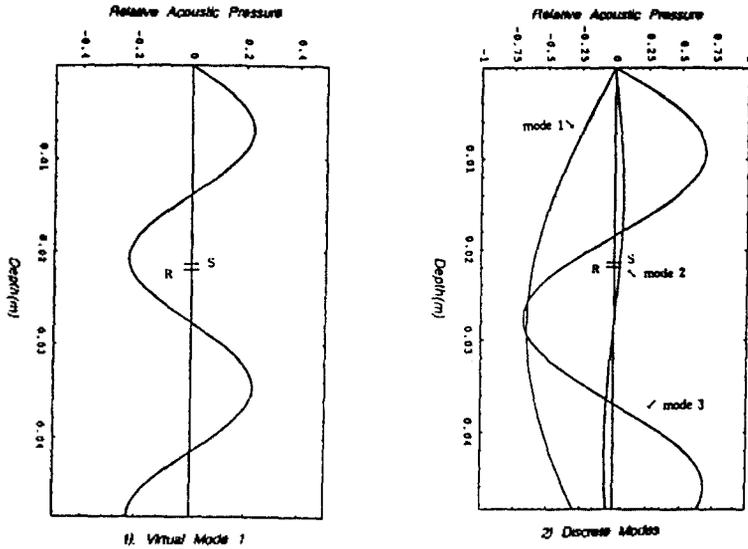
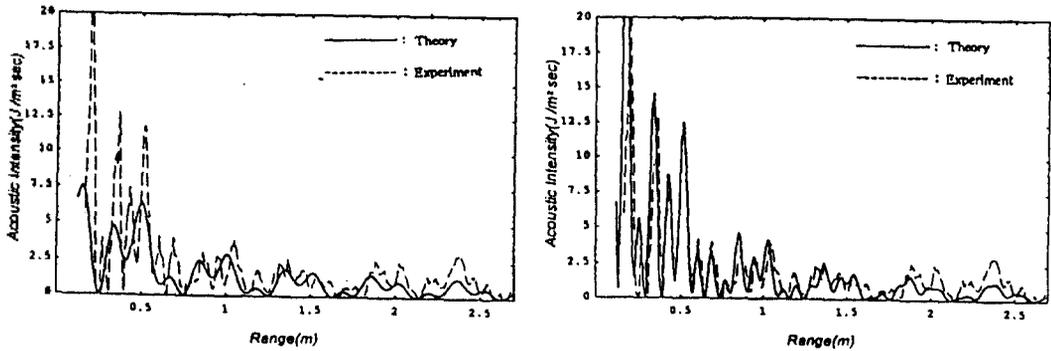


그림.4.  $f=86\text{kHz}$ ,  $h=48.5\text{mm}$ 에서의 수직음장 분포( $r=1\text{m}$ )



a. 불연속모드만으로 된 이론식과의 비교    b. 가상모드가 포함된 이론식과의 비교

그림.35.  $f=86\text{kHz}$ ,  $h=48.5\text{mm}$ ,  $z_0=21.5\text{mm}$ ,  $z=22\text{mm}$ 일 때 실험치와 두 이론식과의 비교

## V. 결 론

50~125kHz사이 주파수에서 관측된 Pekeris 모델을 위한 음파전달 모형실험은 가상모드가 포함된 이론식과 비교적 잘 일치하고 있다. 이 실험을 통해 확인할 수 있었던 것은 가상모드가 cut-off가까이 생길 때 수심의 수십배까지 음장에 영향을 미친다는 종래의 주장들이 상당한 타당성을 지니고 있다는 것이며, 특히 불연속모드의 갯수가 2개로 작을 때 수심의 60배 이상까지 그 영향이 확대됨을 확인할 수 있었다. 이러한 결과는 친해에서의 저주파 음파전달을 불연속모드로만 고찰한 종래의 많은 모델들이 음원으로부터 비교적 먼거리에서도 실제의 음장과 상당한 차이를 가질 수 있음을 보여주고 있다. 따라서 친해에서 저주파로 음파전달 실험을 할 경우 수 km범위 내의 관측거리에서는 가상모드의 영향을 고려해 두어야 할 것으로 여겨진다.

## 참 고 문 헌

1. C. L. Pekeris, "Theory of propagation of explosive sound in shallow water," *Geol.Soc.Am., Mem.*27, 1-117 (1948)
2. C. T. Tindle, K. M. Guthrie, G. E. J. Bold, M. D. Johns, D. Jones, K. O. Dixon, and T. G. Birdsall, "Measurements of the frequency dependence of normal modes," *J. Acoust. Soc. Am.* 64, 1178-1185(1978)
3. C. T. Tindle, A. P. Stamp and K. M. Guthrie, "Virtual modes and the surface boundary condition in underwater acoustics," *J.Sound.Vib.*, 49, 231-240(1976)
4. D. C. Stickler, E. Amnicht, "Uniform asymptotic evaluation of the continuous spectrum contribution for the Pekeris model," *J. Acoust. Soc. Am.* 67(6), 2018-2024(1980)
5. C. T. Tindle, "Virtual modes and mode amplitudes near cutoff," *J.Acoust.Soc.Am.*, 65(6), June, 1423-1428(1979)
6. D. C. Stickler, "Normal-mode propagation with both the discrete and branch line contributions," *J. Acoust. Soc.Am.*, 57(4), April, 856-861(1975)
7. F. M. Labianca, "Normal modes, virtual modes and alternative representations in the theory of surface-duct sound propagation," *J. Acoust. Soc.Am.*, 53(4), 1137-1147(1973)
8. C.L. Bartberger, "Comparison of two normal-mode solutions based on different branch-cuts," *J. Acoust. Soc. Am.* 61, 1643(1977)
9. A.O. Williams, "Pseudoresonances and virtual modes in underwater sound propagation," *J. Acoust. Soc. Am.* 64(5), Nov., 1487-1491(1978)
10. H.P. Bucker, "Propagation in a liquid layer lying over a liquid halfspace(pekeris cut)," *J. Acoust. Soc. Am.* 65(4), Apr., 906-908(1979)
11. T. Kuyama, T. Kikuchi, "A calculation of complex wavenumbers of virtual modes in a Pekeris model," *Proceedings of the NATO Advanced Study Institute*, Aug., 163-168(1980)
12. I. Tolstoy, C. S. Clay, *Ocean Acoustics*, (McGraw-Hill, 1966), 117
13. W. C. Knudsen, "Propagation of a pressure transient in a two-layer, liquid model," *J. Acoust. Soc. Am.*, 29(8), Aug., 918(1957)
14. A. B. Wood, "Model experiments on sound propagation in shallow seas," *J. Acoust.Soc.Am.*, Sept., 1213-1235(1959)
15. W. M. Ewing, W. S. Jardetsky, and F. Press, *Elastic Waves in Layered Media*. (McGraw-Hill, New York, 1957), 126-151
16. R. J. Bobber, *Underwater Electroacoustic Measurements*, (Naval Res. Lab. Washington, D.C., 1970), 287-293