

근거리 초음파 음장해석에 있어서의 각스펙트럼법의 유효성 검토

Effectiveness of the Angular Spectrum Method for analysis of Acoustic near-field.

김 정 순*, 김 동 현*, 김 무 준**, 하 강 열**

(Jungsoon Kim*, Donghyun Kim*, Moojoon Kim**, Kanglyeol Ha**)

* 부경대학교 대학원 음향진동공학과, ** 부경대학교 물리학과

요 약

균질 매질내에 형성되는 근거리 음장의 해석에는 종래 회절이론에서의 Rayleigh 적분식에 근거한 Lommel 근사식이 주로 이용되어져 왔다. 그러나, 불균질한 매질에서는 그 방법의 적용이 어렵고, 유한요소법등 새로운 방법이 적용되어야 한다. 본 연구에서는 불균질 매질에서의 음장을 해석하는 한 방법으로 Angular Spectrum법을 제안하고, 경계를 가상한 등수준의 물에 대하여 Lommel 근사식에 의해 직접 산출한 음장과 Angular Spectrum법을 적용하여 산출한 음장을 서로 비교함으로써 그 유효성을 검토하였다.

I. 서론

초음파 트랜스듀서가 매질 중에 형성하는 음장을 해석하는 것은 그 트랜스듀서의 특성평가를 통한 효율적 사용을 위해서는 필수적인 것이다. 일반적으로 초음파음장의 해석이란 음향 임피던스가 일정한 균질의 매질내에 형성되는 음압의 분포를 구하는 것을 말하며, 종래 회절이론에서의 Rayleigh 적분식에 근거한 Lommel 근사식^(1,2)이나 유한요소법^(3,4) 등이 그 해석에 많이 이용되어져 왔다. 특히, 매질이 풀일 경우, 즉, 수중에서의 음장해석은 초음파 트랜스듀서의 용도를 고려할 때 가장 보편적으로 수행되어지는 사항 중의 하나이며, 그 해석에 의하여 트랜스듀서의 지향특성 및 분해능 파악, 수중에서의 음파의 전달손실 산출 등도 가능하게 된다. 한편, 수온변화와 관련한 수중음장의 연구는 수중음향분야에서는 무엇보다도 중요한 과제이며, 주로 점음원이 만드는 원거리 음장을

대상으로 많은 연구가 수행되어져 왔다⁽⁵⁻⁶⁾. 그러나, 아직도 수온의 변화가 수중음장형성에 미치는 영향에 대해 정량적으로 완전하게 규명되지는 않고 있는 것 같으며, 특히, 근거리 음장에 대한 해석은 그다지 보고되어 있지 않다. 본 연구에서는 수온변화층 등의 불균질 매질이 존재할 경우의 음장해석의 한 방법으로 Angular Spectrum법을 제안하고, 그 유효성을 검증하였다.

II. 음장해석 이론

II-1. 경계가 없는 수중에서의 회절공식에 의한 음장해석

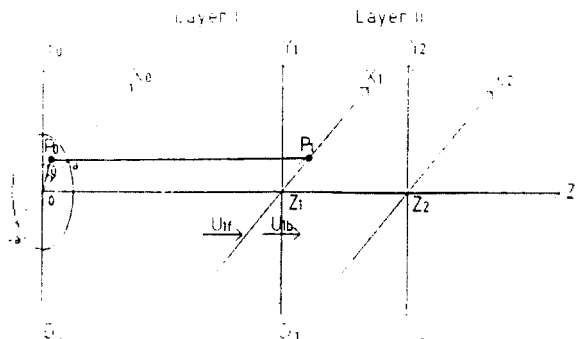


그림 1

그림 1의 좌표계에서 매질이 경계가 없는 균질의 물일 경우, 반경 a 인 원형의 트랜스듀서로부터 중심축상에서 $z = z_1$ 거리에 있는 xy 단면 D_1 의 음장 $u_1(x_1, y_1, z_1)$ 은 음원평면상의 한 점의 좌표를 $P_0(x_0, y_0, 0)$, 관측점의 좌표를 $P_1(x_1, y_1, z_1)$, 두점간의 거리를 r_{01} 이라고 하면 Rayleigh-Sommerfeld 회절공식⁽¹⁾에 의해,

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{1}{j\lambda} \int \int_S u_0(x_0, y_0, 0) \times \frac{e^{jk_w r_{01}}}{r_{01}} ds \quad \dots(1)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서, λ 와 k_w 는 각각 수중에서의 파장 및 파수, $u_0(x_0, y_0, 0)$ 는 트랜스듀서면상의 음장이며, ds 는 그 면상의 미소면적으로, $\rho = (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}$ 및 $\theta = \tan^{-1}(y_0/x_0)$ 에 의해 $ds = \rho d\rho d\theta$ 로 둘 수 있다.

여기서, 트랜스듀서를 피스톤음원으로 가정하여 $u_0(x_0, y_0, 0) = 1$ 로 두면,

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{1}{j\lambda} \int \int_S \frac{e^{jk_w r_{01}}}{r_{01}} \rho d\rho d\theta \quad \dots(2)$$

가 된다. z_1 이 x, y 좌표 및 ρ 에 비해 충분히 크면,

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{2\pi}{j\lambda z_1} e^{jk_w(z_1 - \frac{1}{2z_1}(x_1^2 + y_1^2))} \times \int_0^a e^{jk_w \frac{\rho^2}{2z_1}} J_0(-k_w \rho x_1 \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{z_1}) \rho d\rho \quad \dots(3)$$

가 된다. 여기서, $J_0()$ 는 제1종 0차의 Bessel 함수이다. 이 식은 부분적분과 Bessel 함수의 회귀공식에 의해서 $x_1, y_1 \leq a$ 일 때,

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = e^{jk_w z_1} [1 - e^{jk_w \frac{x_1^2 + y_1^2 + a^2}{2z_1}} \times$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{a} \right)^n J_n \left(\frac{k_w a \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{z_1} \right)] \quad \dots(4.1)$$

$x_1, y_1 \geq a$ 일 때,

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = e^{jk_w z_1} e^{jk_w \frac{x_1^2 + y_1^2 + a^2}{2z_1}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \times \left(\frac{a}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \right)^n J_n \left(\frac{k_w a \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{z_1} \right) \quad \dots(4.2)$$

의 급수형태로 표시되는데, 이 식은 2차원 Lommel 근사식⁽¹⁾이라고 할 수 있다. (4.1), (4.2)식에서 Bessel 함수의 차수 n 의 값을 적절히 선택하면 충분한 정도를 갖는 임의의 평면의 음장의 산출이 가능하다.

II-2. 경계가 있는 수중에서의 Angular Spectrum법을 이용한 음장 해석

그림 1에서 $z = z_1$ 이 불연속적인 경계면이라고 가정하였을 때, 그 경계면을 통과한 $z = z_2$ 인 평면의 음장 $u_2(x_2, y_2, z_2)$ 는 Angular Spectrum법을 적용하면 다음과 같이 구해진다. 즉, (4.1)과 (4.2)식에 의하여 산출된 $z = z_1$ 인 단면 D_1 의 입사음장을 $u_{1s}(x_1, y_1, z_1)$, 그 경계면을 통과한 투과음장을 $u_{1t}(x_1, y_1, z_1)$ 라고 하면,

$$u_{1t}(x_1, y_1, z_1) = u_{1s}(x_1, y_1, z_1) \times T(x_1, y_1; z_1) \quad \dots(5)$$

가 된다. 여기서 $T(x_1, y_1; z_1)$ 는 D_1 단면에서의 투과계수로서 입사각의 함수이고, 일반적으로 위치에 따라 입사각이 다르므로 위치의 함수가 된다. $u_{1t}(x_1, y_1, z_1)$ 의 Angular Spectrum $U_{1t}(k_x, k_y)$ 은,

$$U_{1b}(k_x, k_y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} u_{1b}(x_1, y_1, z_1) \times e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy \dots\dots\dots (6)$$

즉, $U_{1b}(k_x, k_y)$ 는 투과음장 $u_{1b}(x_1, y_1, z_1)$ 의 2차원 푸리에변환으로 주어지며, 그 값은 단면 D_1 에 입사하는 음파를 각 방향별 평면파 성분으로 분해했을 때 각 성분의 크기를 나타낸다고 할 수 있다. 이 식에서 k_x, k_y 는 각각 매질 II에서의 음파의 파수 k_u 의 x 및 y 방향 성분을 나타낸다. $U_{1b}(k_x, k_y)$ 로부터 $z = z_2$ 인 단면 D_2 의 Angular Spectrum은

$$U_2(k_x, k_y) = U_{1b}(k_x, k_y) e^{j(k_x z_2 - \omega t)} \dots\dots\dots (7)$$

으로 주어진다¹⁷⁾.

단, k_z 는 매질 II에서의 음파의 파수 k_u 의 z 방향 성분으로 $k_z = \sqrt{k_u^2 - k_x^2 - k_y^2}$ 으로 주어진다 (7)식은 D_2 평면의 Angular Spectrum이 $U_{1b}(k_x, k_y)$ 에 평면 D_1 과 D_2 간의 거리차에 대한 위상변화를 보정한 것임을 나타낸다. 이에 의해 D_2 평면의 음장 $u_2(x_2, y_2, z_2)$ 는 $U_2(k_x, k_y)$ 의 2차원 푸리에역변환 즉,

$$u_2(x_2, y_2, z_2) = \int \int_{-\infty}^{\infty} U_2(k_x, k_y) \times e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \dots\dots\dots (8)$$

에 의해 구해진다.

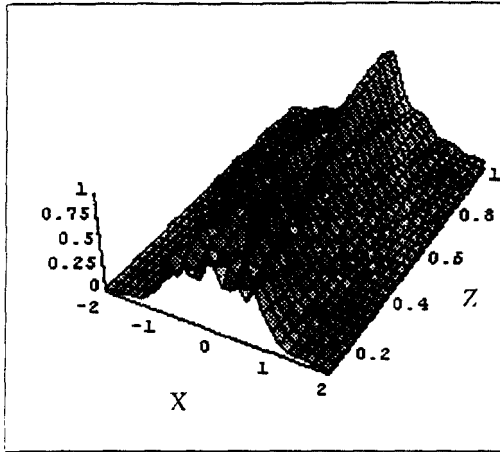
III. 수온경계층에서의 음장해석에 대한 Angular Spectrum법의 유효성

서론에서 언급한 바와같이 Angular Spectrum법은 트랜스듀서로부터 일정거리 떨어진 임의 평면의 음장해석에 유효한 것으로 알려지고 있으나, 한편으로는 그 방법의 적용에 따른 오차

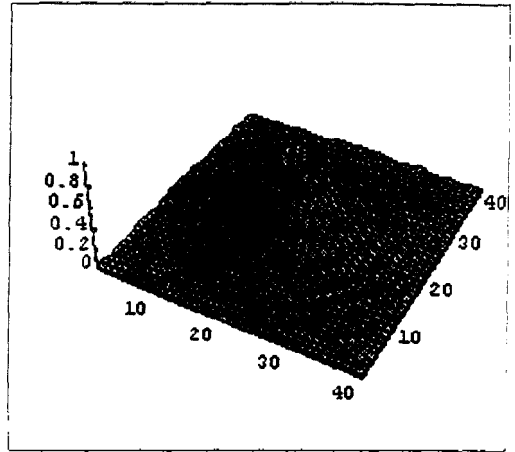
에 대하여도 보고되어지고 있다¹⁰⁾. 따라서, 여기서는 수온불균일 경계층에 대한 해석에 그 방법을 적용하기에 앞서, 먼저 경계가 없는 등수온의 물에 대하여 Lommel 근사식에 의해 산출한 음장과 Angular Spectrum법에 의하여 산출한 음장을 서로 비교함으로써 그 유효성을 검증하였다. 구체적으로는 20℃로 균일한 수중에 대해 (4)식에 의하여 $z = z_2$ 인 단면 D_2 의 음장을 산출하고, 다음으로는 $z_1 = z_2/2$ 에 가상적인 경계면이 존재한다고 가정하여 그 단면 D_1 의 음장을 구한 후, 그 음장을 투과계수 $T(x_1, y_1, z_1) = 1$ 로한 Angular Spectrum법에 적용시켜 단면 D_2 의 음장을 산출, 서로 비교함으로써 그 오차의 정도를 파악하였다.

그림 2(a)는 20℃로 균일한 수중에서 비파괴검사용으로 이용되는 주파수 $f = 5\text{MHz}$, $a = 1.2\text{cm}$ 인 원형 초음파 트랜스듀서를 대상으로, 그 트랜스듀서가 만드는 xz 면상의 음장을 중심축으로부터의 거리별로 나타낸 것이며, 그림 2(b)는 그 평면투사도이다. 그림에서는 임의형태의 원형 트랜스듀서의 음장의 파악이 용이하도록 鳥岡¹¹⁾가 제안한 파라미터 $X = x/a$, $Y = y/a$, $Z = z_1 \lambda / a^2$ 를 사용하여 좌표축을 표준화하였는데, $Z = 1$ 이 트랜스듀서로부터 48.6cm의 거리이며, 근거리영역의 한계에 해당된다.

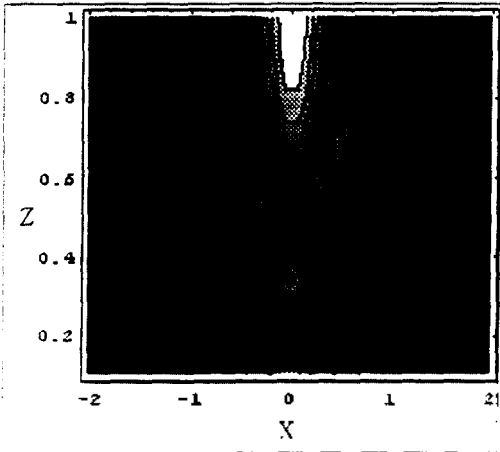
그림 3은 20℃로 균일한 수중에서 $Z = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ 일 때의 xy 단면의 음장을 각각 나타낸 것이다.



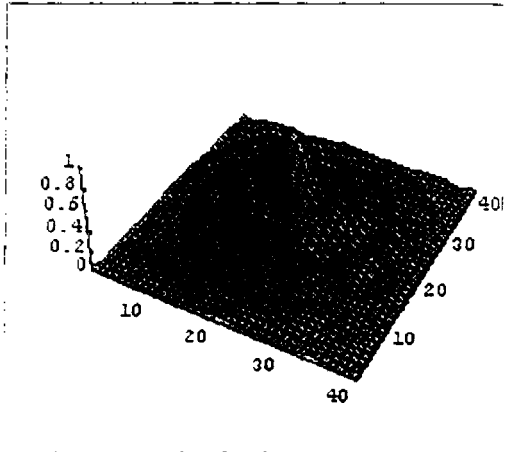
(a) 음장분포



(b) $Z=0.5$

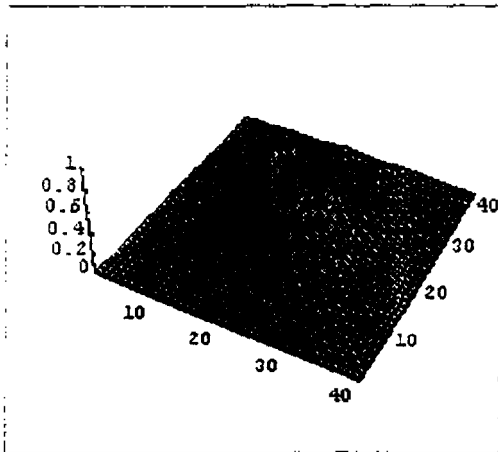


(b) 투사도

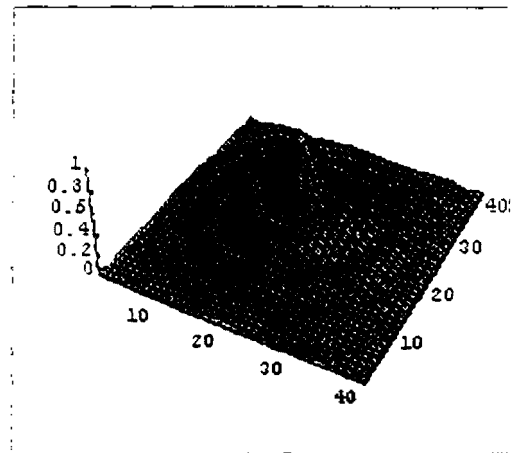


(c) $Z=0.75$

그림 2 수온이 균일한 수중에서의 음장분포



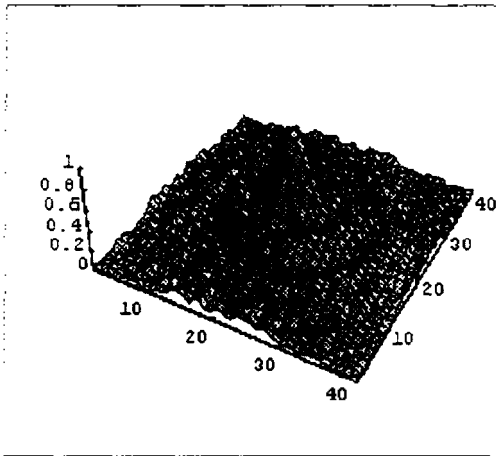
(a) $Z=0.25$



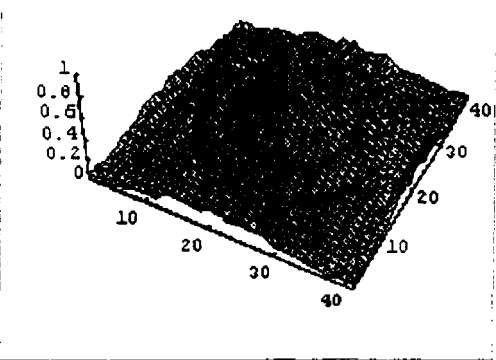
(d) $Z=1.0$

그림 3 수온이 균일한 수중의 xy단면의 음장

그림 4(a)는 그림 3의 $Z=0.25$ 의 음장에 대해 Angular Spectrum법을 적용하여 $Z=0.5$ 의 음장을 산출한 것이며, 그림 4(b)는 $Z=0.5$ 의 음장에 대해 Angular Spectrum법을 적용하여 $Z=1.0$ 의 음장을 산출한 것이다. 각각의 음장은 축대칭이므로, 그림 5에서는 x 축에 대하여 Lommel 근사식에 의한 결과와 Angular Spectrum법에 의한 결과를 비교하였다.

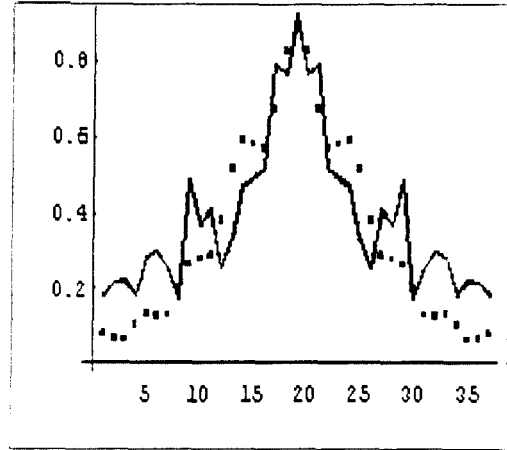


(a) 경계 ; $Z=0.25 \Rightarrow$ 음장 $Z=0.75$

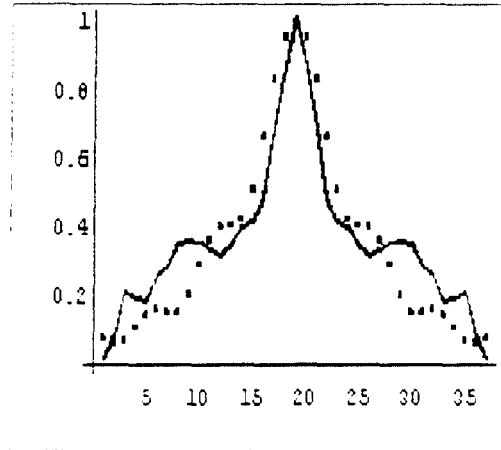


(b) 경계 ; $Z=0.5 \Rightarrow$ 음장 $Z=1.0$

그림 4 Angular Spectrum법을 적용하여 산출한 xy 단면의 음장



(a) 경계 ; $Z=0.25 \Rightarrow$ 음장 $Z=0.75$



(b) 경계 ; $Z=0.5 \Rightarrow$ 음장 $Z=1.0$

*점선:Lommel 근사식으로 산출한 음장
 실선:Angular Spectrum법으로 산출한 음장

그림 5 Lommel 근사식과 Angular Spectrum법을 적용한 결과의 비교

IV. 결론

수은 경계층이 존재하는 수층에서 수은의 변화가 초음파 음장형성에 미치는 영향을 해석하기 위하여 Angular Spectrum법을 도입하고, 그 유효성을 검토하여 근거리 초음파 음장을 해석하였다. 그 결과, Angular Spectrum법은 불완

질 매질에서의 음장해석에 매우 유용한 방법임이 검증되었다. 이 음장계산법은 현재, 계산 시간이 다소 많이 소요되는 문제점이 있기는 하나 다양한 형태의 경계층을 갖는 불균질 매질에서의 음장해석에 적용될 수 있으며, 음향 임피던스가 연속적으로 변화하는 다층구조의 매질에 대한 음장해석에도 적용 가능하다. 따라서, 거리종속적인 해양에서의 음장변화에 대한 기초적인 해석이나 생체조직내에서의 초음파 음장해석 등에 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

1. 鳥岡安生, "超音波音場とLommel関數," 東京大學生産技術研究所報告, UDC534.231-141, pp.106-121, 1975.
2. M. Born and E. Wolf, "Principles of Optics," Pergamon Press, 5ed, pp.435-449, 1975.
3. 土屋隆生, 加川幸雄, 山淵龍夫, "有限要素法による集束トランスミューサの應答解析," 電子情報通信學會論文誌A, Vol. J74-A, No. 7, pp.929-949, 1991.
4. 박순종, 윤종락, 하강열, 김천덕, "유한요소법과 하이브리드형 무한요소법을 이용한 집속 변환자의 음장 해석," 한국음향학회지, 제14권, 제5호, pp.36-43, 1995.
5. M.B. Porter and H.P. Bucker, "Gaussian beam tracing for computing ocean acoustic fields," J. Acoust. Soc. Am 82(4), pp 1349-1359, 1987.
6. W.A. Kuperman, M.B. Porter, J. Perkins, and R.B. Evans, "Rapid computation of acoustic fields in three-dimensional ocean environments," J. Acoust. Soc. Am 89(1), pp 125-133, 1991.
7. J.W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics," McGraw-Hill Co., pp. 42-54, 1968.
8. M.E. Schafer, P.A. Lewin, "Transducer characterization using the angular spectrum method," J. Acoust. Soc. Am 85(5), pp 2202-2214, 1989.
9. D.P. Orofino and P.C. Pedersen, "Efficient Angular Spectrum Decomposition of Acoustic Sources -Part 1: Theory," IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr., Vol.40, No.3, pp.238-249, 1993.
10. P. Wu, R. Kazys, and T. Stepinski, "Analysis of the numerically implemented angular spectrum approach based on the evaluation of two-dimensional acoustic fields. Part 1. Errors due to the discrete Fourier transform and discretization" J. Acoust. Soc. Am 99(3), pp. 1339-1348, 1996.