

능동 제어 되는 외부가압 공기 저어널 베어링의 안정특성에 관한 연구

A Study on the Stability Characteristics of Actively Controlled Externally Pressurized

Air Journal Bearing

이 정 배, 김 경 웅

한국과학기술원 기계공학과

1. 서론

공기 베어링은 마찰과 열 발생이 적고 회전 정밀도가 우수하여 고속 회전하는 축을 지지하는 용도로 많이 사용되고 있다. 그러나 공기 베어링도 유체 베어링이라면 어느것이나 갖는 Whirl 불안정성이라는 치명적인 결점을 갖는데 현재 이것의 발생 시점이 공기 베어링을 사용하는 시스템에 있어서 고속화의 한계로 되어 있다. 이 Whirl 불안정성을 억제하기 위해 다각적인 방법이 제안되고 연구되었다. 그 방법들로는 부가적인 강성과 감쇠를 주어서 안정성을 향상 시키는 점 탄성 지지 베어링^(1,2), 불안정의 원인이 되는 동압 발생을 억제하는 방향으로 공기가 유입되도록 축 표면과 접선 방향인 공기 공급구를 갖는 베어링⁽³⁾, 동압 성분의 발생을 억제하기 위한 방법인 안정화 Cavity 설치 베어링^(4,5), 이종의 공기막을 갖는 플로팅 부시 베어링⁽⁶⁾, 편심 효과에 의한 안정화를 기대하는 다면 베어링⁽⁷⁾ 등이 있다. 이러한 안정화 방법에 의해 공기 베어링은 점차 고속 회전 기계의 영역을 점차 넓혀 가고 있지만 안정성 향상 정도는 현재까지 특정 운전 조건에 대해 제한적으로 이루어지고 있고 여전히 Whirl 불안정성은 고속화의 장애로 여겨지고 있다. 따라서 공기 베어링으로 지지 되는 시스템의 고속화를 위해서는 이 Whirl 불안정성을 효과적으로 억제하는 것이 크게 요구되고 있다.

공기 베어링의 Whirl 불안정성은 축 회전에 의해 발생하는 동압에 의한 것으로 기존의 안정화 방법 역시 이것의 발생을 억제하는 방향으로 이루어지고 있다. 그 중 베어링의 점 탄성 지지나 플로팅 부시 베어링의 경우 베어링의 움직임에 의해 안정성이 향상된 경우로 적절한 베어링의 움직임에 의해 불안정성의 원인이 되는 동압 발생을 억제할 수 있음을 알 수 있다. 따라서 베어링의 위치를 능동 제어할 경우 공기 저어널 베어링의 안정성 향상을 기대 할 수 있다

외부 가압 공기 저어널 베어링의 제어는 1980년대 말 부터 미소 변위의 제어가 가능한 액추에이터의 발달과 더불어 연구되기 시작하였다. 현재까지 이루어진 베어링의 제어는 대부분 운전 정밀도 향상을 위한 것으로 Horikawa⁽⁸⁾는 베어링의 위치를 제어하여 축의 회전 정밀도를 크게 향상 시켰다. 그리고 Mizumoto⁽⁹⁾는 베어링면에 Cavity 를 두고 그 배기구의 저항을 제어하는 방법으로 베어링의 강성을 향상시킬 수 있음을 보고하였다. 베어링의 안정성 향상을 목적의 연구로는 저자⁽¹⁰⁾가 비례-미분 제어되는 경우에 대해 보고한 바 있다.

본 논문에서는 불안정성의 원인이 되는 동압 발생을 억제할 수 있는 방법으로 베어링의 위치가 축의 위치에 대해 일정한 각도 지연을 갖도록 제어되는 것을 제안하고, 여러 각도지연 크기와 제어게인에 따른 안정특성을 이론 해석을 통해 조사하였다.

2. 해석

공기 베어링으로 지지 되는 시스템의 안정 특성을 결정하는 지배 방정식에는 베어링 내의 공기막의 압력 분포를 나타내는 레이놀즈 식과 축-베어링의 운동 방정식이 있다. 본 논문에서는 운전조건에 대해 정상상태의 압력을 계산한 후 베어링이 평형위치에서 미소 섭동한다는 가정하에 강성, 감쇠 계수를 구한후, 축의 운동 방정식에 대해 Routh-Hurwitz 안정 판별조건을 이용하여 축-베어링의 안정 특성을 계산하였다.

2.1 레이놀즈 식과 경계조건

Fig.1은 본 연구의 해석 대상인 2열 급기 외부 가압 공기 베어링으로, Inherently compensated restrictor을 각 열 당 12 개씩 등 간격으로 갖는다. 등 점도, 압축성 유체에 대한 등온 레이놀즈 방정식은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) \\ & = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + 2\Lambda\gamma \frac{\partial}{\partial \tau} (PH) \end{aligned} \quad (1)$$

(1) 식에서 강성, 감쇠 계수를 구하기 위해 P, H에 대하여 다음과 같이 perturbation 법을 사용한다.

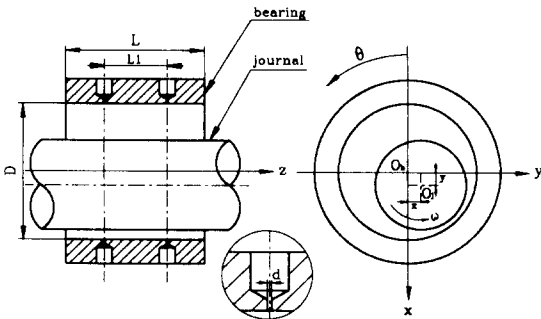


Fig. 1 Bearing coordinate system

$$H = H_o + \varepsilon_1 e^{\tau} \cos \theta + \varepsilon_o \phi_1 e^{\tau} \sin \theta \quad (2)$$

$$P = P_o + \varepsilon_1 e^{\tau} P_1 + \varepsilon_o \phi_1 e^{\tau} P_2 \quad (3)$$

식 (2), (3)을 식 (1)에 대입하여 정리하면 다음의 식들이 얻어진다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(P_o H_o^3 \frac{\partial P_o}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(P_o H_o^3 \frac{\partial P_o}{\partial \zeta} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (P_o H_o) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H_o^3 \frac{\partial (P_o P_1)}{\partial \theta} + 3P_o H_o^2 \cos \theta \frac{\partial P_o}{\partial \theta} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(H_o^3 \frac{\partial (P_o P_1)}{\partial \zeta} + 3P_o H_o^2 \cos \theta \frac{\partial P_o}{\partial \zeta} \right) \\ & = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (H_o P_1 + P_o \cos \theta) + 2j\gamma\Lambda (H_o P_1 + P_o \cos \theta) \end{aligned} \quad (5)$$

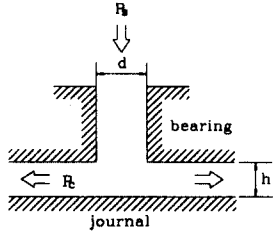
$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H_o^3 \frac{\partial (P_o P_2)}{\partial \theta} + 3P_o H_o^2 \sin \theta \frac{\partial P_o}{\partial \theta} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(H_o^3 \frac{\partial (P_o P_2)}{\partial \zeta} + 3P_o H_o^2 \sin \theta \frac{\partial P_o}{\partial \zeta} \right) \\ & = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (H_o P_2 + P_o \sin \theta) + 2j\gamma\Lambda (H_o P_2 + P_o \sin \theta) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $j = \sqrt{-1}$ 이고 P_1 과 P_2 는 복소수로서 실수 값은 강성, 허수부는 감쇠 계수와 관계된 항이다.

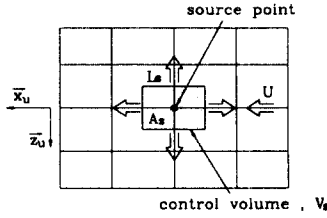
Fig.2는 공기 공급구 주변에서의 흐름을 나타내는 그림이다. 공급구에서의 경계 조건은 공급구를 둘러싼 검사 체적에 대한 유량의 연속성으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \Lambda_t P_s H Q \\ & = \int_L \left(2\bar{\Lambda} P H - H^3 \nabla P^2 \right) \cdot \bar{n} dL + 4\Lambda\gamma \iint_{A_s} \frac{\partial (PH)}{\partial \tau} dA \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 급기 계수는 다음과 같다.



(a) Inherently compensated restrictor



(b) Flow around the source point

Fig. 2 Flow around the restrictor

$$\text{급기 계수 } A_t = \frac{24\mu C_D \pi d \sqrt{9RT}}{P_a C}$$

급기 구 출구에서의 압력과 급기 구를 통해 공급되는 유량은 다음과 같다.

$$P_c = P_o + \varepsilon_1 e^{\tau} P_1 + \varepsilon_o \phi_1 e^{\tau} P_2 \quad (8)$$

$$Q = Q_o + \frac{\partial Q}{\partial \varepsilon_1} \varepsilon_1 e^{\tau} + \frac{\partial Q}{\partial \varepsilon_o \phi_1} \varepsilon_o \phi_1 \quad (9)$$

$$= Q_o + Q_1 \varepsilon_1 e^{\tau} + Q_2 \varepsilon_o \phi_1 e^{\tau}$$

공급 구를 통해 유입되는 유량은 공급 압력과 급기 공 배출 압력의 비에 따라 다음과 같다.

$$\frac{P_c}{P_s} = \lambda \leq \left\{ \frac{2}{\kappa + 1} \right\}^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \text{ 일 경우}$$

$$Q_o = \left\{ \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{2}{\kappa + 1} \right\}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\lambda^{\kappa}} \quad (10)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial (P_c / P_s)} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{P_c}{P_s} = \lambda > \left\{ \frac{2}{\kappa + 1} \right\}^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \text{ 일 경우}$$

$$Q_o = \left\{ \frac{2\kappa}{\kappa - 1} \right\}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\lambda^{\kappa}} \left(1 - \lambda^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial (P_c / P_s)} = \left\{ \frac{2}{\kappa(\kappa - 1)} \right\}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\lambda^{\kappa}} \frac{-(\kappa + 1)/2}{(1 - \lambda)^{\frac{1}{2}}} \quad (13)$$

위에서

$$Q_1 = \frac{P_1}{P_s} \frac{\partial Q}{\partial \left(\frac{P_c}{P_s} \right)} \text{ 이다.}$$

또한 베어링 양단에서 압력이 대기압인 조건과 원주 방향의 압력의 주기성에 의해 다음의 경계 조건이 성립한다.

베어링의 양단

$$P_o = 1$$

$$P_1 = P_2 = 0 \quad (14)$$

주기 조건

$$P_o(\theta, \varsigma) = P_o(\theta + 2\pi, \varsigma)$$

$$P_1(\theta, \varsigma) = P_1(\theta + 2\pi, \varsigma) \quad (15)$$

$$P_2(\theta, \varsigma) = P_2(\theta + 2\pi, \varsigma)$$

2.2 운동 방정식

베어링에 의해 지지 되는 축이 강체이고 축의 운동이 병진 모드로만 일어나는 경우 축의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + b_{xx}\dot{x} + b_{xy}\dot{y} + k_{xx}x + k_{xy}y \\ = b_{xx}\dot{x}_b + b_{xy}\dot{y}_b + k_{xx}x_b + k_{xy}y_b + f_x \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + b_{yy}\dot{y} + b_{yx}\dot{x} + k_{yy}y + k_{yx}x \\ = b_{yy}\dot{y}_b + b_{yx}\dot{x}_b + k_{yy}y_b + k_{yx}x_b + f_y \end{aligned}$$

여기서 f_x, f_y 는 x, y 방향으로의 외력을 나타낸다.

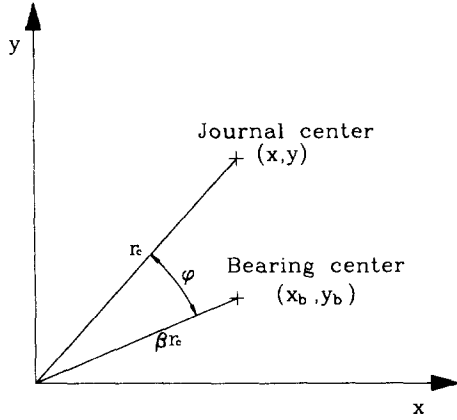


Fig. 3 Definition of Lag angle φ and control gain β

본 논문에서는 기준 위치에 대해 베어링의 중심이 축 중심에 대하여 일정한 각도 지연(φ)과 제어게인(β)를 갖도록 제어되는 경우에 대해 안정 해석을 수행하였다. Fig. 3은 φ 와 β 를 나타내는 그림이다. 이 경우 베어링의 위치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_b &= \beta(x \cos \varphi + y \sin \varphi) \\ y_b &= \beta(y \cos \varphi - x \sin \varphi) \end{aligned} \quad (17)$$

공기베어링의 경우 강성, 감쇠 계수는 축의 회전속도와 선회속도에 영향을 받으므로 안정해석시 이에 대한 고려가 필요하다.

여기서 무차원화 한 후 $X = X_o e^{\tau}$, $Y = Y_o e^{\tau}$ 라 두면, (16)식은 다음과 같은 matrix 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\gamma^2 M + j\gamma B_{11} + K_{11} & j\gamma B_{12} + K_{12} \\ j\gamma B_{21} + K_{21} & -\gamma^2 M + j\gamma B_{22} + K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_o \\ Y_o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

여기서 각 계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_{11} &= K_{xx}(1 - \beta \cos \varphi) + K_{xy} \beta \sin \varphi \\ K_{12} &= K_{xy}(1 - \beta \cos \varphi) - K_{xx} \beta \sin \varphi \\ K_{21} &= K_{yx}(1 - \beta \cos \varphi) + K_{yy} \beta \sin \varphi \\ K_{22} &= K_{yy}(1 - \beta \cos \varphi) - K_{yx} \beta \sin \varphi \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} B_{11} &= B_{xx}(1 - \beta \cos \varphi) + B_{xy} \beta \sin \varphi \\ B_{12} &= B_{xy}(1 - \beta \cos \varphi) - B_{xx} \beta \sin \varphi \\ B_{21} &= B_{yx}(1 - \beta \cos \varphi) + B_{yy} \beta \sin \varphi \\ B_{22} &= B_{yy}(1 - \beta \cos \varphi) - B_{yx} \beta \sin \varphi \end{aligned} \quad (20)$$

X_o 와 Y_o 에 대해서 nontrivial 해를 갖기 위해서는 determinant가 0이어야 하고 이를 만족하는 γ 와 M 이 각각 whirl ratio와 안정 한계 질량이다.

3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 휠 불안정성이 가장 일어나기 쉬운 경우인, 축에 하중이 작용하지 않는 수직으로 놓여진 축에 대해서 안정 해석을 수행하였다.

Fig. 4는 whirl ratio가 0.5인 경우, 베어링 수 변화에 따른 공기 베어링의 강성 계수를 나타내는 그림이다. 그림에서와 같이 강성계수는 베어링 수에 따라 변하고, 특히 연성 성분인 K_{xy} , K_{yx} 는 Whirl 불안정성에 주

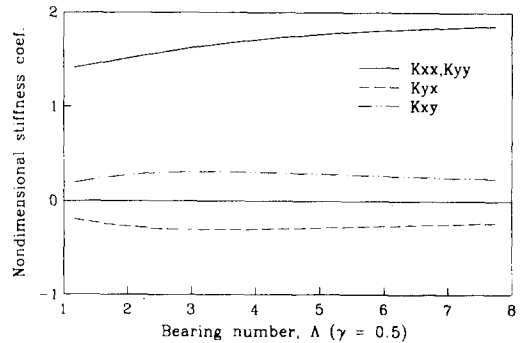


Fig. 4 Stiffness coefficients for various bearing number ($\Lambda_f = 1.48$, $L/D=1$, $L_1/L=0.75$)

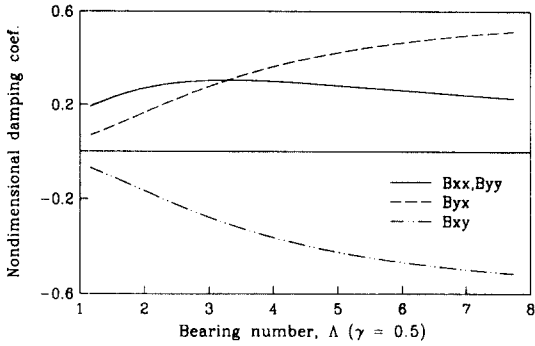


Fig. 5 Damping coefficients for various bearing number ($\Lambda_f = 1.48, L/D=1, L_1/L=0.75$)

요한 원인이 되는 성분이다. Fig. 5는 베어링 수 변화에 따른 공기 베어링의 감쇠계수를 나타내는 그림이다. 공기베어링의 감쇠 계수는 강성 계수에 비하여 상대적으로 매우 적은 크기이다.

능동 공기 베어링의 안정 특성은 각도 지연 크기와 제어게인을 바꾸어 가며 안정 한계 질량과 whirl ratio를 계산하여 고찰하였다.

Fig. 6은 베어링 수가 2인 경우로 φ 의 변화에 따른 축의 안정 한계 질량을 β 가 0.05와 0.1인 경우에 대해 나타낸 그림이다. 그림에서 실선으로 표시된 것은 베어링이 고정된 경우($\beta=0$)의 안정 한계 질량이다. 축의 안정 한계 질량은 φ 에 따라 크게 영향을 받으며 φ 이 0.5π 근방에서 최대값을 그리고 1.5π 근방에서는 베어링이 고정된 경우보다 낮은 최소값을 나타내고 있다. φ 가 π 이면 비례제어와 같은 경우로 이때 β 는 비례제어 게인이다.

Fig. 7은 제어에 따른 whirl ratio를 나타내고 있다. Whirl ratio는 φ 가 $\pi, 2\pi$ 일때 베어링이 고정된 경우와 같은 0.5이고, 대체적으로 안정 한계 질량이 베어링이 고정된 경우 보다 커지는 구간에서는 0.5보다 작은 값을, 작아지는 구간에서는 0.5보다 큰 값을 갖는다.

Fig. 8은 베어링 수가 4인 경우의 제어에 따른 안정 한계 질량을 나타내고, Fig. 9는 whirl ratio를 나타내는

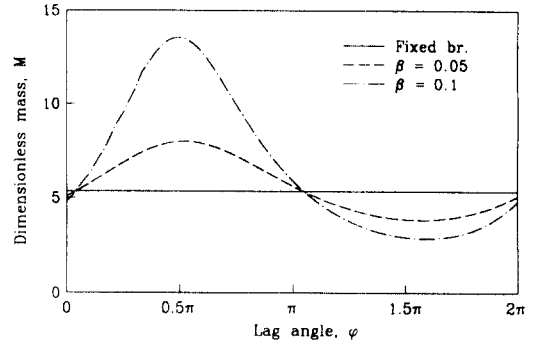


Fig. 6 Stability map of active air bearing ($\Lambda = 2, \Lambda_f = 1.48, L/D=1, L_1/L=0.75$)

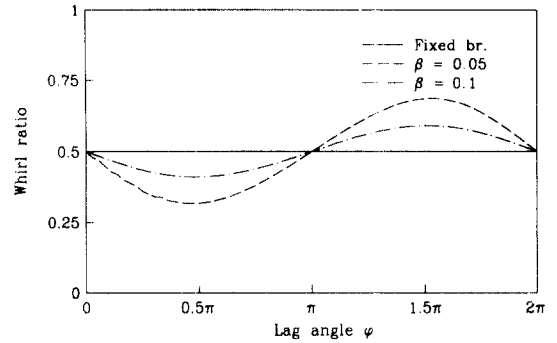


Fig. 7 Whirl ratio of active air bearing ($\Lambda = 2$)

그림으로 베어링 수가 2인 경우와 마찬가지로 φ 가 0.5π 근방에서 안정 한계 질량은 최대값을 whirl ratio는 최소값을 그리고 1.5π 근방에서는 안정 한계 질량은 최소값을 whirl ratio는 최대값을 나타낸다.

4. 결론

본 연구에서는 베어링의 위치가 제어되는 외부 가압 공기 베어링의 안정 특성에 대해 이론적으로 고찰하였다. 기준위치에 대해 베어링의 중심이 축중심과 일정한 각도 지연(φ)을 갖도록 제어되는 능동형 공기 베어링을 대상으로 안정성을 해석한 결과 다음과 같은

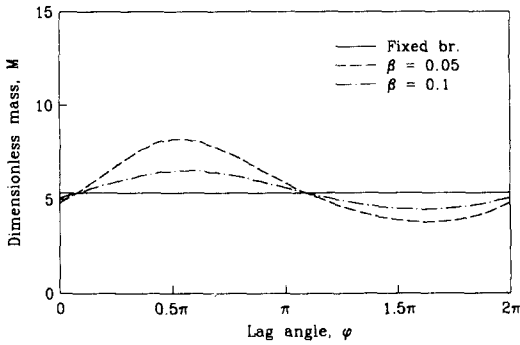


Fig. 8 Stability map of active air bearing
($\Lambda = 2, \Lambda_T = 1.48, L/D=1, L_1/L=0.75$)

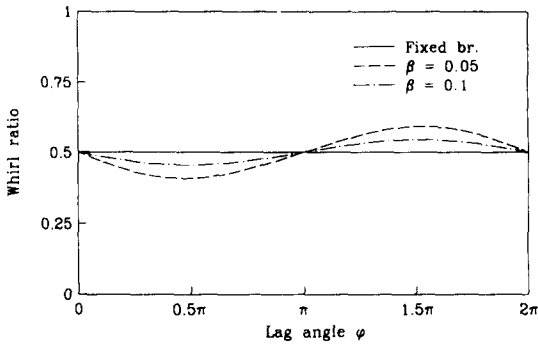


Fig. 9 Whirl ratio of active air bearing ($\Lambda = 4.$)

결론을 얻을 수 있었다.

베어링 중심과 축 중심간의 ϕ 따라 안정 한계 질량은 크게 영향을 받았으며, ϕ 가 π 일 경우 가장 안정성이 우수하였다. 축의 whirl ratio 역시 ϕ 에 따라 영향을 받으며 안정성과는 반비례하는 경향을 보였다.

베어링의 능동 제어를 통해 공기 저어널 베어링의 whirl 불안정성을 효과적으로 억제할 수 있음을 보였다.

기호 및 약호

a_s : 급기공을 둘러싼 검사 체적의 면적

- A_s : $\frac{a}{R^2}$
- b : 공기막의 감쇠 계수
- B : 무차원 감쇠 계수, $\frac{bc\omega}{p_a LD}$
- c : 반경 방향 베어링 틈새
- C_D : 유량 계수, 0.85
- d : 공기 공급구의 직경
- D : 저어널 베어링의 직경
- h : 공기막 두께
- H : 무차원 공기막 두께, $\frac{h}{c}$
- k : 공기막의 강성 계수
- K : 무차원 강성 계수, $\frac{kc}{p_a LD}$
- l_s : 급기공을 둘러싼 검사체적 둘레의 길이
- L : 베어링 길이
- m : 저어널 질량
- M : 무차원 질량, $\frac{mc\omega^2}{p_a LD}$
- \bar{n} : 검사 체적면의 바깥 방향 단위 벡터
- p : 압력
- p_a : 대기압
- p_c : 공급구로부터의 유출 압력
- P : 무차원 압력, $\frac{p}{p_a}$
- P_s : 무차원 공기 공급 압력
- z : 축 방향 좌표
- q : 공기 공급구로 유입되는 질량 유량
- Q : 무차원 질량 유량, $\frac{qRT}{C_D m p_s}$
- R : 저어널의 반경
- \Re : 기체상수
- t : 시간
- β : 베어링의 제어계인
- γ : Whirl Ratio, 축 회전 속도에 대한 축의 선회 속도 비, $\frac{U}{\omega}$
- ζ : 축 방향 좌표
- θ : 원주 방향 좌표
- κ : 기체의 비열비, 1.4
- ϕ : 축 중심과 베어링 중심간의 각도지연 크기

$$A : \text{베어링 수, } \frac{6\mu\omega}{P_a} \left(\frac{R}{c}\right)^2$$

v : 저어널 중심의 회전 각속도

μ : 점성 계수

τ : $j\omega t$

ω : 저어널의 회전 각속도

참고문헌

1. A. Tatara, H. Koike, A. Iwasaki, "The Stability of Flexibly Supported, Externally Pressurized Gas Journal Bearings," Bulletin of the JSME, Vol.16, No.100, Oct. 1973, pp.1573-1579

2. Z. Kazimierski, K. Jarzecki, "Stability Threshold of Flexibly Supported Hybrid Gas Journal Bearing," Journal of Lubrication Technology, Vol. 101, Oct. 1979, pp.451-457

3. Toldl, "Bearing with a Tangential Gas Supply," Gas Bearing Symposium at Univ. of Southampton, April 1967

4. A. Mori, H.Mori, "An Application of Pneumatic Phase Shifting to Stabilization of Externally Pressurized Journal Gas Bearing," Journal of Lubrication Technology, Jan. 1973, pp. 33-41

5. H. Sixsmith, "Applications of Gas Bearing to Miniature Expansion Turbines," Gas Bearing Symposium at Univ. of Southampton, April 1965

6. H. Mori, A.Mori, "A Stabilizing Method of the Externally Pressurized Gas Journal Bearings. - Succeeding Report," Gas Bearing Symposium at Univ. of Southampton, March 1971

7. 김금모, "외부 가압 공기저어널 베어링의 안정성 및 회전 정밀도에 관한 연구", 한국과학기술원 박사학위논문, 1992

8. O.Horikawa, A.Shimokobe,"An Active Air Bearing," JSME International Journal, Series 3, Vol.33, No.1, 1990, pp. 55-60

9. H.Mizumoto, K.Okuno, T.Matsubara, "An Infinite-Stiffness Aerostatic Bearing with an Exhaust-Control Restrictor," International Journal of JSPE, Vol.26, No.3, Sept. 1992, pp. 225-230

10. 이정배, 김경웅, "능동 제어되는 외부 가압 공기 저어널 베어링의 능동 제어에 관한 연구," 대한 기계학회 추계학술대회 논문집 A, 1996, pp.928-933