

공기윤활 슬롯 레스트릭터 저어널 베어링의 슬롯형상변화를 이용한 고속안정성 향상

Improvement of High Speed Stability of Air Lubricated Slot Restrictor
Journal Bearing using Variation of Slot Shape

박 정 구 · 김 경 응
한국과학기술원 기계공학과

기 호 설 명

- a : 슬롯 틈새
- A : 무차원 슬롯 틈새, a/c_r
- B : 감쇠계수, $bc\omega/p_aLD$
- c_r : 반경방향 평균 베어링 간극
- H : 무차원 베어링 틈새
- K : 강성 계수, kc_r/p_aLD
- L : 베어링 길이
- M : 무차원 임계 질량, $mc_r\omega^2/p_aLD$
- P : 무차원 압력, p/p_a
- P_{ss} : 무차원 공급 압력, p_{ss}/p_a
- R_s : 무차원 슬롯 반경, (r_s/r_o)
- r_o : 로우터 반경
- ν : 저어널 중심의 공전 각속도
- τ : νt
- γ : 공전주파수와 자전주파수의 비, ν/ω
- Γ_o : 급기계수, $12\mu C_D r_s \sqrt{RT}/p_a a^2$
- Λ : 베어링수, $6\mu\omega/p_a(r_o/c_r)^2$
- Λ_s : $12\mu\omega/p_a(r_o/a)^2$

1. 서 론

외부가압공기베어링중에서 Fig. 1과 같이 베어링 간극과 비슷한 크기의 간극을 갖는 슬롯을 통하여 공기를 공급하는 형태의 베어링을 슬롯 레스트릭터 공기베어링이라고 한다.

Dee는 슬롯 레스트릭터 베어링을 최초로 제작하였다[1]. Shires & Dee[1]는 베어링면을 하나의 슬롯으로 등가 가정하여 공기 가압 슬롯과 함께 연결되어 있는 계로 보고 슬롯 레스트릭터 베어링을 해석하였다. Rowe[2]는 최초로 유한 차분법을 이용하여 슬롯 레스트릭터 베어링을 해석하였다. Shires[3]는 Dee가 제작한 것과 동일한 베어링에 블리드 스러스트 베어링(bleed thrust bearing)을 설치하여 스러스트 베어링의

갯수 및 형상 치수에 따른 베어링계의 반경방향 및 축방향 부하지지능을 최적화하였다. Rowe[4]는 등은 과정이며, 원주방향으로 슬롯이 8개 이상일때 슬롯내부의 원주방향흐름은 무시되어 반경방향 일차원 흐름이라는 가정을 하여 유한 차분법으로 슬롯 레스트릭터 베어링의 정적 성능을 계산하였고 이 계산 결과와 Dee[1]의 결과를 비교하면서, 로터의 편심율이 0.5 이하일 때에는 Dee[1]의 결과도 타당하다고 주장하였다.

또 Rowe[5]는 2열 급기 슬롯 하이브리드 저어널 베어링을 해석하였다.

Yoshimoto등[6]은 원형 슬롯 레스트릭터 베어링을 인헤런틀리 컴펜세이티드 레스트릭터 베어링과 비교하면서 강성은 전자가 높으며 감쇠는 베어링 간극이 매우 작은 경우를 제외하고는 일반적으로 전자가 낮다는 것을 보였다.

박[7]은 슬롯의 형상을 변화시키는 경우 고속안정성이 우수화 될 수 있음을 주장하였으며 고속안정성이 우수한 슬롯의 형상을 찾아 내었다.

본 연구에서는 공기 윤활 외부가압 슬롯레스트릭터 저어널 베어링의 슬롯의 형상을 변화하는 방법을 이용하여 고속안정성이 우수한 또 다른 슬롯의 형상을 제안하고 제안된 슬롯의 고속안정성을 해석하기로 한다.

2. 공기베어링의 해석

공기윤활베어링의 윤활막내에서의 압력 분포를 계산하기 위해서 Fig. 2와 같은 베어링좌표계에서 공기의 운동을 나타내는 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식으로부터 공기베어링에 대한 레이놀즈 방정식을 유도한다. 이 때 다음과 같은 가정을 하게 된다.

- 베어링의 직경과 길이를 1정도 단위라고 하였을 경우에 베어링의 틈새는 10^{-4} 정도 단위인 경우를 고려하므로 틈새방향의 속도성분은 무시된다.
- 베어링내 공기의 유동은 완전충류상태의 유동이다.
- 관성력항은 압력구배항에 비해 매우 작아 무시된다.
- 점성력은 베어링 틈새방향에 대한 속도의 이차구배

구배만이 고려된다(반경방향이나 축방향에 대한 속도의 이차구배는 무시된다).

- 윤활유체인 공기는 이상기체로 본다.
- 저어널의 베어링 내에서 축방향으로 기울어진 정도가 베어링 틈새보다 매우 작다.
- 베어링 내부 공기의 온도변화는 없다.

위 가정으로 Navier-Stokes 방정식을 간결히 한 후 이에 적당한 속도경계조건을 적용하여 속도분포를 구하고 이를 베어링 틈새방향에 대하여 적분한 형식의 연속방정식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 레이놀즈 방정식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (P H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (P H^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta}) \quad (1)$$

$$= A \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + 2jA \gamma \frac{\partial}{\partial \tau} (PH)$$

단, θ 는 횡방향이며 ζ ($=z/R$)는 축방향을 나타내며 $j = \sqrt{-1}$ 이다.

강성과 감쇠계수를 구하기 위하여 P, H에 대하여 다음과 같이 미소교란법을 사용한다.

$$P = P_0 + \varepsilon_1 e^{\tau} P_1 + \varepsilon_0 \phi_1 e^{\tau} P_2 \quad (2)$$

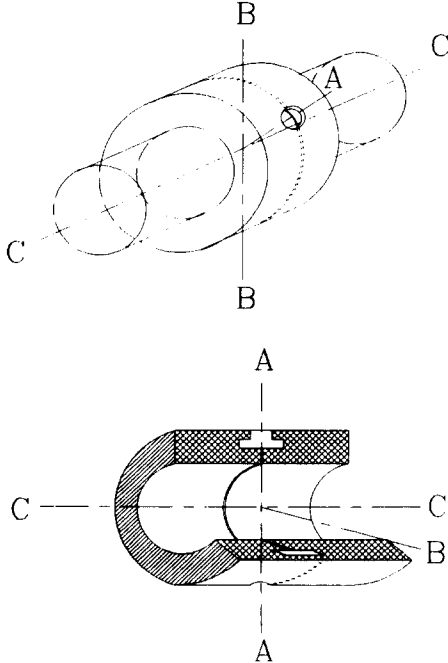


Fig. 1 Configuration of bearing

$$H = H_0 + \varepsilon_1 e^{\tau} \cos \theta + \varepsilon_0 \phi_1 e^{\tau} \sin \theta \quad (3)$$

여기서 P_1 과 P_2 는 복소수로서 실수부의 값은 강성, 허수부는 감쇠계수와 관계된 항이다.

다음 슬롯내의 공기막에 대한 레이놀즈 방정식을 식 (1)의 가정과 같은 가정(단, 다른점이라면 식 (1)의 축방향에 다음 식에서는 슬롯의 틈새방향이 된다는 것임)으로 구하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R P_s \frac{\partial P_s}{\partial R}) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (\frac{1}{R} P_s \frac{\partial P_s}{\partial \theta})$$

$$= j \gamma A_s \frac{\partial P_s}{\partial \tau} \quad (4)$$

이때 R 은 슬롯내의 반경방향을 나타내는 좌표로서 베어링 중심으로부터 임의의 슬롯 내부까지 반경방향 거리를 로터의 반경으로 무차원한 형태이므로 최소 1에서 최대 $R_s + 1$ 까지의 값을 갖게 된다(단, R_s 는 슬롯의 반경방향 두께를 로터의 반경으로 무차원한 값이다).

식 (4)를 압력에 대하여 미소교란한다.

식 (1)과 식 (4)를 미소교란한 식을 풀기 위하여 다

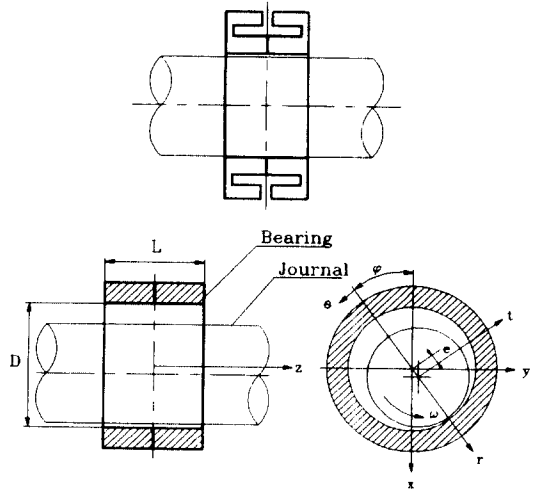


Fig. 2 Bearing coordinate system

음과 같은 경계 조건을 이용한다.

1) 베어링의 양 끝단 ($\zeta = +L/D, -L/D$)

$$P_0 = 1, P_1 = P_2 = 0 \quad (5)$$

2) 주기조건

$$\begin{aligned} P_0(\theta, \zeta) &= P_0(\theta + 2\pi, \zeta) \\ P_1(\theta, \zeta) &= P_1(\theta + 2\pi, \zeta) \\ P_2(\theta, \zeta) &= P_2(\theta + 2\pi, \zeta) \end{aligned} \quad (6)$$

3) 공기공급구 부분

가압공기가 슬롯으로 유입되는 부분에서의 유량보존식은 다음과 같다.

$$\Gamma_o P_s Q = R_s P_s \frac{\partial P_s}{\partial R} \quad (7)$$

슬롯과 베어링면이 접해있는 부분의 무차원 유량보존식은 다음과 같다.

$$\left(\frac{a}{c_r} \right) P_s \frac{\partial P_s}{\partial R} \Big|_i + H^3 P \frac{\partial P}{\partial \theta} \Big|_i$$

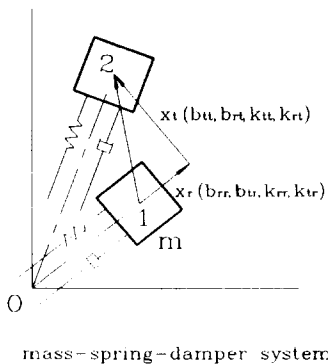
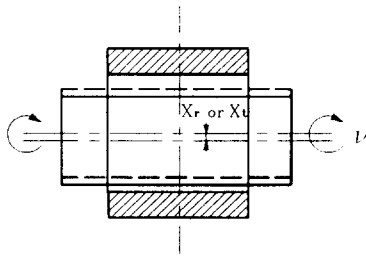


Fig. 3 Vibration mode of journal and equivalent system

$$= 2H^3 P \frac{\partial P}{\partial \zeta} \Big|_o + H^3 P \frac{\partial P}{\partial \theta} \Big|_o \quad (8)$$

L 은 베어링의 길이이다.

계산하여 구해진 압력을 적분하면 유막력, 강성 및 감쇠 계수를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} F_r \\ F_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f_r}{p_a L D} \\ \frac{f_t}{p_a L D} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2L/D} \iint (P_0 + \epsilon_1 e^r P_1 + \epsilon_0 \phi_1 e^r P_2) \\ &\times \begin{bmatrix} -\cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\zeta \end{aligned} \quad (9)$$

P_1, P_2 는 복소수 이므로 여기서 새로운 복소변수 Z 를 도입하면 식(8)은 다음과 같이 된다.

$$F_r = F_{r_0} + Z_{r_r} \epsilon_1 e^r + Z_{r_n} \epsilon_0 \phi_1 e^r \quad (10)$$

$$F_t = F_{t_0} + Z_{t_r} \epsilon_1 e^r + Z_{t_n} \epsilon_0 \phi_1 e^r \quad (11)$$

여기서

$$\begin{bmatrix} F_{r_0} \\ F_{t_0} \end{bmatrix} = \frac{1}{2L/D} \iint P_0 \begin{bmatrix} -\cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\zeta \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{r_r} \\ Z_{r_n} \end{bmatrix} = \frac{1}{2L/D} \iint P_1 \begin{bmatrix} -\cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\zeta \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{t_r} \\ Z_{t_n} \end{bmatrix} = \frac{1}{2L/D} \iint P_2 \begin{bmatrix} -\cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\zeta \quad (14)$$

$Z = K + j\gamma B$ 이며 실수항 및 허수항이 각각 강성계수 및 감쇠계수를 나타낸다.

3. 제어널의 운동방정식

본 해석에서 다루는 베어링-로터 시스템은 다음과 같다.

- 로터는 강체이다.
- 베어링의 마운팅은 강체이다.
- 로터의 회전 모우드는 병진 모우드이다.

Fig. 3.은 본 연구에서 다룬 병진 모우드 그리고 베어링-로터 시스템과 동가의 시스템을 나타내는 질량-스프링-댐퍼 시스템을 나타내고 있다. 동가 시스템에서 중심 O 는 베어링의 중심을 나타내며 로터가 1점에

서 2점으로 움직였을 때의 상황을 나타내고 있다. 이를 기술한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & -\gamma^2 M \frac{d^2 X_r}{d\tau^2} + j\gamma B_{rr} \frac{dX_r}{d\tau} + j\gamma B_{rr} \frac{dX_l}{d\tau} \\
 & + K_{rr} X_r + K_{ll} X_l = 0 \\
 & -\gamma^2 M \frac{d^2 X_l}{d\tau^2} + j\gamma B_{ll} \frac{dX_l}{d\tau} + j\gamma B_{lr} \frac{dX_r}{d\tau} \\
 & + K_{ll} X_l + K_{lr} X_r = 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\text{단, } X_r = X e^{\tau}, \quad X_l = Y e^{\tau} \tag{16}$$

라 두고, 식 (15)를 $[X \ Y]^T$ 에 대한 행렬방정식 형태로 나타낸다. 이 방정식의 의미있는 해를 얻기 위해 행렬의 절대값이 0이 되어야 하므로 실수부와 허수부를 나누어 각각 0으로 두면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 & (K_{rr} - \gamma^2 M)(K_{ll} - \gamma^2 M) \\
 & - \gamma B_{rr} \gamma B_{ll} - K_{lr} K_{lr} + \gamma B_{lr} \gamma B_{lr} = 0
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$M = \frac{K_{rr} \gamma B_{ll} + K_{ll} \gamma B_{rr} - K_{lr} \gamma B_{lr} - K_{lr} \gamma B_{lr}}{\gamma^2 (\gamma B_{rr} + \gamma B_{ll})} \tag{18}$$

윗식에서 불안정회전 시작시의 공전주파수와 자전주파수의 비 γ 와 무차원 임계 질량 M 을 구하여 안정성을 판별하게 된다. 공기베어링의 동특성계수는 γ 에 따라 변한다. 여기서 말하는 동특성계수란 식 (17)과 식 (18)의 강성과 감쇠 계수를 말한다. 이 강성과 감쇠 계수를 구하기 위하여 우선 식 (1)을 풀어야 한다. 식 (1)을 풀기 위하여 불안정회전 시작시의 공전주파수와 자전주파수의 비 γ 를 가정하고 식 (17)과 식 (18)까지 풀게 된다. 이 때 처음 가정한 γ 값과 식 (17)과 식 (18)에서 구한 γ 값이 다르면 γ 를 다시 수정하여 식 (1)에서 부터 다시 되풀이 한다. 이와 같은 과정을 거쳐 두 γ 값이 서로 일치하도록 계산을 반복하여 최종적으로 γ 와 그때의 M 을 구한다.

이때 구해진 무차원 임계 질량 M 은 불안정회전 시작시의 무차원 질량으로서, 사용하고자 하는 로터의 무차원 질량이 이값 보다 작으면 베어링 시스템은 안정하며 이값 보다 크면 베어링 시스템이 불안정함을 의미하므로서 고속안정성의 척도로 사용할 수 있다.

4. 변화된 슬롯의 형상

슬롯 레스트리クター를 이용할 경우에 윤활제인 공기는 슬롯을 통과하여 베어링면으로 공급되므로 슬롯의 형상에 따라서 베어링면의 압력분포가 변화된다. 슬롯을 통과한 후의 압력분포는 슬롯의 형상을 이용하여 변화시킬 수 있으며 슬롯의 형상을 원주방향에 대하여 변화시키면 베어링면으로 유입되는 공기의 원주방향 압력분포가 변화되므로 베어링내로 유입되는 공기의 압력분포가 전체 베어링-로우터 시스템의 고속안정성을 향상시키는 분포가 되도록 할 수 있다[7]

Table 1 design parameter

내 용	기 호
슬롯의 틈새/베어링의 틈새 = 무차원슬롯틈새	A
슬롯 반경/로터 반경-1 = 무차원슬롯반경-1	$R_s - 1$
급 기 계 수	Γ_0
베 어 링 수	Λ
공급공기 절대압력 / 대기압 = 무차원공급압력	P_{ss}
길이대 직경비 (베어링길이/로우터직경)	L/D

Table 1의 변수중에 베어링수는 5, 무차원공급압력은 5, 길이대직경비는 1로 두고 무차원슬롯틈새와 무차원슬롯반경, 그리고 급기계수를 변화시키는 슬롯의 형상에 대하여 고려해 보기로 한다.

5. 해석 결과

Fig. 4에 나타난 슬롯의 형상을 보면 무차원 슬롯 저항 길이가 원주 방향에 대하여 일정하지 않다. 두 가지의 슬롯 저항 길이 중 작은 길이를 \bar{R}_s 이라 하고 큰 길이를 \bar{R}_s' 라 한다. ϕ_0 는 그림의 수직축(부하 방향)으로부터 \bar{R}_s 의 중심까지의 반시계방향 각도이며 ϕ_1 은 무차원 슬롯 저항 길이가 \bar{R}_s 인 부분의 원주각도이다. 베어링 좌표계는 Fig. 2와 동일하다.

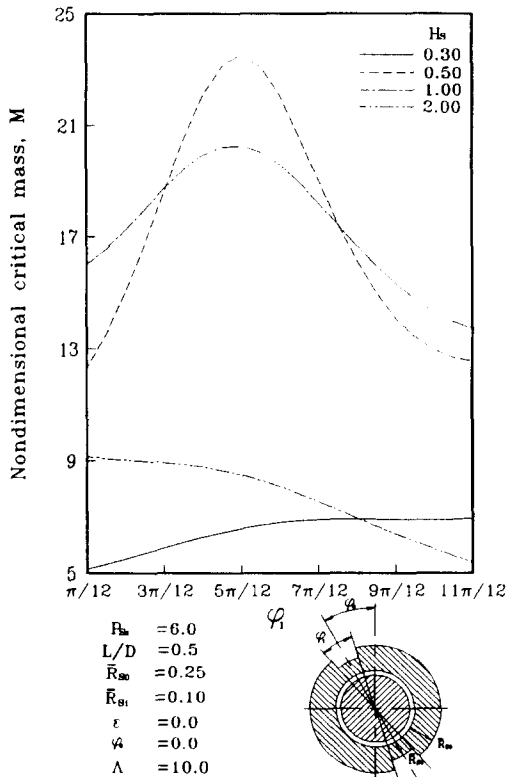


Fig. 4 Nondimensional critical mass of bearing system with slot restrictor with variable slot resistance length (using another kind of slot resistance length in two parts)

Fig.4는 \bar{R}_{s_1} 를 0.25로 \bar{R}_{s_2} 을 0.10으로 하고 슬롯 간극 0.3, 0.5, 1.0, 2.0의 각각의 경우에 φ_1 을 $\pi/12 \sim 11\pi/12$ 까지 변화시킬 때 병진 모드인 경우 무차원 질량의 변화를 나타낸다. 해석 결과 무차원 슬롯 간극이 0.5, φ_1 이 $5\pi/12$ 정도일 경우 무차원임계질량이 매우 상승함을 볼 수 있다.

Fig. 5는 φ_1 을 $5\pi/12$ 와 $10\pi/12$ 의 두 경우로 택하고 무차원슬롯틈새를 0.1에서 1.1까지 변화시키는 경우의 무차원임계질량의 변화를 나타낸다. φ_1 이 $5\pi/12$ 정도인 경우에 무차원슬롯틈새가 0.5부근일 때 임계 질량의 값이 증가하는 결과를 보이며 이 경우 무차원 슬롯틈새의 크기를 1.1이상 계속 증가시키면 임계질량의 값이 다시 저하하는 결과를 갖는다.

Fig. 6에 나타난 슬롯의 형상은 다음과 같다. φ_1 을

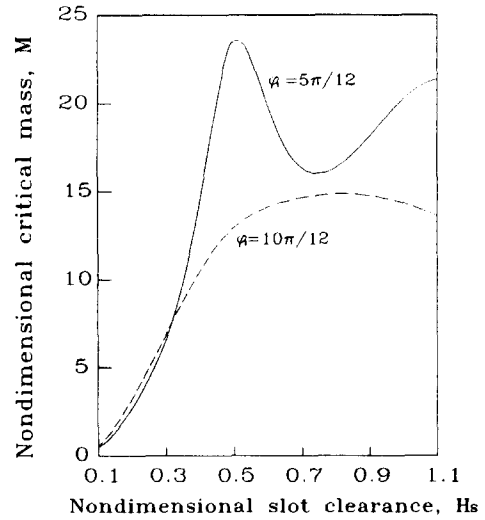


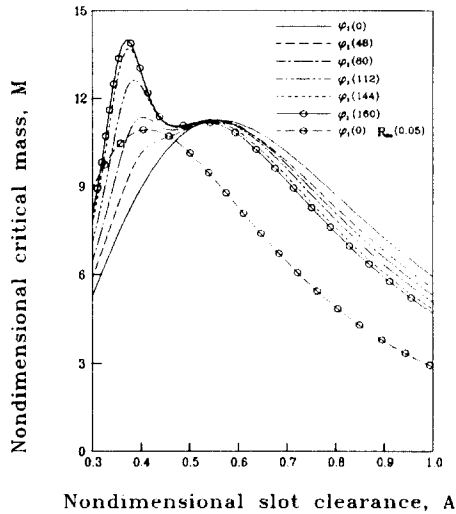
Fig. 5 Nondimensional critical mass of air lubricated slot restrictor journal bearings with circumferential variations of nondimensional slot clearance

주기로 갖는 코사인함수 형태의 형상이 원주방향으로 두 부분에 존재하여 원주 방향 압력 분포를 만든다. 이와 같은 형상을 갖는 베어링의 무차원임계질량을 관찰하면 다음과 같다.

φ_1 이 0인 경우는 무차원슬롯반경이 원주방향에 대하여 변하지 않는 경우이다. 그림에서 그런 경우는 두 가지가 있는데, 한 경우는 무차원슬롯반경이 0.125로 일정한 경우이며 나머지 경우는 무차원슬롯반경이 0.05로 일정한 경우이다. 무차원슬롯반경이 0.125로 일정한 경우로부터 φ_1 을 증가시키면 무차원슬롯틈새가 0.4근방인 부분에서 무차원임계질량이 증가하고 차츰 다시 감소하는 결과를 보인다.

6. 결 론

무차원 슬롯 저항 길이를 원주방향에 대하여 변화시키면 무차원 슬롯 간극의 변화에 대하여 무차원임계질



$R_{fs} = 5.0$
 $L/D = 1.0$
 $R_{ss} = 0.125$
 $R_{si} = 0.05$
 $\epsilon = 0.0$
 $\psi = 0.0$
 $\Lambda = 5.0$

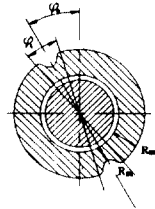


Fig. 6 Nondimensional critical mass vs. nondimensional slot clearance of air lubricated slot restrictor journal bearings with circumferential variations

량의 값이 약 5%에서 30%까지 증가한다.

첫 번째의 형상에 대한 결론은 다음과 같다. 무차원 슬롯틈새 및 ϕ_1 에 여러 가지 값을 대입하여 계산한 결과 무차원슬롯틈새는 약 0.5부근에서, ϕ_1 은 약 90도 부근에서 매우 우수한 고속안정성을 보임을 알 수 있다.

두 번째의 형상에 대한 결론으로는 무차원슬롯틈새의 값은 약 0.4부근에서, 그리고 ϕ_1 은 그림에 나온 결과에 의하면 180도 인 경우 가장 우수한 고속안정성을 보이는 것으로 나타났다.

참고 문헌

- [1] Shires, G.L. & Dee, C.W., "Pressurized Fluid Bearings with Inlet Slots", Proc. Gas Bearing Symp., Univ. Southampton, paper No. 7, 1967
- [2] Rowe, W.B. & Stout, K.J., "Design of Externally Pressurized Gas-Fed Journal Bearings Employing Slot Restrictors", Tribology 1973
- [3] Shires, G.L. & Collins, R., "The Interaction of Radial and Axial Loads on a Slot Fed Journal Bearing with Bleed Thrust Face", Proc. Gas Bearing Symp., Univ. Southampton, paper No. A5, 1974
- [4] Rowe, W.B. & Stout, K.J. & Porritt, T.E., "The Performance of Externally Pressurized Slot Restricted Journal Bearings", Proc. Gas Bearing Symp., Univ. Southampton, paper No. A6, 1974
- [5] Rowe, W.B. & Stout, K.J. & Tawfik, M., "Characteristics of Slot Entry Hybrid Gas Bearings", Proc. Gas Bearing Symp., Univ. Southampton, paper No.11, 1981
- [6] Yoshimoto, S., Nakano, Y., Kakubari, T., "Dynamic Properties of Externally-Pressurized Gas Journal Bearings with Circular Slot Restrictors", JSME Bull., Vol. 27, No. 229, 1984, pp.1537-1543
- [7] 박정구, 김경웅, "슬롯 레스트리터 공기 저어널 베어링의 고속안정성 향상", 대한기계학회논문집, 제19권, 제10호, 1995, pp.2413-2420