

유한차분 감도해석법을 이용한 판의 구조동특성 변경

°유성근* , 장경진** , 박영필***

(Structural Dynamic Modification of Plate using Finite Difference Sensitivity Method)

(Sung-Keun Yoo* , Kyoung-Jin Chang** , Young-Pil Park***)

1. 서론

통상 기계구조물을 수치해석하는 경우에는 대상계의 운동방정식을 이산화된 요소행렬의 합으로 표현하고 변분원리에 기초하여 해석하는 유한요소법을 사용한다. 그런데, 유한요소 모델이 실제 대상계와 치수, 재료, 물성치 등에 있어서 차이가 나거나, 혹은 동적특성의 개선을 위해서 모델의 구조 및 물성치를 바꾸고자 하는 경우에 시행착오적인 방법을 사용하여 처음부터 설계를 반복하는 것은 비합리적이다. 이때 구조물의 동적특성을 좌우하는 설계변수의 변화가 전체 구조계에 미치는 영향을 알고 있다면 설계변경의 결과를 직접 예측할 수 있고, 구조계 중에 부정확한 요소가 포함된 경우 이들의 오차가 계의 동특성에 어떤 영향을 미치는가도 파악 할 수 있다. 기계구조물의 동적거동에 관한 연구로 Fox and Kapoor[1]는 대형행렬의 고유치와 고유벡터에 대한 감도를 유도하였고, Hirai and Kashiwaki[2]은 구조물의 특정 부위를 변화시키는 연구를 하였으며, Nelson[3]은 고유벡터의 감도를 간략하게 구하는 알고리즘을 제안하였다. Lim, M.K.[4]은 기존의 모달좌표계에서 고유벡터의 감도를 구하는 방법과 Nelson의 방법을 비교하였고, 손국일[5]은 감도해석을 이용하여 설계변수를 추종하였다. 한편, Vanhonacker Patrick[6]은 기계구조물의 고유치와 고유벡터를 미분과 유한차분법으로 구하였고, Thomas R. Sutter[7]등은 유한차분법과 모달좌표계법, 수정된 모달방법, 넬슨의 방법으로 고유벡터를 계산하고 비교하였다.

미분을 수식적으로 유도하여 감도해석에 이용하는 방법들은 모델이 복잡하면 적용하기 어렵고 사용할 수 있는 설계변수도 탄성계수, 밀도, 판의 두께등 소수의 물성치에 머무르므로 구조물의 기하학적 형상을 변경시키는 형상최적화에는 적용하기가 어렵다. 이때, 유한차분 감도해석법을 사용하면 형상변경이나 복잡한 대상계에도 적용하는 것이 용이하다. 따라서 본 연구에서는 판 구조물에 대하여 고유치와 고유벡터의 감도를 직접 미

분법으로 구한 결과와 유한차분법으로 구한 결과에 대하여, 정확성과 수렴속도 및 시간등에서의 효율성을 비교하였다. 한편, 판구조물의 복잡한 단면형상을 설계변수로 하여 동특성을 변경시키려면 반복 계산시 유한요소 모델링에 수고가 따르게 되므로, 이를 등가의 동특성을 갖는 보가 보강된 판구조물로 대체해서 보의 단면치수를 설계변수로 하여 손쉽게 구조변경을 수행하였다. 아울러, 판구조물의 확장된 예로서 에어컨 베이스판(base panel) 모델에 대하여 기하학적 형상을 설계변수로 사용하고 유한차분 감도해석법을 이용하여 구조동특성을 변경하였다. 이때 모달벡터의 감도는 Nelson 방법을 적용하여 효율적으로 계산하였다.

2. 감도해석이론

2.1. 고유진동수의 감도

비감쇠 계의 고유치 문제는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{ [K] - \lambda_r [M] \} \phi_r = 0 \quad (1)$$

여기서, λ_r 은 r 번째 고유치를, ϕ_r 는 r 번째 고유벡터를 의미한다.

고유치 λ_r 의 설계변수 P_i 에 대한 감도를 구하면

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial P_i} = \phi_r^T \left\{ \frac{\partial [K]}{\partial P_i} - \lambda_r \frac{\partial [M]}{\partial P_i} \right\} \phi_r \quad (2)$$

이 된다[1]. 위식으로 부터 고유진동수 f_r 의 감도를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_r}{\partial P_i} &= \frac{1}{8\pi^2 f_r} \phi_r^T \frac{\partial [K]}{\partial P_i} \phi_r \\ &\quad - \frac{f_r}{2} \phi_r^T \frac{\partial [M]}{\partial P_i} \phi_r \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 고유벡터의 감도

2.2.1 모달좌표계에서의 표현

고유벡터 ϕ_r 의 설계변수 P_i 에 대한 감도를 $\phi_{r,j}$ ($j = 1, 2 \dots n$)을 기본좌표계로 하는 모달좌표계

* 한전기공(주), 정회원

** 연세대학교 기계공학과 대학원, 정회원

*** 연세대학교 기계공학과, 정회원

상에 다음과 같이 나타낸다[4].

$$\frac{\partial \phi_r}{\partial P_i} \triangleq \sum_{j=1}^n \eta_{rj} \phi_j = [\Phi] \eta_r \quad (4)$$

여기서, $[\Phi]$ 는 모달행렬을, η_r 은 모달좌표계를 나타낸다. 이때 식(1)을 미분한 식에 식(4)를 대입하여 η_r 을 유도하면 다음과 같다.

① $r \neq j$ 인 경우

$$\eta_r = \frac{\phi_j^T \left\{ \frac{\partial [K]}{\partial P_i} - \lambda_r \frac{\partial [M]}{\partial P_i} - \frac{\partial \lambda_r}{\partial P_i} [M] \right\} \phi_r}{\lambda_r - \lambda_j} \quad (5)$$

② $r = j$ 인 경우

$$\eta_{rr} = -\frac{1}{2} \frac{\phi_r^T \frac{\partial [M]}{\partial P_i} \phi_r}{\phi_r^T \frac{\partial [M]}{\partial P_i} \phi_r} \quad (6)$$

위의 모달좌표계에 의한 방법에서는 고유벡터의 감도를 구하기 위해 전체 고유모드를 모두 계산하여야 하기 때문에 자유도가 큰 구조물의 감도해석에는 다음의 Nelson 방법을 사용하는 것이 효율적이다.

2.2.2 Nelson의 방법

식(1)을 설계변수로 미분한 식은

$$\{ [K] - \lambda_r [M] \} \frac{\partial \phi_r}{\partial P_i} = - \left\{ \frac{\partial [K]}{\partial P_i} - \lambda_r \frac{\partial [M]}{\partial P_i} - \frac{\partial \lambda_r}{\partial P_i} [M] \right\} \phi_r \quad (7)$$

이고, 이를 다시 다음과 같이 표현한다.

$$[G] \frac{\partial \phi_r}{\partial P_i} = f \quad (8)$$

여기서, $[G] = \{ [K] - \lambda_r [M] \}$

$$f = - \left\{ \frac{\partial [K]}{\partial P_i} - \lambda_r \frac{\partial [M]}{\partial P_i} - \frac{\partial \lambda_r}{\partial P_i} [M] \right\} \phi_r$$

이다.

$[G]$ 의 차수(rank)는 $n-1$ (n : 전체자유도)이고 ϕ_r 은 $[G] x = 0$ 의 영공간(nullspace) 중의 하나이므로,

$$[G] \phi_r = 0 \quad (9)$$

가 성립한다.

식(8)을 풀어서 얻은 특이해를 g 라 하면 $[G] g = f$ 이고, 여기에 식(9)를 이용하면

$$[G] \{ g + \gamma \phi_r \} = f \quad (10)$$

이 성립한다. 고유벡터의 감도를 계산하기 위해서는 위 식의 γ 를 구하여야 한다.

식(9)에서 $[G]$ 를 분할하여 완전랭크(full rank)로 만들기 위해 p 열을 이항하면

$$\begin{bmatrix} [G_{jj}] & [G_{nj}]^T \\ [G_{nj}] & [G_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_j \\ \phi_n \end{Bmatrix} = -\phi_p \begin{Bmatrix} G_{jp} \\ G_{np} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

이 되고, σ 를 같은 방법으로 정리하면

$$\begin{Bmatrix} \sigma_j \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = [g]^{-1} \left\{ -\sigma_p \begin{Bmatrix} G_{jp} \\ G_{np} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_j \\ f_n \end{Bmatrix} \right\} \quad (12)$$

이 되며, 이때

$$[g] \triangleq \begin{bmatrix} [G_{jj}] & [G_{nj}]^T \\ [G_{nj}] & [G_{nn}] \end{bmatrix} \text{ 이다.}$$

$[G]$ 의 차수는 $n-1$ 이기 때문에 σ 는 무한개의 해가 존재하므로 그 중 $\sigma_p = 0$ 인 σ 를 선택하면, 식(12)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_j \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = [g]^{-1} \begin{Bmatrix} f_j \\ f_n \end{Bmatrix}, \quad \sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_j \\ 0 \\ \sigma_n \end{Bmatrix} \quad (13)$$

γ 를 구하기 위하여 $\phi_r^T [M] \phi_r = 1$ 의 양변을 미분

한 식에 $\frac{\partial \phi_r}{\partial P_i} = g + \gamma \phi_r$ 을 대입하면

$$\gamma = -\frac{1}{2} \left\{ 2 \phi_r^T [M] g + \phi_r^T \frac{\partial [M]}{\partial P_i} \phi_r \right\} \quad (14)$$

이 된다. 위 식에서 γ 를 계산하면, 고유벡터의 감도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \phi_r}{\partial P_i} = g_{ri} + \gamma \phi_{ri} \quad (15)$$

Nelson의 방법은 고유모드를 모두 계산해야 할 필요가 없으므로 계산시간이 빠르다. 이 방법을 사용할 때 p 항을 고유벡터의 항중 되도록 큰 항으로 선정하는 것이 계산의 정확도를 높이는데 좋다.

2.3 유한차분법을 이용한 감도해석

감도해석을 하기 위해서는 설계변수에 대한 모델의 질량행렬과 강성행렬의 미분값이 필요하다. 그러나, 직접미분을 이용한 감도해석법은 대상계가 복잡하거나 유한요소 입력정보를 이용한 수식화가 복잡한 경우에 적용이 쉽지 않다. 따라서 이런 경우는 유한요소의 종류나

인자에 관계없이 일반적으로 수식화가 가능한 수치해석적 미분방법이 감도해석에 사용되어야 한다.

함수 $y = f(x)$ 의 점 Q 에서 미분은 $\Delta x \rightarrow 0$ 으로 수렴할 때, 다음과 같이 근사되어 진다.

$$f'(x)_Q = \left(\frac{dy}{dx} \right)_Q = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_Q \simeq \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_Q \quad (16)$$

즉, 설계변수 P 에 대한 질량 및 강성행렬의 미분 $\frac{\partial [M]}{\partial P}$ 및 $\frac{\partial [K]}{\partial P}$ 는 각기 $\frac{[\Delta M]}{\Delta P}$ 및 $\frac{[\Delta K]}{\Delta P}$ 로 근사시킬 수 있다. 설계변수의 미소 변

화량 ΔP 는 일반적으로 설계변수 변경량의 $10^{-2} \sim 10^{-6}$ 배로 사용한다[8]. 여기서 ΔP 의 값이 너무 크면 유한차분법의 근사의 가정이 위배되고 너무 작으면 반복계산시 오차가 발생한다.

2.4 구조변경량의 산출

목적변수 F 를 설계변수 P 의 함수로 하여 테일러 급수의 2차이상의 고차항을 0이라 가정하고 행렬식으로 나타내면

$$\Delta F = [Z] \Delta P \quad (17)$$

이 된다.

여기서,

$$[Z] = \left[\frac{\partial F(P)}{\partial P_i} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial P_1}, \frac{\partial F_1}{\partial P_2}, \dots, \frac{\partial F_1}{\partial P_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial P_1}, \frac{\partial F_2}{\partial P_2}, \dots, \frac{\partial F_2}{\partial P_n} \\ \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial P_1}, \frac{\partial F_n}{\partial P_2}, \dots, \frac{\partial F_n}{\partial P_n} \end{bmatrix}$$

이다.

이때 설계변수의 수 m 과 목적변수의 수 n 중 작은 값이 랭크와 일치하는 완전랭크(full rank)의 문제에서는 ΔP 를 다음과 같은 Moor-Penrose 역행렬로 구한다[9].

① $n > m$ 인 경우

$$\Delta P = ([Z]^T [Z])^{-1} [Z]^T \Delta F \quad (18)$$

② $n \leq m$ 인 경우

$$\Delta P = [Z]^T ([Z] [Z]^T)^{-1} \Delta F \quad (19)$$

계산된 설계변수 변경량을 이용하여 다음과 같이 설계

변수를 변화시킨다.

$$P_{update} = P_{old} + \Delta P \quad (20)$$

새로운 설계변수 P_{update} 를 대입하여 해석하면 목적치와 오차가 발생하는데, 이것은 비선형적인 요소인 테일러 시리즈의 고차 감도를 생략하고 일차 감도만을 사용하였기 때문이다. 따라서 이와같은 설계변수 계산 및 구조변경 작업을 수렴할 때까지 반복 수행한다.

3. 모의실험 I

단순 평판(flat plate)과 보(beam)가 보강된 평판에 대하여 넬슨방법으로 고유치 및 고유벡터의 감도를 구하고, 이때 감도계산을 위해 미분법을 쓴 경우와 유한차분법을 사용한 경우를 비교하였다. 단순 평판에서는 판의 두께를, 보가 보강된 평판에서는 판의 두께와 보의 폭과 높이를 설계변수로 하였다. 목적변수는 각각 저차의 고유진동수와 고유벡터로 하여 임의의 값을 선정하였다.

3.1 단순판 구조물

Fig.1은 9개 직사각형 요소로 구성된 고정-자유 경계 조건을 갖는 판 구조물이다. 각 절점은 3 자유도를 갖고 판의 길이는 300 mm, 폭은 120 mm 이고, 두께는 3 mm 이며, 목적변수(object variables)는 1, 2차 고유진동수 f_1, f_2 와 1, 2차 고유벡터 중 Fig.1에 큰 ●으로 표시된 절점의 정규화된 병진진폭 ϕ_1, ϕ_2 로 선정하였다. 모델의 설계변수는 요소 ① - ④ - ⑦의 두께 t_1 , 요소 ② - ⑤ - ⑧의 두께 t_2 , 요소 ③ - ⑥ - ⑨의 두께 t_3 로 하였다.

위 모델이 임의로 선정한 설계변수의 고유진동수와 고유벡터를 추적하도록 하기 위하여 설계변수 $t_1 = 3.6$, $t_2 = 2.7$, $t_3 = 3.9$ 일 때 얻어진 1차 및 2차의 고유진동수와 표시된 지점에서의 1차 및 2차의 병진진폭을 목적변수로 취하였다. 목적변수의 초기치 및 목적치는 Table 1과 같다.

수렴성은 현재 목적변수와 전회 계산된 목적변수의 차이의 2-놈(2-norm) 즉, $\|\Delta F\|_2$ 의 수렴여부로 판정하였다. 미분법 및 유한차분법을 각기 적용하여 개선한 목적변수 및 수렴회수를 Table 1에서 비교하였고, 이때에 반복계산상 $\|\Delta F\|_2$ 를 Fig.2에 나타내었으며, Fig.3에 주파수응답함수를 나타내었다. Fig.2에서 Direct는 직접미분감도를, FDS(Finite Difference Sensitivity)는 유한차

분감도를 사용해서 얻은 수렴된 결과를 나타낸다. 위의 결과로 부터 적용이 간편한 유한차분법으로도 미분법으로 얻을 수 있는 수렴회수와 정확성에 거의 근사한 결과를 얻을 수 있었다.

3.2 보가 보강된 판

동특성 개선을 위하여 판 구조물의 형상을 변화시킬 경우, 판구조물의 복잡한 형상을 설계변수로 하여 감도 해석을 수행하는 것은 유한요소 모델링시 많은 시간을 요하게 되므로, 이를 개선하기 위하여 특정단면 형상의 판구조물과 등가의 동특성을 나타내는 보가 보강된 판을 이용하여 보강보의 단면치수를 설계변수로 하여 감도 해석을 수행하였다. Fig.4는 24 개의 직사각형 판 요소와 6 개의 보요소를 갖는 보 2 개가 합쳐진 고정-자유 경계조건을 갖는 보가 보강된 판이다. 판의 길이는 300 mm, 폭은 120 mm 이고 두께는 3 mm 이며, 보의 단면적은 모두 $5 \times 5 \text{ mm}^2$ 이다. 목적변수는 1, 2차 고유진동수 f_1, f_2 와 전체 절점(30점)에서의 정규화된 1차 고유벡터의 병진성분으로 정하였고, 설계변수는 판 전체 요소의 두께 t 와 보 A의 단면의 폭 a 와 높이 b , 보 B의 단면의 폭 a_1 과 높이 b_1 으로 하였다. 이때, 목적변수는 임의로 택한 설계변수 $t=3.6, a=6.0, b=5.5, a_1=5.0, b_1=6.5$ 일때의 값들을 사용하였고, 미분법 및 유한차분법을 각기 사용하여 수렴할 때까지 반복계산한 후 얻은 목적변수의 결과 및 수렴회수를 Table 2에, 반복계산당 수렴여부를 Fig.5에 나타내었다. 또한 Fig.6에 주파수 응답함수를 나타내었다. 이 결과를 이용하면 보가 보강된 판구조물에 대한 감도 해석을 등가의 동특성을 갖는 판구조물의 감도 해석 대신 사용함으로써, 매우 간편하게 해석할 수 있다.

4. 모의실험 II

본 절에서는 판구조물의 확장된 예로서, 에어컨 베이스판에 대하여 유한차분 감도해석법을 적용하여 형상변경을 수행하고자 하였다. 모달변수의 감도를 구하기 위해서는 질량 및 강성행렬의 감도가 필요하므로, 유한요소 소프트웨어인 ANSYS Rev 5.0을 이용하여 유한요소 모델을 작성하고, 설계변수를 미소량 변화시킨 후의 유한요소 모델로부터 질량행렬과 강성행렬의 감도를 구하였다. 그리고 1-채널형 판 구조물과 2개의 채널로 구성된 에어컨 베이스 판의 고유진동수를 특정 고유진동수로 바꾸기 위한 구조변경을 수행하고 전달함수와 MAC(modal assurance criterion)으로 비교하였다.

4.1 1 - 채널형 판구조물

Fig.7에 길이는 300 mm, 폭은 60 mm, 채널의 높이는 10 mm, 두께는 2 mm 인 고정-자유 경계조건을 갖는 1 - 채널형 판구조물을 나타내었다. 설계변수로 판의 두께 t 와 채널의 폭 b 및 높이 h 를 선정하였고, 목적변수는 1차, 2차, 3차의 고유진동수 f_1, f_2, f_3 로 선정하였다. 목적변수의 초기치 및 목적치 그리고 수렴후 얻은 결과를 Table 3에 나타내었고, Fig.8 에 주파수응답함수를 표시하였다. 주파수응답함수는 Fig.7에 표시된 절점에서 Z 방향으로 가진하고 응답을 받았다. 그리고 Fig.9에 판의 구조변경 프로그램 실행순서를 표시한 블록선도를 나타냈다.

4.2 2개의 채널로 구성된 단순 에어컨베이스 판

유한차분을 이용한 감도해석법을 Fig.10의 에어컨 베이스 판에 적용하여 판의 구조 동특성을 설계자가 원하는 특정 고유진동수로 변경하고자 하였다. 자유-자유 경계조건을 사용하였고, 에어컨 베이스 판의 길이는 480 mm, 폭은 240 mm, 채널의 높이는 20 mm, 두께는 2 mm이다. 설계변수는 채널의 폭 b , 첫째 채널의 높이 h_1 , 둘째 채널의 높이 h_2 , 베이스판 옆면의 높이 h_3 등 4 개로 하였고, 목적변수는 1차~5차의 고유진동수 f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 로 하였다. 목적변수의 초기치 및 목적치와 그리고 수렴 후 얻은 결과를 Table 4에 나타내었고, Fig.11에 목적치와 수렴 후 결과값의 MAC을 나타내었으며, Fig.12에 주파수응답함수를 표시하였다. 주파수 응답함수는 Fig.10에 표시된 절점에서 Z 방향으로 가진하고 응답을 받았다.

5. 결론

유한차분 감도를 이용한 감도해석 및 구조변경 프로그램을 개발하고 수치해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 유한요소 모델로부터 얻은 유한차분감도를 이용한 결과가 미분을 이용한 감도해석법의 결과에 비해 큰 차이없이 타당한 결과를 제시하여 주는 것을 확인하였다.
2. 복잡한 판구조물의 형상을 등가의 동특성을 갖는 보를 이용하여 모델링하고, 보의 단면치수를 설계변수로 하여, 구조변경을 수행함으로써 효율적인 해석을 수행하였다.
3. 형상이 복잡한 판 구조물의 형상 및 치수 등 비선형적

인 요소의 변경으로 인한 구조변경시 유한차분 감도 해석법을 이용한 구조변경이 좋은 결과를 나타내는 것을 확인하였고, 이로써 유한차분을 이용한 감도 해석법이 형상최적화(shape optimization)에 적합한 방법임을 알 수 있었다.

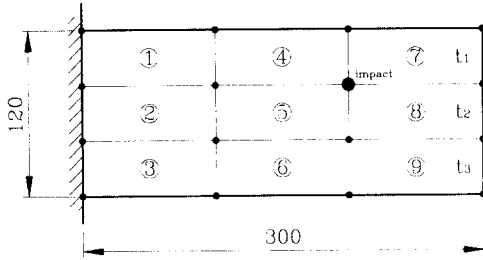


Fig.1 Flat plate model

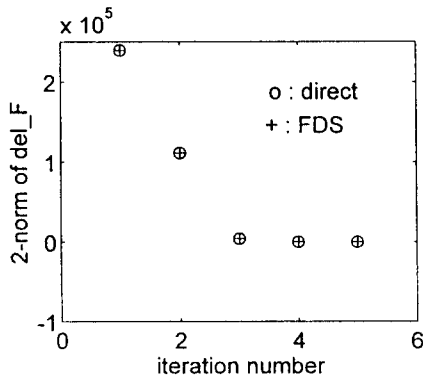


Fig.2 Convergence per iteration (plate)

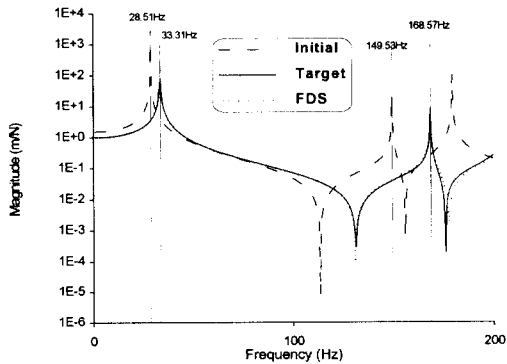


Fig.3 FRF Comparison in plate

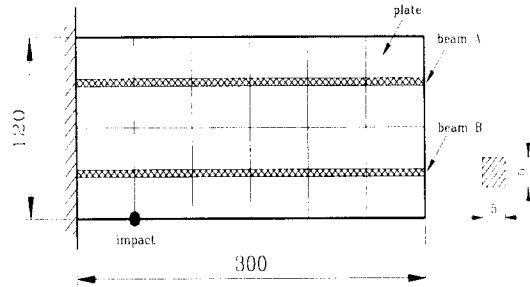


Fig.4 Stiffened plate model with two beams

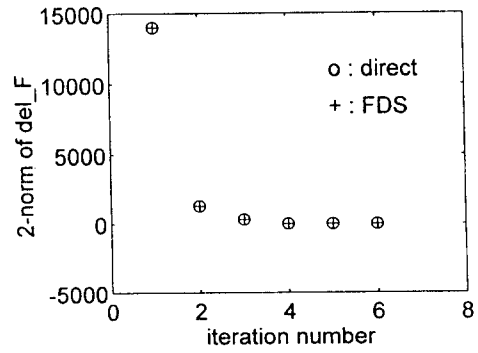


Fig.5 Convergence per iteration (stiffened plate)

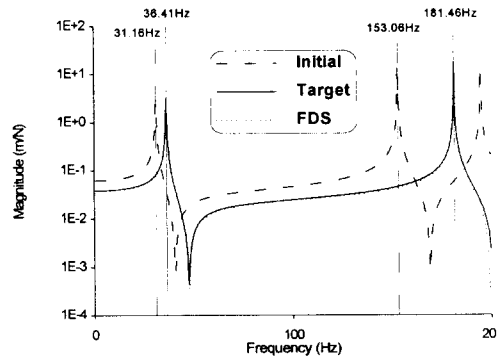


Fig.6 FRF Comparison in stiffened plate

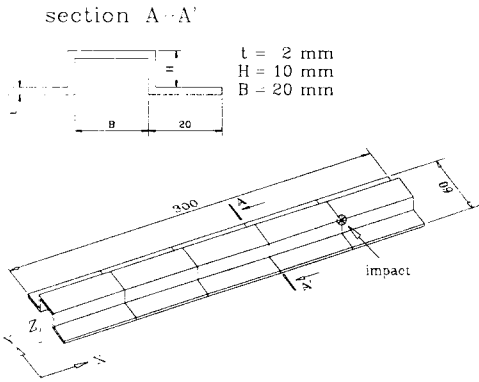


Fig.7 One channel plate model

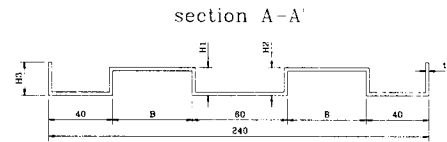
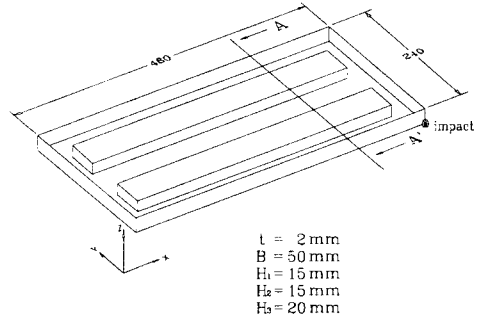


Fig.10 airconditioner base panel model with two channels

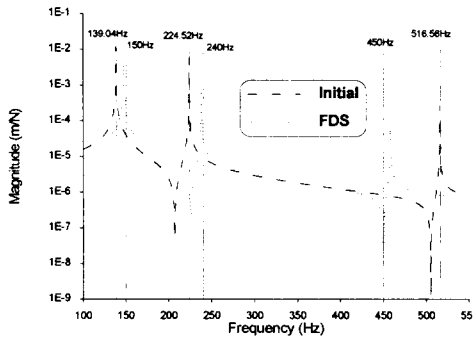


Fig.8 FRF Comparison

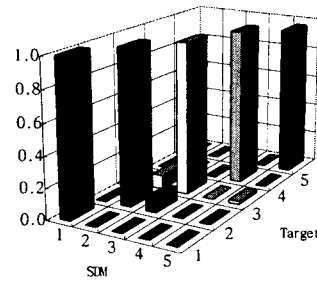


Fig.11 MAC comparison of target and corrected model

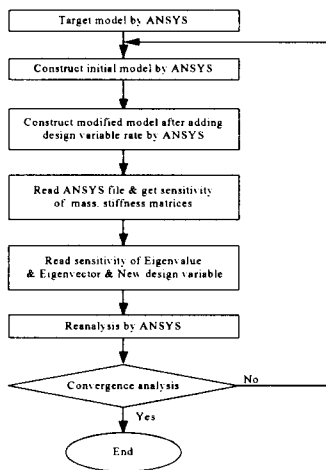


Fig.9 Block diagram of SDM program

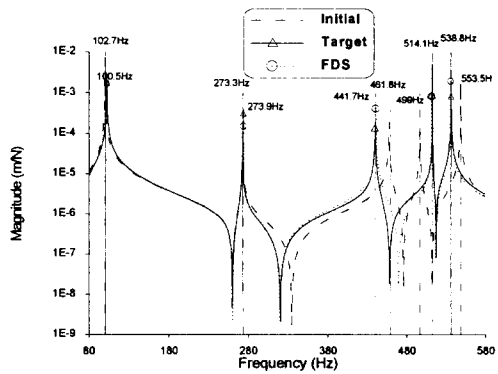


Fig.12 FRF Comparison

Table 1 Dynamic modification results (plate)

	Object variable				Design variable(mm)			Iter No.
	f_1	f_2	ϕ_1	ϕ_2	t_1	t_2	t_3	
Initial	28.5	149.5	118.3	77.6	3.0	3.0	3.0	-
Target	33.3	168.6	111.4	78.2	3.6	2.7	3.9	-
Direct	33.3	168.6	111.4	78.2	3.6	2.7	3.9	5
FDS	33.3	168.6	111.4	78.2	3.6	2.7	3.9	5

* Direct : Direct differentiation sensitivity
 FDS : Finite difference sensitivity

Table 2 Dynamic modification results (stiffened plate)

	Object variable(Hz)			Design variable(mm)					Iter No.
	f_1	f_2	ϕ_1	t	a	b	a_1	b_1	
Initial	31.2	153.1	-	3.0	5.0	5.0	5.0	5.0	-
Target	36.4	181.5	-	3.6	6.0	5.5	4.5	6.5	-
Direct	36.4	181.5	-	3.6	6.0	5.5	4.5	6.5	6
FDS	36.4	181.5	-	3.6	6.0	5.5	4.5	6.5	6

Table 3 Dynamic modification results (one channel plate)

	Object variable	Design variable (mm)		
	frequency(Hz)	t	b	h
Initial	$f_1 = 139.04$ $f_2 = 224.52$ $f_3 = 516.56$	2	20	10
Target	$f_1 = 150$ $f_2 = 240$ $f_3 = 450$	--	--	--
FDS	$f_1 = 147.9$ $f_2 = 238.6$ $f_3 = 458.7$	1.88	14.51	11.23

Table 4 Dynamic modification results (base panel)

	Design variable (mm)			
	b	h_1	h_2	h_3
Initial	50	15	15	20
Target	55	13.88	15.8	18
FDS	54.82	15.18	14.30	18.13

Table 5 Dynamic modification results (base panel)

	Object variable(Hz)				
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
Initial	100.47	273.9	461.78	499.02	553.47
Target	102.7	273.32	441.73	514.09	538.76
FDS	102.15	273.76	442.57	513.07	538.33

참고문헌

[1] Fox, R.L. and Kapoor, M.P., "Rates of change of eigenvalues and eigenvectors," AIAA Journal, Vol. 6, Dec.1968, pp. 2426-2429

[2] Hirai, I. and Kashiwaki, M., "Derivatives of eigenvectors of locally modified structures," International Journal for numerical methods in engineering, Vol. 11. 1977, pp. 769-773

[3] Nelson, R. B., "Simplified calculation of eigenvector derivatives," AIAA Journal, Vol. 14, Sept. 1976, pp. 1201-1205

[4] Lin, R.N. and Lim, M.K., "Method for calculating derivatives of eigenvalues and eigenvectors," IMAC 11, 1993, pp. 1554-1558

[5] Sohn KuKil, "A study on Finite-Element modeling of mechanical structures for vibration analysis," Ph.D. thesis Tokyo Institute of Technology, 1992

[6] Vanhonacker Patrick, "Differential and difference sensitivities of natural frequency and mode shape of mechanical structures," AIAA Journal, Vol. 18, No.12, Dec. 1980, pp.1511-1514

[7] Thomas R. Sutter and charls J. Camarda, "Comparison of several method for calculating vibration mode shape derivatives," AIAA Journal, Vol. 26, No. 16, Dec. 1988

[8] Theo Janter, "Construction oriented updating of dynamic finite element model using experimental modal data," University Leuven, 1989

[9] Decker, J. & Witfeld, H., "Correction of Transducer-loading Effects in Experimental Modal Analysis," Proc. 13th IMAC, Nashville, pp.1604-1608