

소결분말재 정상상태 압연/압출공정의 오일러리안 유한요소해석

이 용신(국민대학교), 나 경환(생산기술연구원), 佐野 利男(일본통상산업부 기계연구소)

An Eulerian Finite Element Method for the Steady State Rolling/Extrusion of Sintered Powder Metals

Y-S Lee(kookmin Univ.), K-H Na(KAITECH) and T. Sano(MEL, JAPAN)

Abstract

An Eulerian finite element method for the analysis of steady state rolling/extrusion of sintered powder metals is presented. Initial guess of the porosity distribution in an Eulerian mesh is obtained from the velocity and scaled pressure field computed by the Consistent Penalty finite element method for the nearly incompressible viscoplastic deformation of matrix. Two types of finite element formulations - the standard one and the consistent penalty type one - are invoked for the analysis of strain hardening, dilatant viscoplastic deformation of porous metals. Comparisons of the predicted distributions of porosity to those by a Lagrangian finite element method and by experiments reported in the articles prove the effectiveness and validity of the proposed method.

Keywords : Rolling/Extrusion(압연/압출), Sintered powder(소결분말재), Eulerian finite element analysis(오일러리안유한요소해석), Stream line integration method(유선적분법)

1. 서론

소결분말재의 성형가공은 우수한 기계적 성질을 갖는 제품을 생산할 수 있어 산업체의 깊은 관심을 받아 왔다. 소결분말재의 항복현상은 높은 기공률로 말미암아 주조로 얻어진 소재와 달

리 편차응력외에 정수압응력의 영향을 받으며, 기질의 변형경화와 더불어 상대밀도의 변화도 소결분말재의 변형경화에 영향을 미친다. 다공질재의 항복현상을 묘사하도록 간단한 해석과 실험을 바탕으로 한 현상학적 모델 (Phenomenological model)[1,3,6,7]들과 단위 모형문제의 연속체 역학해석에 의거한 해석적모델[2,4,5]들이 제시되었고, 성형공정에서의 응용들이 보고되었다.

Kuhn과 Downey[9]는 소결된 MH-100 스폰지철의 압축실험을 바탕으로 자신들이 제시한 항복식을 이용하여 분말Aluminum 합금 6D1 AB의 단조공정에서의 소성변형 특성과 파괴현상을 조사하였다. Mori와 그의 동료들은 Shima의 항복조건식을 이용하여 단조공정[10]과 압연공정[12]의 강소성 유한요소해석을 수행하였다. 그들의 연구에서는 체적변형률속도와 기공률성장속도가 정수압응력에 민감하여 정상상태 압연공정의 오일러리안 해석으로 수렴된 해를 얻기 힘든 것이 지적되었다.

Oh와 Lee[11]는 소결분말 구리의 축대칭 전방압출공정의 실험과 Lagrangian 슬랩방법을 이용한 해석으로 공정조건에 따른 기공률의 변화를 조사하였다. Becker[13]등은 Tvergaard와 Needleman[5]에 의하여 수정된 Gurson의 항복조건식을 채택하여 Notched 봉의 Lagrangian 탄·소성해석을 수행하였다. 최근에 들어 Park[8]은 소성포아송비의 함수를 계수로 하는 소성포텐셜을 제시하고, 소결된 알루미늄분말과 철분말의 압축을 해석 하였다.

소결분말재는 그 구조적 특성으로 인하여 위의 연구들과 같이 단조공정에 의한 성형방법이 널리 확대되어 왔다. 그러나 분말재는 분결(分結:segregation)이 일어나지 않기 때문에, 압연 및 압출 등에 의해 봉 또는 판재로 만들어지며, 종종 형상압연을 통하여 3차원형상재로도 성형된다. 이러한 압연 또는 압출 성형공정은 그 특성상 정상상태를 유지하여 이의 오일러리안해석은 시간의 변화에 따라 준평형상태를 푸는 라그랑지안해석에 비해 많은 장점을 갖고 있다. 그러나 응력과 변형률속도의 비선형 관계, 기질의 변형경화, 편차응력 및 정수압응력과 기공률의 영향을 받는 항복현상외에 검사체적내에서 기공률의 비균질분포와 비선형행렬식의 적절한 초기치 선정의 어려움으로 인하여 안정된 수렴해를 얻기가 쉽지 않아 정상상태에 이를때 까지 점진적으로 해석하는 라그랑지안방법에 의존하여 정상상태에서의 변형특성을 연구하였다.

이에 본 연구에서는 다공질재 기질의 비압축성유동을 상용벌칙 유한요소법(Consistent Penalty Finite Element Method : CPFEM)에 의한 해석으로 얻은 유동장 및 압력장으로부터 다공질재 압축성유동해석을 위한 기공률분포의 초기치를 얻고, 다공질재의 압축성유동을 해석하는 공정해석 방법을 제시한다. 또한 평면변형률 압연공정해석과 축대칭압출공정해석에 응용하여 문헌에 보고된 라그랑지안 해석결과 및 실험결과와 비교검토하여 제시된 공정해석 모델을 검증한다.

2. 물성모델

체적변화를 수반하며, 변형경화성을 갖는 다공질재 소성변형의 항복현상을 묘사하는 항복식들의 일반적 형태는 다음과 같다.[1,2,3,4,5,6,7,8,9]

$$F = AJ_2' + BJ_1 - \delta\sigma_e^2 \quad (1)$$

여기에서

$$J_2' = \frac{1}{2} \Sigma_{ij}' \Sigma_{ij}' \quad J_1 = \Sigma_{kk} \quad (2)$$

윗식들에서 Σ_{ij}' 과 Σ_{kk} 는 각각 소결분말재의 편차응력 성분과 정수압응력성분이고, σ_e 는 기질의 상당응력으로 기질의 변형경화를 반영한다. A, B와 δ 는 기공률 또는 소성포아송비의 함수로 제시되었고, 소성포아송비는 재료에 따라 기공률의 함수로 표시되므로 결국 기공률의 함수로 표시될 수 있다. 분말재의 단순압축실험으로부터 $B=1-A/3$ 의 관계를 갖는 것을 알 수 있어 (1)식에서 A, B 와 δ 중 2개 만이 독립변수이다. (1)식을 소성포텐셜로 가정하면, 다음의 유동 규칙을 얻을 수 있다.

$$D_{ij} = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \Sigma_{ij}} \quad (3)$$

여기에서 D_{ij} 는 소결분말재의 변형률속도텐서이고, $d\lambda$ 는 비례상수이다. 소결분말재의 상당응력과 상당변형률속도로 구하는 변형에너지를 기질의 변형에만 의한 것으로 가정하면

$$\Sigma_{ij} D_{ij} = \Sigma_e D_e = (1-\phi)\sigma_e \dot{\epsilon}_e \quad (4)$$

윗식에서 Σ_e 와 D_e 는 아직 정의되지 않은 분말재의 상당응력과 상당변형률속도이고 $\dot{\epsilon}_e$ 는 기질의 상당변형률 속도이다.

식(1)-(4)로부터 분말재 응력과 변형률 속도는 다음과 같은 형태로 유도된다.

$$\Sigma_{ij} = 2\mu_\phi D_{ij}' + \lambda_\phi D_{kk} \delta_{ij} \quad (5)$$

여기에서

$$\mu_\phi = \hat{\mu}_\phi(D_e, \epsilon_e, \phi) \quad (5-a)$$

$$\lambda_\phi = \hat{\lambda}_\phi(D_e, \epsilon_e, \phi) \quad (5-b)$$

μ_ϕ 와 λ_ϕ 는 각각 분말재의 전단점성계수와 체적점성계수로 상당변형률 속도, 기질의 변형경화 및 기공률의 함수이며, 구체적인 표현은 제시된 모델계수 A, B, δ 및 분말재의 상당변형률속도 (D_e) 또는 기질의 상당변형률속도($\dot{\epsilon}_e$)의 정의에 따라 달라진다. Table 1에서는 Grenn, Shima, Doraivelu, Gurson 및 Park등에 의해 제시된 항복식에서 유도된 μ_ϕ 와 λ_ϕ 의 식들이

주어져 있다. Table 1 에서 기질의 전단점성계수 $\mu_0 = \sigma_e / 3\dot{\epsilon}_e$ 이며, 기질의 유효변형률 속도는 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon}_e = (1 - \phi)^{1.5} \sqrt{\frac{2}{3} D_{ij}' D_{ij}' + \frac{4}{25\phi} D_{kk}^2} \quad (6)$$

Table에 제시된 모델 계수들의 우월성비교는 본 연구의 관점이 아니므로 사용자의 선택에 맡겨 두고, 본 연구에서는 뒤에 제시될 오일러리안 공정해석모델 결과와 문헌에 보고된 결과의 비교를 목적으로 Shima가 제시한 항복식을 선정하였다. 표의 식들은 기질의 상당유동응력과 상당변형률 속도 관계를 필요로 하며, Park[8]이 지적한 바와 같이 이 관계식은 Wrought재가 아니고 기공률이 거의 영으로된 소결분말재로 부터 얻어야한다.[8]

3. 성형공정해석모델

소결분말재의 대변형해석에 필요한 기공률발전속도는 체적변형률속도에 민감하고, 또한 체적변형률 분포의 영향을 받기 때문에 정상상태성형공정의 오일러리안해석은 안정되게 수렴된 해를 주지 못한다(Mori, 1987). 오일러리안 검사체적내에서 기공률의 분포는 매우 불균질하므로, 기공률의 초기치 분포의 적절한 선정은 안정된 수렴해를 얻는데 필수적이다. 반면에 소결분말재 성형공정의 라그랑지안해석에서는 성형초기에 기공률분포가 초기조건으로 주어지고, 각 단계에서의 결과는 다음 단계의 비선형해석에서 적절한 초기치로 사용되어 비교적 안정된 수렴해를 얻으나, 정상상태에 이를 때까지는 종종 격자의 재생성도 필요하며 매우 많은 계산시간이 요구된다. 본 연구에서는 비압축성인 소결분말재의 정상상태 성형공정을 CPFEM에 의한 유한요소해석을 실행하여 얻은 속도장과 그에 따라 얻은 기공률분포를 초기치로 하여 압축성 소결분말재의 성형공정을 해석하는 방법을 제시한다.

3.1 속도 및 기공률의 초기분포

비압축성 소성유동의 CPFEM은 가상일률식으로 부터 유한요소정식화를 시도 할 수 있다.

$$\delta J_1 = - \int_V \sigma_{ij}' \delta d_{ij} dV + \int_V p \delta d_{kk} dV + \int_S t_i \delta v_i dS \quad (7)$$

윗식에서 σ_{ij}' 와 d_{ij} 는 비압축성인 소결분말재 즉 기질만 있는 경우의 진응력텐서와 변형률 속도텐서이고, t_i 와 v_i 는 각각 표면력벡터와 속도벡터이다. (8)식에서의 편차응력과 정수압응력에 관한 구성방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{ij}' = 2\mu d_{ij}', \quad p = -\lambda d_{kk} \quad (8)$$

여기에서 두번째식의 정수압응력 p 는 동벌칙상수(variable penalty parameter: λ)를 이용하여 비

압축성을 구속조건이되어 만족시키도록 외부벌칙화되며, 그때의 변분식은 다음과 같다.

$$\delta J_2 = \int_V \delta p [p + \lambda d_{kk}] dV = 0 \quad (9)$$

윗 식에서 동벌칙상수 λ 는 유한요소적분점(Gauss Quadrature point)에서의 진단점성계수 μ 의 10^6 배를 사용한다. 라그랑지안유한요소법과 같이 속도와 압력을 형상함수를 이용하여 근사화하고 (8)식과 (10)식으로 부터 표준화된 유한요소정식화과정을 통하여 두개의 유한요소 행렬식을 얻는다. 두개의 요소식은 결합전에 압력항을 소거하여 벌칙유한요소법과 같이 절점에서의 속도만을 미지수로 하는 최종의 유한요소정식을 얻는다. 결과적으로 얻어지는 비선형행렬식은 반복법에의해 속도장을 얻고 정수압응력의 분포는 (9)식으로 부터 얻을 수 있다. 이때에 얻어진 속도장으로 부터 검사체적내의 물질점의 유동궤적 즉 유선을 얻을 수 있다. 그 유선은 유동궤적을 이루는 점들의 집합으로 정의 될 수 있으며 한점에서의 위치벡터(position vector)를 Taylor급수전개로 부터 얻는다. 즉

$$x_i^{t-\Delta t} \cong x_i^t - \frac{\partial x_i^t}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 x_i^t}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2} \quad (10)$$

다공질재의 압축성소성유동의 유한요소해석에서는 유한요소 가우스절점에서 기공률의 초기치가 필요하다. 먼저 (11)식을 이용하여 검사체적입구로부터 각요소의 가우스절점에 도달하는 유선을 찾고, 그 유선을 따라 기공률발전식을 적분하여 가우스절점에서의 기공률을 구한다. 기공률 발전식의 적분에서는 4차의 Adams-Bashforth-Moulton의 예측-수정법을 이용하였다. 일례로 Shima와 Oyane의 물성모델을 이용할 경우에 기공률 발전식은 다음과 같다.

$$\dot{\phi} = \frac{1-\phi}{\lambda_\phi} \Sigma_m = 6.25 \frac{\phi}{(1-\phi)^3} \frac{\dot{\epsilon}_e}{\sigma_e} \Sigma_m \quad (11)$$

윗식에서 소결분말재의 정수압응력 Σ_m 은 비압축성유동에서 얻은 기질의 정수압응력(σ_m)을 계수를 곱하여 얻었다. 즉

$$\Sigma_m = f_c \sigma_m \quad 0.25 \leq f_c \leq 0.5 \quad (12)$$

이것은 같은 기질로된 다공질재의 압축성유동시에 정수압응력이 비압축성유동의 정수압응력보다 반이하로 작게 된다는 Mori의 결과에 근거하였으며, 본 연구에서도 비슷한 결과를 얻었다. 기공률의 초기분포에 따른 성형공정해석의 수렴성을 조사하기 위하여 Σ_m 을 σ_m 의 0.25 ~ 0.5 배로 변화하여 보았으나 모두 같은 결과를 보여주었고, 뒤에 주어지는 본 연구의 결과는 $f_c = 0.3$ 으로 하여 얻었다.

3.2 다공질재의 유한요소해석

다공질재의 강점소성해석을 위하여 두가지의 유한요소정식화를 사용하였다. 첫번째는 통상의 유한요소정식화과정으로 다음의 가상일률식으로 부터 시작된다.

$$\delta J = - \int_V \Sigma_{ij} \delta D_{ij} dV + \int_S T_i \delta V_i dS \quad (13)$$

윗 식에서 Σ_{ij} 와 D_{ij} 는 각각 기공을 갖고 있는 다공질재의 응력텐서와 변형률속도텐서로 다공질재의 구성방정식인 (4)식으로 관계가 주어진다. 이 경우에는 기공률발전식이 다음과 같다.

$$\dot{\phi} = (1 - \phi)D_{kk} \quad (14)$$

(13)식으로 부터 표준화된 유한요소정식화 과정을 거쳐 다음과 같은 형태의 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[K]\{V\} = \{F\} \quad (15)$$

위의 방법에서는 기공률이 영으로 되어감에 따라 벌칙유한요소법과 같아지게 되어 정수압응력의 계산에 큰 오차가 생기고 수렴성에도 문제를 일으키게 된다. 본 연구에서는 이에 대한 해결책으로 체적변형에너지항을 절감적분(Reduced Integration)하는 방법 대신에 상응벌칙유한요소법(Consistent Penalty FEM)을 사용하였다. 이 경우에 (14)식은 구속조건으로 되어 다음과 같이 벌칙화 된다.

$$p = -\lambda \left(D_{kk} - \frac{\dot{\phi}}{1 - \phi} \right) \quad (16)$$

식(13)와 (16)을 유한요소정식화한 후에 압력항을 소거하여 식(15)와 같은 형태의 유한요소정식을 얻는다. 기공률이 0.05보다 작은 부분을 포함하는 공정해석에서는 후자의 방법을 사용한다.

4. 해석결과 및 토론

4.1 평면변형을 압연

소결분말 구리판의 평면변형을 압연을 Shima의 물성모델을 이용하여 라그랑지안해석을 한 것이 Mori[12]에 의해 발표되었으며, 이것이 본 연구의 공정해석모델의 검증을 위한 비교로 선택되었다. 직접적인 비교를 목적으로 같은 공정조건에 같은 수의 자유도를 갖는 유한요소격자를 사용하였으나, 본 연구에서는 유선적분법의 정확도를 높이기 위하여 고차의 Q9요소를 채택하였다. Fig. 1에서는 압하량이 각각 20%와 40%인 경우에 본 연구에서 제시한 방법의 의해 예측된 기공률분포와 라그랑지안해석에 의한 상대밀도분포를 보여주고 있다. 전반적으로 상대밀도분포가 매우 같고, 40%압하량의 경우에 본 연구의 예측에 의한 최대 상대밀도가 약 1%정도 큰 것으로 나타나고 있다. Fig. 2에서는 각 패스에서 압하량이 20%인 3개의 연속압연시에 판재의 중심부와 표면에서 상대밀도의 변화를 보여주고 있다. 물에 접촉이 시작되는 부근에서는 판재의 표면에서 상대밀도의 증가가 급격하고 판재의 중심부의 상대밀도는 변형지역의 중앙에서 급격히 증가하는 경향을 보여주고 있다. 본 연구에서 제시한 방법에 따른 예측은 통상 많은 계산 시간을 요구하는 비정상상태해석과 같은 결과를 보여주고 있다.

4.2 축대칭 압출

Oh와 Lee[11]는 소결분말구리봉의 축대칭압출공정의 실험과 수치해석을 수행하였다(Fig. 3참조). 그들은 Shima의 물성모델을 이용하여 슬랩법에 의한 수치해석을 실행하였다. 본 연구에

서는 비교를 목적으로 그들의 압축실험결과에서 얻은 기질의 응력-변형률관계로 부터 재료상수를 취하고, 그들의 실험과 같은 공정조건(압출다이반각: 30°, 단면적감소율 75%)으로 본 연구에서 제시한 방법에 따라 유한요소해석을 수행하였다. 압출다이 입구에서 거리에 따른 각단면에서의 평균상대밀도의 변화를 본 연구의 예측이 Oh와 Lee의 이론에 의한 예측보다 Oh와 Lee의 실험결과와 매우 잘 맞고 있는 것을 알 수 있다(Fig. 4 참조).

5. 결론

소결분말재 정상상태 압연/압출공정의 오일러리안 해석모델을 제시하였다. 초기의 속도장과 기공률분포는 CPFEM에 의한 비압축성소성유동해석으로 얻고, 소결분말재의 공정해석은 기공률이 상대적으로 큰 경우 ($\phi > 0.05$)에는 표준적인 유한요소법, 기공률이 작은 부분을 포함하는 경우에는 CPFEM에 의한 해석을 수행하였다. 제시된 공정해석모델을 평면변형률압연과 축대칭 압출에 적용하였다. 문헌보고된 비정상상태해석에 의한 결과 및 실험결과와 본 연구의 예측결과의 비교로 부터 제시된 공정해석모델의 효율성과 타당성을 입증하였다.

참고문헌

- [1] Kuhn, H. A., and Downey, C. L., 1971, "Deformation Characteristics and Plasticity Theory of Sintered Powder Materials," *International Journal of Powder Metallurgy*, Vol. 7, No. 1, pp. 15~20.
- [2] Green, R. J., 1972, "A Plasticity Theory for Porous Solids" *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 14, pp. 215~224.
- [3] Shima, S., and Oyane, M., 1976, "Plasticity Theory for Porous Metals," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 18, pp. 285~291.
- [4] Gurson, A. L., 1977, "Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part 1 - Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media", *ASME J. Eng. Mat. and Tech.*,
- [5] Tvergaard, V. and Needleman A. 1984, "Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar", *Acta Metall.* Vol. 32, pp. 157~169.
- [6] Doraivelu, S. M., Gegel, H. I., Gunasekera, J. S., Malas, J. C., and Morgan, J. T., 1984, "A New Yield Function for Compressible P/M Materials", *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 26, No. 9/10, pp. 527~535.
- [7] Cho, H. K., and Kim, K. T., 1994, "Densification of Porous Alloy Steel Preforms at High Temperature", *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 36, No. 4, pp. 317~328.
- [8] Park, J. J., 1995, "Constitutive Relations to Predict Plastic Deformation fo Porous Metals in Compaction", *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 37, No. 7, pp. 709~719.

Application

- [9] Kuhn, H. A., and Downey, C. L., 1973, "Material Behavior in Powder Preform Forging", ASME J. Eng. Mat. and Tech.
- [10] Mori, K., Shima, S., and Osakada, K. 1980, "Analysis of Free Forging by Rigid-Plastic Finite Element Method Based on the Plasticity Equation for Porous Metals" JSME Bull. Vol. 23 No. 178. pp. 523~529.
- [11] Oh, H. K., and Lee, J. K., 1985, "A Study of The Extrusion of Sintered Porous Metal", Mech. Working Tech. J., pp.53~69.
- [12] Mori, K. and Osakada, K., 1987, "Analysis of The Forming Process of Sintered Powder Metals by A Rigid-plastic Finite-Element Method", Int. J. Mech. Sci., Vol. 29, No. 4, pp. 229~238.
- [13] Becker, R., Needleman, A., Richmond, O., and Tvergaard, V., 1988, "Void Growth and Failure in Notched Bars", J. Mech. Phys. Solids Vol. 36, No. 3, pp. 317~351.

Table 1. 다공질재 물성모델들의 전단점성계수와 체적점성계수

	μ_ϕ	λ_ϕ
Shima	$(1 - \phi)^4 \mu_0$	$\frac{12(1 - \phi)^4}{25\phi} \mu_0$
Green	$\frac{9(1 - \phi^{\frac{1}{3}})^2}{(3 - 2\phi^{\frac{1}{4}})^2(1 - \phi)} \mu_0$	$\frac{4}{3} \frac{(\ln \phi)^2}{1 - \phi} \mu_0$
Modified Gurson	$(1 - \phi)^3 \mu_0$	$\frac{3}{a^2} \frac{(1 - \phi)^3}{\phi} \mu_0$
Doraivelu	$\frac{3(1 - 4\phi + 2\phi^2)}{(3 - 2\phi + \phi^2)(1 - \phi)} \mu_0$	$\frac{1 - 4\phi + 2\phi^2}{\phi(2 - \phi)(1 - \phi)} \mu_0$
J.J park	$\frac{4.12 \times (1 - \phi)^4}{(1.44 + \phi) \{2 + (1 - \phi)^n\}} \mu_0$	$\frac{1.44 \times (1 - \phi)^4}{(1.44 + \phi) \times \{1 - (1 - \phi)^n\}} \mu_0$

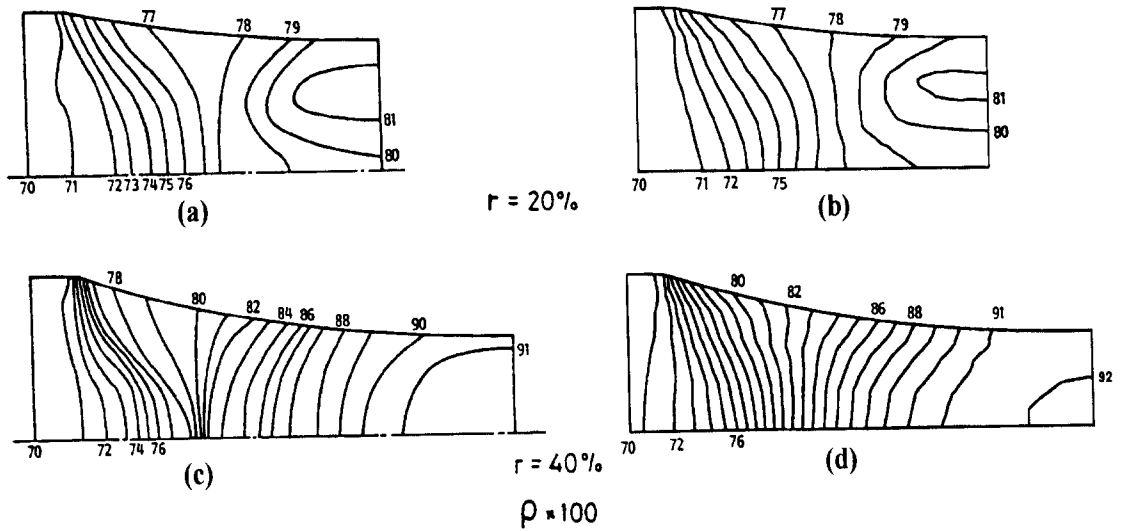


Fig.1 Distribution of calculated relative density for the reduction of 20, 40 %

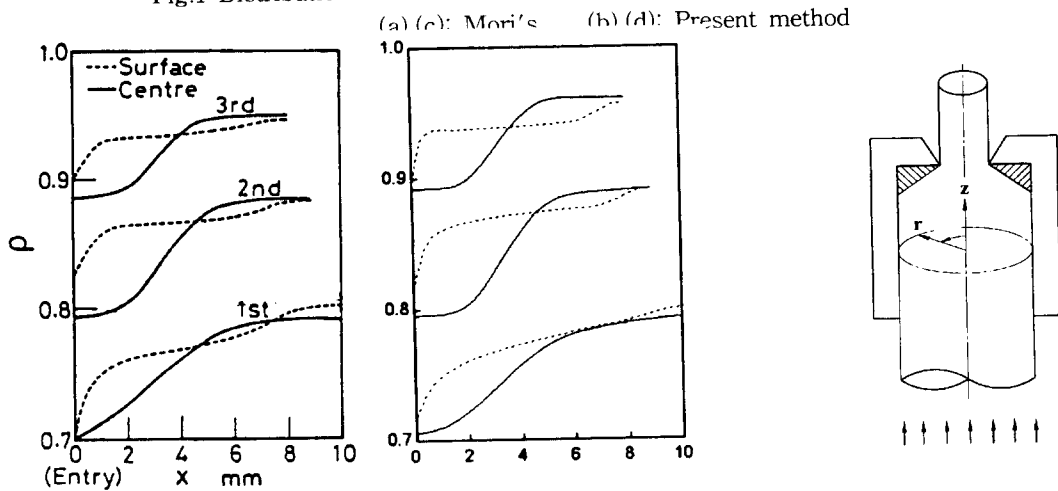


Fig.2 Variation of relative density in continuous rolling

Fig.3 Schematic of extrusion

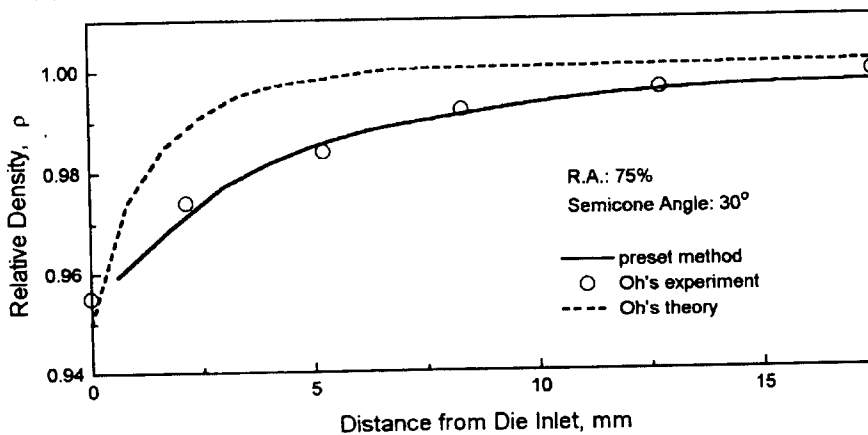


Fig.4 Variation of average relative density along the axis of extrusion