

## 직선운동체-단진자시스템의 모델변수 변화에 따른 최적입력의 거동해석

김형범, 장승호, 허 유  
경희대학교 공과대학 섬유공학과

## 1. 서 론

방적공정의 합리화를 위한 자동화는 분리된 공정설비 사이에서 발생하는 중간제품의 대기 및 적재시간을 줄임으로써 불필요한 불량률의 발생을 감소시키며 각 공정의 기계가동의 불일치에 따른 생산효율 감소를 방지하는 방향으로 추진되고 있다.<sup>(1)</sup> 이러한 목적으로는 overhead rail/trolley 시스템이 사용되고 있으며 동일한 형상으로 다량의 운반물이 발생하는 방적공장의 운반자동화에 적합한 구조로 설계되어 운영되고 있다. 그러나 현재의 overhead rail/trolley 시스템은 단순히 단일품목의 운반목적으로만 사용되고 있으며 운반물이 매달린 형태로 흔들리면서 이동되므로 탑재된 운반물끼리 충돌할 가능성을 내재하고 있다. 이러한 overhead rail/trolley 시스템의 가동효율을 높이려고 하면 필요한 목표를 자동으로 판단하는 생산정보시스템과 실제로 trolley를 운전하여 원하는 목적지에 빠르고 요동없이 운반할 수 있는 운반시스템<sup>(9)</sup>이 개발되어야 한다.

본 연구는 overhead rail/trolley 시스템을 대상으로 한 운반시스템 개발을 목적으로 운반속도를 희생하지 않으면서도 운반물의 요동을 최소화시킬 수 있는 trolley의 이송속도형태를 계산하여 실제 시스템에 적용하려고 하였다. 최적의 trolley 이송속도의 계산을 위하여는 아래 Fig. 1.과 같은 시스템을 대상으로 동적 model을 세우고 최적이론을 적용하였으며 실험을 위하여 모델변수를 측정하였다. 또 다양한 운반물에 대한 기하학적, 역학적 변수에 따라 운반시스템의 동특성 모델변수가 최적이동을 위한 입력신호에 어떠한 영향을 미치는가를 이론및 실험으로 확인하여 각 lot 운반물의 무게가 변화하는 소량 다품종 생산공정에서의 사용 가능성을 검토하였다.

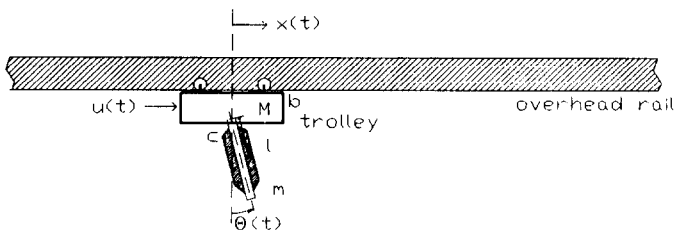


Fig. 1. Overhead rail/trolley moving system

## 2. 이론적 배경

### 2.1 Overhead rail/trolley시스템의 모델링

Overhead rail/trolley시스템을 직선운동체-단진자시스템으로 간략화하여 모델링<sup>(2-4)</sup> 하기 위해 사용된 기호(단위)를 아래에 정리하였으며 모델링의 결과는 (1),(2)식으로 표현된다.

$x(t)$  : 대차의 이동거리  $m$

$\theta(t)$  : 진자의 진동각  $rad$

$M$  : 대차의 질량  $kg$

$m$  : 진자의 질량  $kg$

$l$  : 진자의 질량중심과 회전지점간의 거리  $m$

$I$  : 진자의 질량중심에서 환산한 관성모멘트  $kg \cdot m^2$

$u(t)$  : 대차에 가해지는 힘  $N$

$b$  : 대차의 선형마찰계수  $kg/sec$  ( $N \cdot sec/m$ )

$c$  : 진자의 회전마찰계수  $kg \cdot m^2/sec$  ( $N \cdot m \cdot sec$ )

$g$  : 중력 가속도  $m/sec^2$

$$(M+m) \ddot{x}(t) + b \dot{x}(t) + ml \cos \theta(t) \ddot{\theta}(t) - ml \sin \theta(t) \dot{\theta}^2(t) = u(t) \quad (1)$$

$$(I+ml^2) \ddot{\theta}(t) + mlg \sin \theta(t) + c \dot{\theta}(t) = -ml \cos \theta(t) \ddot{x}(t) \quad (2)$$

### 2.2 최적 방정식

(1),(2)식으로 표현되는 직선운동체-단진자시스템이 두 지점간을 이동할때 발생하는 전체 요동은  $\int_0^T \theta(t) dt$  로 나타낼 수 있으며, 전체요동  $\int_0^T \theta(t) dt$ 를 최소로 하는 입력  $u(t)$  를 구하는 것이 목적이므로 최적이론에 사용되는 cost function을 (3)식과 같이 정의하였다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T [ u^2(t) + \theta^2(t) ] dt \quad (3)$$

(1),(2)식을 선형화하고 (3)식을 cost function으로 사용하여 Hamiltonian<sup>(5-8)</sup>을 구하고 최적이론을 적용하면 (4),(5),(7)식으로 정리되며 계산하려고 하는 최적입력  $u(t)$ 는 (6)식으로 표현된다. 여기서  $\vec{\lambda}(t)$ 는 계산을 위한 dummy function,  $A, B, E, F, Q$ 는 상수행렬이다.

$$\vec{x}(t) = A\vec{x}(t) + Bu(t) \quad (4)$$

$$\vec{\lambda}(t) = E\vec{\lambda}(t) + F\vec{x}(t) \quad (5)$$

$$u(t) = f(\vec{\lambda}(t)) \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{x}(t) \\ \vec{\lambda}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & G \\ F & E \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{x}(t) \\ \vec{\lambda}(t) \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} \vec{x}(t) \\ \vec{\lambda}(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

### 3. 연구방법 및 실험

최적이론으로 계산된 최적입력  $u(t)$ 는  $Q$  matrix(8×8)의 고유치가  $-a \pm bi, p_3, p_4, 4$  중 근 0로 구성되어  $e^{-at}\sin(bt), e^{-at}\cos(bt), e^{p_3t}, e^{p_4t}$ , 상수,  $t, t^2, t^3$ 의 기본함수들의 가중합으로 구성된다. 이 결과를 (8)식에 보였으며, 본 연구의 실험범위내에서 상수  $k_3, k_4, k_7, k_8$ 의 값은 0이 된다.

$$u(t) = k_1 + k_2t + k_3t^2 + k_4t^3 + k_5e^{(p_1t)} + k_6e^{(p_2t)} + k_7e^{(-at)}\sin(bt) + k_8e^{(-at)}\cos(bt) \quad (8)$$

Overhead rail/trolley시스템이 방적공정에서 조사보빈을 운반하는 경우 보빈권취조건의 변화는 보빈파라미터  $m, l, c, I$ 들에 영향을 미칠것으로 기대된다. 그러나 overhead rail/trolley시스템의 실험결과 보빈형상의 대칭성때문에 보빈파라미터  $l$ 는 보빈권취조건에 영향을 받지 않으며, 보빈파라미터  $c, I$ 는  $m$ 과 상관성이 있다는 것이 밝혀졌다. 따라서 보빈질량  $m$ 과 (7)식의 상수  $p_3, p_4, k_1, k_2, k_5, k_6$ 에 대한 관계의 규명만으로도 보빈권취조건의 변화로 인한 새로운 보빈질량  $m$ 에 대한 최적입력  $u(t)$ 를 간단히 계산할 수 있다.

보빈파라미터  $c, I$ 와  $m$ 의 상관계수를 실험적으로 구하기 위하여 overhead rail/trolley시스템의 trolley를 고정시킨 후, 3 종류( $m=0.23kg, 1.27kg, 2.5kg$ )의 조사보빈을 자유진동시키고 이때의  $\theta(t)$ 를 각각 측정하였다. 이 파형은 감쇄하는 cosine형태로 나타나므로

이 파형의 주기와 진폭감쇄율을 측정하여 보빈파라미터  $c, I$ 를 계산하였으며 이 결과를 바탕으로 (7)식의 각각의 상수  $p_3, p_4, k_1, k_2, k_5, k_6$ 와 조사보빈질량  $m$ 의 관계를 표현하였다.

#### 4. 결론 및 고찰

Overhead rail/trolley시스템에서 운반물의 파라미터가 변할때 최적입력  $u(t)$ 는 매번 새로 계산되어야 하지만 제어 컴퓨터가 자동적으로 최적입력  $u(t)$ 를 계산하도록 program하기에는 너무나 복잡한 관문이 많다. 그러나 운반물의 형태가 방적공정에서의 조사보빈과 같이 기하학적인 대칭성을 가지고 있는 경우에는 조사보빈질량  $m$ 이 중요한 파라미터로 간주된다. 따라서 이  $m$ 의 변화와 최적입력  $u(t)$ 를 결정하는 상수들간의 관계를 실험과 시뮬레이션 방법에 의해 도출함으로써 복잡한 최적계산과정을 피하고 실제공정에서 실용적으로 사용가능한 최적입력  $u(t)$ 의 계산법을 고안하였다.

#### 참 고 문 헌

1. Report, "The Study of Automatic Roving Supply System for Spinning Process", Kyung Hee Univ., SHIN WHA TEXTILE MACHINERY CO., LTD., Ministry of Trade, Industry and Energy, in Korian, 1994.
2. Gene F. Franklin, J. David Powell, Abbas Emami-Naeini "FEEDBACK CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS", ADDISON-WESLEY PUBLISHING COMPANY, 1986.
3. Katsuhiko Ogata, "Modern Control Engineering", Chapter 2, Prentice-Hall Inc., 1990.
4. Masahito Kobayashi, Katsutoshi Tamura, "Nonlinear Control of a Class of Single Input Double Output Mechanical Systems and Its Application to an Inverted Pendulum with a Moving Weight", 計測自動制御學會論文集, Vol. 26, No. 12, 1384/1391, in Japanese, 1990.
5. ATHANS, FALB, "OPTIMAL CONTROL", McGRAW-Hill, Inc., 1966.
6. Donald E. Kirk, "Optimal Control Theory", Prentice Hall, 1970.
7. Kuo, Tal, "INCREMENTAL MOTION CONTROL" SRL Publishing Co., 1978.
8. FRANK L. LEWIS, "APPLIED OPTIMAL CONTROL AND ESTIMATION", Prentice Hall, 1992.
9. J.J. Hämäläinen, A. Marttinen, L. Baharova, J. Virkkunen, "Optimal path planning for a trolley crane", IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol. 142, No. 1, 51/57, 1995.