

# 새로운 조절연산자를 이용한 제한반복적 영상복원

이 상화<sup>○</sup>, 이 충웅

서울대학교 전기공학부

## THE CONSTRAINED ITERATIVE IMAGE RESTORATION USING NEW REGULARIZATION OPERATORS

Sang Hwa Lee <sup>○</sup> and Choong Woong Lee

Image Communications Lab., School of Electrical Eng., Seoul Nat'l Univ.

e-mail: lsh@ic1.snu.ac.kr

### 요약문

본 논문에서는 방향성을 갖는 새로운 공간적응 조절연산자와 비선형필터를 이용한 제한 반복적 영상복원 알고리즘을 제안하고 제안한 알고리즘의 수렴성에 대하여 분석을 하고 있다. 일반적인 제한반복적 영상복원 기법에서는 열화된 영상을 복원하는 과정에서 에지 및 경계부분의 재변잡이나 지나친 잡음성분의 증폭에 의한 고리현상등이 발생한다. 이러한 문제들을 해결하기 위하여 본 논문에서는 다음과 같은 기법을 도입하고 있다. 첫째는, 방향성을 갖는 새로운 공간적응 조절연산자를 적용하여 에지들의 재변잡을 막고 고주파수 영역의 복원성능을 개선하고 있다. 둘째로, 적응적인 비선형필터를 사용하여 잡음성분과 같은 고주파수 영역의 지나친 증폭에 따른 문제를 해결하고 있다. 그리고, 제안한 논문의 안정성과 수렴성을 보장하기 위한 조건을 분석하고 있다. 열화된 영상에 대하여 실험한 결과, 기존의 다른 결과보다 우수한 성능이 있었고, 특히, 에지의 복원성능 및 고리현상의 제거에 두드러진 특징을 나타내었다.

### 1. 개요

영상신호는 인간이 취급하는 정보중에서 가장 중요한 부분으로 인식되고 있고, 이러한 영상정보의 형성, 처리 및 전송에 대하여 다양한 연구가 이루어져 왔다. 그런데 영상신호는 다른 신호와 마찬가지로 전송과정에서 잡음에 의하여 왜곡 되기도 하고, 형성되는 과정에서 카메라 렌즈의 부정확한 초점이나 빠르게 움직이는 물체의 촬영시에도 변잡에 의한 열화가 일어난다. 이렇게 열화된 영상은 원래의 것과 다를 뿐 아니라, 인간의 시각특성에도 매우 좋지 않다. 따라서 영상의 열 화과정을 제거함으로써 원영상과 가장 유사한 영상을 얻음과 동시에 인간의 시각특성에 어긋나지 않는 영상을 구할 필요가 있다. 영상복원 방법들은 이러한 복원영상을 얻기 위하여 우선 정확한 열화모형을 구하고 그 역처리를 적용함으로써, 열화과정이 제거된 복원영상을 구하는 일련의 방법이다. 일반적으로 영상에 나타나는 열화는 다음과 같이 선형적인 모델로써 표현할 수 있다.

$$y = Hx + n. \quad (1)$$

여기서  $H$ 는 Point Spread Function (PSF)이고  $n$ 은 잡음,  $x$ 는 원영상을 나타낸다. 만약 PSF와 잡음에 대한 정보가 충분하게 주어져 있다면 이론적으로는 관찰되는 열화된 영상으로부터 원영상을 정확하게 복원할 수 있지만, 실제의 경우에 있

어서는 PSF나 잡음에 대한 정확한 정보는 주어지지 않고 추정을 통하여 대략적인 근사값만을 이용하게 되므로 완전한 원영상의 복원은 불가능하다. 또 PSF의 ill-condition 문제로 인해 PSF의 역처리(inverse process)를 구할 수 없는 경우가 많아 단순한 PSF의 역처리의 개념으로는 영상을 복원할 수가 없다. 따라서 이러한 문제들을 극복하면서 실제의 영상에 더욱 근접한 영상을 복원하기 위하여 여러 방법들이 연구되어 왔다.[1, 2] 그러나, 대부분의 방법들은 영상의 국부적인 특징을 고려하는데 어려움이 많아 적응적인 복원에 적합하지가 않다. 본 논문에서는 조절연산자를 이용한 제한반복적 영상복원 (Regularized Constrained Iterative Image Restoration, RCIR) 방법에 기반한 새로운 적응 기법을 통하여 영상의 특성에 따른 적응적인 복원기법을 제안한다. RCLSR 방법은 영상을 복원 하는 과정에서 열화모델의 역변환을 취하지 않고, 복원되는 영상의 특성을 이용하여 다음 단계에서 공간과 주파수 영역에서의 적응적인 복원을 가능하게 하며, 복원과정에서 필요한 다양한 매개 변수들을 영상의 국부적인 특성에 따라 적용시킬 수 있는 장점이 있다. 그러나, RCIR 기법은 복원된 에지의 재변잡이나 잡음의 지나친 증폭에 의한 고리현상등의 문제점을 발생시키고 있다. 이러한 문제를 해결하고자 하는 연구가 다양하게 진행되어 왔는데, Legendijk[3]은 고리현상을 수학적으로 분석하였고, Katsaggelos[4, 5]는 잡음가변함수(noise visibility function)를 제안하였다. 또, CHOY[6]는 공간에 따라 변하는 가중치 조절자를 적용하였고, 최근에는 PSF의 추정과 복원을 결합시키려는 연구가 진행되고 있다[7, 8]. 이러한 연구의 대부분은 공간적으로 변하는 지역연산자를 설계함으로써 잡음에 의한 문제점을 해결하고자 한다. 그러나, 본 논문에서는 이러한 RCIR 알고리즘을 기반으로 하여, 고리현상(ringing)을 제거하기 위한 저주파특성의 필터만이 아니라, 복원된 영상의 에지영역을 더욱 보존시켜주는 고주파특성의 새로운 조절연산자를 제안하고 있다. 이러한 제안된 기법들은 복원된 영상의 객관적, 주관적인 성능을 모두 개선시키고 있다.

### 2. RCIR 알고리즘

조절연산자를 이용한 제한반복적 영상복원은 다음과 같이 조절연산자를 통과한 영상의 에너지가 최소가 되도록 함으로써 영상을 복원한다.

$$\text{minimize } \|Cx\|,$$

$$\text{subject to } \|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \leq \epsilon. \quad (2)$$

여기서  $\mathbf{C}$ 는 고주파통과 필터와 성질을 갖는 선형연산자로, 이 연산자를 통과한 영상인  $\|\mathbf{C}\mathbf{x}\|$ 의 에너지가 최소가 되도록 하면, 잡음의 증폭을 억제할 뿐만 아니라 복원되어야 할 고주파 성분도 함께 억제하여 전체적으로 영상의 부드러움을 보장한다. 식 (2)를 풀기 위하여 제한조건을 고려한 *Lagrange Multiplier*를 적용하면, 다음과 같은 비용함수를 최소화하는 비제한적 알고리즘을 구현할 수 있다.

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{C}\mathbf{x}\|^2 + \lambda(\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 - \|\mathbf{n}\|^2). \quad (3)$$

이제  $J(\mathbf{x})$ 를 미분하여 최소가 되는  $\mathbf{x}$ 를 구하기 위한 반복 알고리즘을 유도하면 된다. 그리고 선형연산자  $\mathbf{C}$ 는 고주파통과의 특성을 갖도록 영상신호의 이차미분을 취하는 라플라시안 연산자를 사용한다. 한편, 영상신호는 인간의 시각 특성에 매우 민감하므로 각 영상은 시각 시스템에 어긋나지 않는 것이 바람직하다. 실험에 의하면 평탄부에서는 복잡한 영역에 비하여 상대적으로 잡음의 효과가 나타나지 않으며, 주위의 화소값에 따라서도 같은 수준의 잡음의 효과가 다르다고 한다. 이러한 인간의 시각 특성을 고려하여 영상의 국부적인 분산  $M(i, j)$ 을 이용하면 noise visibility 함수  $f(i, j)$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$f(i, j) = \frac{1}{\theta M(i, j) + 1}. \quad (4)$$

식 (4)를 공간에 따라 적용적으로 적용하면 새로운 반복 알고리즘을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 &= \beta \mathbf{H}^T \mathbf{y}, \\ \mathbf{x}_{k+1} &= (\mathbf{I} - \beta \alpha \mathbf{C}^T \mathbf{F}^T \mathbf{F} \mathbf{C}) \mathbf{x}_k + \beta \mathbf{H}^T (\mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{x}_k), \\ &= \beta \mathbf{H}^T \mathbf{y} + (\mathbf{I} - \beta \alpha \mathbf{C}^T \mathbf{F}^T \mathbf{F} \mathbf{C} - \beta \mathbf{H}^T \mathbf{H}) \mathbf{x}_k. \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)에서  $\mathbf{F}$ 는 noise visibility 함수이고  $\beta$ 는 steepest descent 반복식에서 연속적으로 복원된 두 복원 영상의 차이에 대한 가중치이다.

### 3. 제안하는 알고리즘

식 (5)에 의하여 열화된 영상을 복원하는 경우, 복원된 영상에서 몇 가지 해결해야 할 문제가 있다. 첫째로, 조절연산자에 의하여 잡음의 증폭만이 아니라, 선명하게 복원되어야 하는 에지 및 경계영역도 억제되어 재변질이 된다. 둘째로, 복원된 영상내에서 급격한 경계가 있는 부근에는 고리현상이 나타난다. 그리고, SNR이 작아서 잡음에 의한 열화가 심한 경우에는 복원된 영상에 salt-pepper 잡음이 나타난다. 이 논문에서 제안하는 기법은 방향성을 갖는 조절연산자, 유사투영연산자, 및 적응적인 저역필터를 이용하여 위의 문제들을 해결하고 있다.

#### 3.1 방향성을 갖는 공간적 조절연산자

복원된 에지와 경계부분의 재변질을 막기 위하여 새로운 조절연산자를 제안한다. 이 조절연산자는 복원하고자 하는 화소를 기준으로 하여 에지의 방향을 고려하여 설계되어 있다. 기존의 조절연산자는 주파수 영역에서 볼 때, 방향성이 없기 때문에, 어느 방향의 성분이나 균일하게 부드럽게 만든다. 영상의 방향성을 고려하기 위하여 먼저 영상을 quadtree로 분할하고[9] 각 분할된 블럭을 단위로 주위의 투영데이터를 이용하여 에지의 방향을 구한다. 복원하고자 하는 화소가 에지이고 방향성이 있으면, 그 방향과 평행한 조절연산자를 적용하여 복원한다. 평행한 조절연산자를 사용하는 것은 조절연산자의 고주파특성을 저주파 특성으로 변환하는 효과를 주어 이 연산자를 통과한 출력값이 작아지고, 그 만큼 고주파성분의 억제가 줄어들게 되는 것이

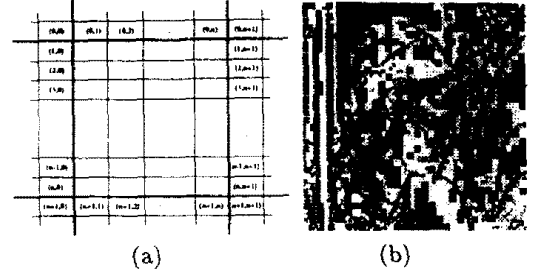


그림 1: (a) projection data, (b) information of directions.

다. 에지의 방향을 구할 때 quadtree분할을 이용하는 것은 잡음에 의한 오류를 방지하기 위함이다. quadtree분할에 의하여 블럭의 투영데이터는 에지여부와 그 방향성을 판단하는데 적용된다. 그림 1.(a)에서 한 블럭의 투영데이터를 볼 수 있고, (b)에서는 Lena영상의 quadtree분할된 블럭들의 방향성을 보여주고 있다. 블럭의 방향을 판정하는 방법은 다음과 같다.

$$\text{diff}(P_L) = \sum_{k,l=0}^{n+1} |P_L^2(k,l) - P_L^2(k,l)|, \quad (6)$$

$$\text{direction} = \text{Max}(\text{diff}(P_L), \text{Threshold}). \quad (7)$$

*Threshold*가 최대인 경우에는 아무런 방향성도 없는 것으로서, 기존의 조절연산자를 사용한다.

#### 3.2 유사투영연산자

고리현상은 PSF의 *ill-conditioned*에 의하여 발생하는데, 주위에서 화소의 급격한 변화가 있는 평탄부에서 임펄스성의 잡음이다[3]. 따라서, 이 고리현상을 제거하기 위해서 임펄스성의 화소를 제거하는 유사투영연산자를 다양한 가변블럭에서 적용한다. 이 연산과정은 다음과 같이 5단계로 정리할 수 있다.

- Step 0 :  $ws = 1$
- Step 1 : FIND  $x_{med}, x_{max}, x_{min} \in W_{ws \times ws}$
- Step 2 :  $T^- = x_{med} - x_{min}, T^+ = x_{med} - x_{max}$
- Step 3 : IF  $T^- > 0$  and  $T^+ < 0$  and  $ws < ws_{max}$   
THEN goto Step 4.  
ELSE ++ws and goto Step 1
- Step 4 :  $U^- = x(i, j) - x_{min}, U^+ = x(i, j) - x_{max}$
- Step 5 : IF  $U^- \leq 0$  or  $U^+ \geq 0$   
THEN  $x(i, j) = w \cdot x(i, j) + (1 - w) \cdot x_{med}$   
ELSE  $x(i, j) = x(i, j)$

#### 3.3 적응적인 잡음제거 필터

일반적으로, PSF이나 조절연산자 및 유사투영연산자 등과 같이 영상을 복원하는 과정에서 적응적으로 변하는 연산자들은 지지영역(Region Of Support)이 서로 다르기 때문에 정확하게 공간의 특성을 반영할 수가 없다. 특히, 잡음이 강하게 있는 경우에는, 복원능력이 크게 저하되며 공간적인 특성도 이 잡음에 의하여 판단되는 경우가 많으므로, 이를 제거해 주어야 한다. 여기서는 공간의 특성에 따라 적응적으로 저역 필터를 사용하여 잡음의 효과를 줄이고 수렴성을 보장하도록 하였다.

#### 4. 수렴조건에 대한 분석

이제 식 (5)는 제안한 기법을 고려하여 새롭게 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 &= \beta \mathbf{H}^T \mathbf{y}, \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} &= (\mathbf{I} - \beta \mathbf{C}^T \mathbf{F}^T \mathbf{W} \mathbf{F} \mathbf{C}) \mathbf{x}_k + \beta \mathbf{H}^T (\mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{x}_k) + \gamma \Delta \mathbf{x}_k, \\ &= \beta \mathbf{H}^T \mathbf{y} + (\mathbf{I} - \beta \mathbf{C}^T \mathbf{F}^T \mathbf{W} \mathbf{F} \mathbf{C} - \beta \mathbf{H}^T \mathbf{H}) \mathbf{x}_k + \gamma \Delta \mathbf{x}_k, \\ \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{L} \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}. \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)에서  $\mathbf{C}$ 는 방향성을 갖는 새로운 조절연산자이고,  $\mathbf{W}$ 는 적응적인 잡음제거 필터이다. 그리고,  $\mathbf{P}$ 는 유사투영연산자이고,  $\mathbf{L}$ 는 저역필터이다. 마지막항에서의  $\gamma \Delta \mathbf{x}_k$  항은 모멘트로서 수렴속도의 개선을 위하여 도입하였다. 이 반복적인 복원과정은 만약 축소변환의 조건을 만족하면 하나의 고정된 값으로 수렴한다[10]. 축소변환은 다음의 조건을 만족하는 변환으로서 영상복원의 수렴성을 분석하는데 기초가 되는 이론이다.

$$d(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{y}_{k+1}) \leq sd(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k), \quad s \leq 1. \quad (9)$$

수렴조건을 분석하기 위해서 식 (8)에서 우선 몇 가지 기호를 정의하기로 한다.

$$\mathbf{T} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{L} \mathbf{P} (\mathbf{I} - \beta \mathbf{C}^T \mathbf{F}^T \mathbf{W} \mathbf{F} \mathbf{C} - \beta \mathbf{H}^T \mathbf{H}), \quad (10)$$

$$d_k \stackrel{\text{def}}{=} d(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k). \quad (11)$$

식 (8)을 (9)에 적용하면, 식 (12)를 얻고 이를 풀면, 식 (13)을 유도할 수 있다.

$$d_{k+1} \leq \|\mathbf{T}\| \cdot d_k + d_0 \quad (12)$$

$$d_k \leq \frac{d_0}{1 - \|\mathbf{T}\|} + (d_0 - \frac{d_0}{1 - \|\mathbf{T}\|}) \cdot \|\mathbf{T}\|^k \quad (13)$$

최종적으로 식 (8)의 수렴조건을  $\mathbf{L} \mathbf{P}$ 의 조건으로 단순화시킬 수 있다.

$$\|\mathbf{L} \mathbf{P}\| < \frac{1}{1 + \beta(18 \cdot w_{\max} \cdot f_{\max} + \frac{1}{KL})}, \quad (14)$$

여기서 18은  $\mathbf{C}$ 의 정규값(norm)이고,  $w_{\max}$  and  $f_{\max}$ 는 각각  $\mathbf{W}$ 와  $\mathbf{F}$ 의 최대값이다. 식 (14)에서 볼 수 있듯이, 저역필터와 유사투영연산자가 복원과정의 수렴조건을 결정한다.

#### 5. 모의실험결과

제안한 알고리즘에 대한 실험은 그림 2에서 보이고 있다. 실험영상은 원영상에  $15 \times 15$  균일변짐과  $15 \times 1$  움직임변짐을 하고 가우시안 잡음을 더하여 열화된 영상을 만들었다. 실험에서 사용된 방향성 조절연산자는 수평, 수직, 및 대각선의 4가지만을 적용하였고, 다른 실험결과와의 비교를 위하여 다음과 같은 ISNR's(Improved SNR)의 비를 사용하였다.

$$R_{\text{ISNR}} = \text{ISNR}_{\text{proposed}} / \text{ISNR}_{\text{method of [5]}} \quad (15)$$

다양한 SNR과 변짐모델에 대하여 결과가 표1에서 제시되어 있다. 표1에서 볼 수 있듯이, 제안한 알고리즘은 [5]보다 우수한 성능을 나타내고 있고, 특히, 낮은 SNR에서 더욱 좋은 결과를 보이고 있다. [6]과 [8]의 결과와 비교하더라도 우수한 성능을 확인할 수 있다. 복원된 영상을 비교해 보면, 고리현상 및

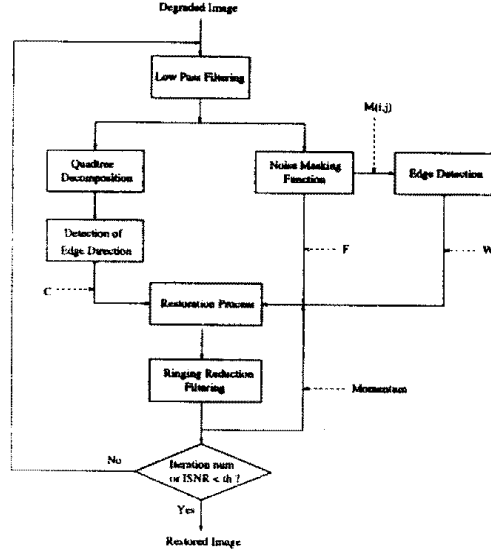


그림 2: Flow chart of proposed algorithm

images	ratio of ISNR's [dB]			
	uniform blur 30dB	free	motion blur 20dB	30dB
Lena	1.25	1.18	1.70	1.03
bank	1.24	1.16	1.58	1.05

표 1: The ratios of ISNR's

salt-pepper잡음이 많이 제거되었고, 에지와 경계의 복원이 매우 향상되었음을 볼 수 있다. 그림 3에서는 전체적으로 복원된 영상을 보여주고 있고, 그림 4는 복원된 에지를 비교해 보여주고 있다. 그림 4에 의하면, 제안된 조절연산자의 에지보존이 효과적임을 확인할 수 있다. 그리고, 모멘트항에 의해서 전체적으로 0.1dB정도의 수렴개선효과를 얻을 수 있었다.

#### 6. 결론

이 논문에서는 방향성을 갖는 새로운 조절연산자를 이용한 계한 반복적 영상복원 알고리즘을 제안하였다. 이러한 새로운 조절연산자는 복원된 에지와 경계영역의 재변짐을 막아주어 고주파성분의 복원성능을 크게 향상시켰다. 유사투영연산자 및 잡음제거 필터는 고리현상과 salt-pepper잡음을 효과적으로 제거하여 영상의 객관적, 주관적인 시각특성을 개선하였다. 또한, 본 논문에서는 복원된 영상의 안정성과 수렴성을 보장하기 위한 조건을 분석하여 제안한 알고리즘이 안정하게 영상을 복원할 수 있는 조건을 제시하였고 모멘트항을 도입하여 0.1dB정도의 수렴성능의 향상을 얻었다. 앞으로의 연구에서는 비디오신호에서의 움직임 예측과 움직임에 의한 열화를 복원하는데 밝은 전망이 있을 것으로 보이며, 다양한 파라미터의 최적화 및 PSF의 예측에 대한 연구도 이루어져야 한다.

#### 7. 참고문헌

- [1] H. C. Andrews and B. R. Hunt, *DIGITAL IMAGE RESTORATION*. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1977.

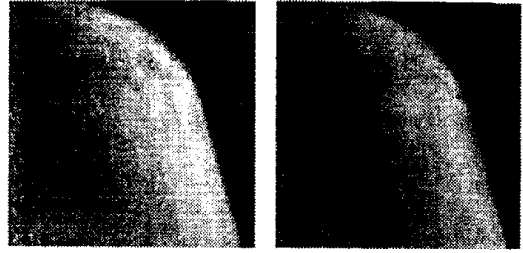


(a)



(b)

그림 3: Restored images; (a) method of [5], (b) proposed method.



(a)

(b)

그림 4: Comparison of restored edges; (a) method of [5], (b) proposed method.

[2] Rafael C. Gonzalez, *DIGITAL IMAGE PROCESSING*. Addison Wesley, 1994.

[3] Reginald L. Lagendijk, Jan Biemond, and Dick E. Boeke "Regularized Iterative Image Restoration with Ringing Reduction," *IEEE Trans. on SP*, Vol.36, No.12, pp.1874-1888, December 1988.

[4] A.K. Katsaggelos, "Iterative image restoration algorithms," *Optical Engineering*, Vol.28, No.7, pp.735-748, July 1989.

[5] A.K. Katsaggelos, Jan Biemond, and *et al*, "A Regularized Iterative Image Restoration Algorithm," *IEEE Trans. on SP*, Vol.39, No.4, pp.914-929, April 1991.

[6] Steven S. O. CHOY, Yuk-Hee CHAN, and Wan-Chi SIU, "New Adaptive Iterative Image Restoration Algorithm," *IEEE Proc. ICIP-94*, Vol.II pp.670-675, Nov. 1994.

[7] Vladimir Z. Mesarovic, Nikolas P. Galatsanos, and A. K. Katsaggelos, "Regularized Constrained Total Least Squares Image Restoration," *IEEE Trans. on Image Proc.*, Vol.4, No.8, pp.1096-1108, Aug. 1995.

[8] Yu-Li You and M. Kaveh, "A Simple Algorithm for Joint Blur Identification and Image Restoration," *IEEE Proc. ICIP-94*, Vol.III pp.167-171, Nov. 1994.

[9] Eli Shusterman and Meir Feder, "Image compression via improved quadtree decomposition algorithms," *IEEE Trans. on Image Proc.*, Vol.3, No.2, pp.207-215, March 1994.

[10] Erwin Kreyszig, *Introductory Functional Analysis with Applications*. WIE Wiley, 1978.

[11] Sang Hwa Lee and Choong Woong Lee, "A new space-adaptive regularized constrained iterative image restoration algorithms and analysis of convergence condition," *IEEE Proc. ICIP-96*, Vol.I pp.781-784, Sep. 1996.