

절삭가공시 절삭력 신호의 카오스적 거동에 관한 규명
 Verification on Chaotic Behavior of Cutting Force in Metal Cutting

구세진*(부산대원), 강명창(부산대 기계기술 연구소),
 김정석, 이득우(부산대 정밀정형 및 금형가공 연구센터), 황경현(한국기계연구원)

ABSTRACT

So far, the analysis and modeling of cutting process is studied, commonly assumed as being linear, stochastic, or chaotic without experimental verification. So we verified force signals of cutting process(ball end-milling) is low-dimensional chaos by calculating Lyapunov Exponents, reconstructing attractor using time delay coordinates and calculating it's fractal dimension.

Key words : Cutting force(절삭력), Cutting Dynamics(절삭 동특성), Chaos analysis(카오스 해석), Nonlinear(비선형), Fractal dimension(프랙탈 차원), Attractor(끌개), Lyapunov exponents(리아푸노프 지수)

1. 서론

절삭공정에 관한 기존의 연구는 일반적으로 실험적인 규명 없이 선형적, 통계적 혹은 카오스적(Chaotic)이라 생각하며 이를 기반으로 모델링 및 해석을 하고 결과를 도출해 왔다.

공구의 재질, 가공물의 절삭성, 공작기계, 공구의 형상, 절삭속도, 이송량, 절삭깊이, 절삭유 등의 여러 조건과 절삭점의 상태변화등 절삭공정은 많은 비선형(Non-linear) 요소를 가지고 있다. 이러한 요소들은 독자적 혹은 복합적으로 연계되어 작용하고 있어 각 상황의 절삭 조건을 동일하게 해도 동일한 결과를 얻을 수 없는 즉, 실험시의 측정값을 정량화한 데이터로 신뢰할 수 없는 문제점이 있다. 이는 선형화(Linearization)에 바탕을 둔 모델링은 신뢰하기 힘들다는 결론을 반영하고 있는 것이다. 통계적인 경우에도 생산성과 생산제품의 질을 고려할 때 많은 문제점을 안고 있다.

그러므로 보다 실제적인 고려를 한다면 이러한 요소들의 작용을 간과해서는 안될 것이다. 실제 비선형 현상을 해석하는 분야로서 카오스 이론 혹은 비선형 동역학 이론이 많이 연구되어오고 있다. 특히 카오스 이론은 잘 정립된 많은 분야의 오래된 구분을 모호하게하고 새로운 구분을 그으며 과학적 탐구의 새로운 분야로 떠오르고 있다.

완전하게 정의되고있지 못하고 있지만 카오스 이론의 정의는 결정론적인 비선형 동역학 계에서 나타나는 불안정한 비주기적 양상을 정성적으로 연구하는 학문이라 할 수 있다.⁽¹⁾

절삭공정에 대하여 카오스 이론을 적용한 예는 Grabec, Lin 등에 의해서 이루어 졌으며 시뮬레이션을 통해서 절삭공정이 비선형적이며 카오스적이라 주장하였으나,^{(2),(3)} 실험을 통한 규명은 아직 이루어지지 않고 있는 실정이다.

따라서 본 연구에서는 절삭시 절삭 동특성(Dynamics)을 잘 나타내고 있는 절삭력 신호를 볼 앤드밀 실험을 통하여 얻어진 절삭력 데이터로부터 리아푸노프 지수(Lyapunov Exponents), 시간 지연 좌표계(Time Delay Coordinates)를 이용한 끌개(Attractor)의 구성, 프랙탈 차원(Fractal Dimension)의 계산을 통하여 낮은 차원의 카오스적인 거동을 보임을 규명하였다.

2. 카오스 이론

결정론적 뉴턴 역학의 세계에 복잡함을 보이는 많은 현상이 있으며 대상 물질을 분해하여 세부적으로 분석하면 전

체를 기술할 수 있다는 환원론적인 자연관으로는 기술할 수 없는 많은 문제가 발견되어 왔다. 그래서 이 한계를 극복하려는 전 분야에 걸친 공통되는 줄기를 이룬 것으로서 카오스 이론이 등장하게 되었다.

이러한 카오스 이론은 상태보다는 과정의 과학이며 존재보다는 변화의 과학이라 할 수 있다. 천체 물리학자 Poincare는 기존의 뉴턴 역학에서의 이체(Two-Body)문제는 정확한 기술이 가능하지만 다체(Multi-Body)문제에서는 복잡한 카오스 현상이 존재한다는 것을 발견했다.⁽¹⁾ 기상학자 Lorentz는 고전과학에서 어떤 계의 정확한 초기 조건과 자연 법칙을 알 수 있다면, 그 계를 정확하게 기술할 수 있다는 관념과는 달리, 대단히 적은 오차가 급격한 변화를 일으키는 상태를 발견했다. 그리하여 상태의 비주기성과 예측 불가능성으로 기상의 단기 예측은 가능하지만 결코 반복되지 않는 장기 예측은 불가능하다는 것을 발견했다. 또한 간단히 3개의 미분 방정식으로 기상을 모델화하고, 3차원의 상태공간 좌표에서 기이한 끌개(Strange Attractor)를 구성하여 어떠한 점도 결코 결코 반복하지 않는 새로운 종류의 복잡성을 증명해 보였다.⁽⁵⁾

즉, 카오스란 이러한 초기조건의 민감성의 성질에 의해서 결정론적 동역학계에 긴 시간의 예측을 할 수 없는 거동을 말한다. 동역학계가 카오스적이라는 것은 초기 조건을 결정짓는 변수의 집합이 큰 것을 뜻한다. 결정론적인 계는 초기조건을 완벽하게 알 수 있다면 짧은 기간의 미래의 거동을 완벽하게 예측 할 수 있다. 하지만 실험적인 측정에서는 단일 변수의 시계열이 얻어지는 경우가 많다. 이는 많은 현상에서 관련된 변수를 모두 알 수 없으며 동시에 측정하기도 힘든 경우가 많기 때문이다.

시계열 신호로부터 동력학계의 거동이 카오스적인지를 판단하는 방법으로 민감도를 정량화 하는 척도인 리아푸노프 지수(Lyapunov Exponents)가 있다. 또한 변수를 위상공간 재구성하였을 경우 끌개(Attractor)의 존재 유무를 확인 하는 방법이 있다. 이러한 끌개의 프랙탈 차원(Fractal Dimension)을 계산하여 동역학적인 운동을 정량화할 수 있다.

2.1. 리아푸노프 지수

리아푸노프 지수를 구하는 것은 위상 공간에서 궤적을 구성하는 점들의 시간에 따른 구조를 검사하는 것이다.

리아푸노프 지수를 구하는 방법에는 기본적으로 두가지가 있다. 첫째는 위상공간에서 인접한 두 궤적의 점들간의 거리는 시간이 지남에 따라 지수함수적으로 발산 혹은 수렴하게 되는데 시계열 신호에 대해서는 리아푸노프 지수 λ 는 다음식으로 구할 수 있다.

$$\lambda = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{k=1}^M \log_2 \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})} \quad (1)$$

여기서 $L(t_{k-1})$: 기존 궤적의 초기위치와 가장 가까운 궤적간의 유클리디언 거리

$L'(t_k)$: 시간 t_k 경과후의 거리 ($t_k = t_{k-1} + \Delta$)

Δ : λ 를 계산하기 위해 사용하는 궤적의 전개 시간 (Evolution Time)

M : 전체 수행 횟수

다른 방법으로는 주어진 궤적의 접선 벡터의 증가율을 측정하는 것이다. 즉, 임의의 m차원 위상공간으로의 사상을 고려할 때 지수는 다음식으로 구할 수 있다.

$$\lambda(x, v) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} |(Df^n)(x) v| \quad (2)$$

$Df(x)$: m 차 미분 행렬
 v : x 점에서의 탄젠트 벡터

여기서 단위 시간당 궤적간의 발산율인 λ 를 리야푸노프 지수라고 하며 $\lambda > 0$ 이면 카오스 운동을 의미하며 $\lambda < 0$ 인 경우는 수렴을 의미하므로 선형적인 거동을 뜻한다. λ 가 0인 경우는 임계선상인 것을 의미한다.

따라서 리야푸노프 지수 λ 는 값의 크기에 따라 얼마나 카오스적인가 하는 정량적인 척도가 될 수 있다.

2.2. 프랙탈 해석

2.2.1. 끌개의 구성

이산계에서 카오스를 발견하고 분석하는 가장 중요한 방법중의 하나는 끌개의 재 구성이다. 즉, 시계열 자료로부터 계의 운동양상이 보이는 기하학적인 특징을 추출해 내는 과정이 그것이다. 배후의 알려지지 않은 동역학계의 시계열 자료에 대해 시간 t 에서의 상태 벡터 $\xi(t)$ 는 다음 식과 같이 재구성 되어지며 이때의 시스템 운동이 불규칙 운동이 아닌 경우 재구성된 위상공간에서 시스템을 지배하는 배후의 숨은 질서를 파악할 수 있다.

$$\xi(t) = (x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau), \dots, x(t+(d-1)\tau)) \quad (3)$$

여기서 τ 는 t 의 정수배인 시간 지연이며, d 는 임베딩 차원(Embedding Dimension)이다. 만약 카오스 거동으로 판별된다면 이러한 끌개를 정량적으로 특성화 할 수 있게 된다. 또한 재 구성된 끌개에 가장 적합한 운동방정식을 나타냄으로써 불규칙한 신호에 대한 비선형 모델링을 할 수 있게 된다. 끌개의 차원이 높아 질수록 어려워 지지만 선형 모델의 효용성을 훨씬 증가하는 모델링이 가능하다⁽⁶⁾.

2.2.2. 프랙탈 차원

수학적으로 프랙탈 차원은 부피나 질량과 같은 용적 치수(Bulk) V 와 길이 치수(Length) L 과의 비례적인 관계를 나타내는 변수라 할 수 있다. 즉, 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$V \propto L^D \quad (4)$$

여기서, D 는 프랙탈 차원으로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(V)}{\log(L)} \quad (5)$$

또한 일반화된 프랙탈 차원 D_q 는 다음과 같이 정의 되어진다.⁽⁷⁾

$$D_q = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{q-1} \frac{\log(\sum_i p_i^q)}{\log r} \quad (6)$$

여기서 r : 영역의 크기
 p_i : i 제 영역의 끌개의 척도

위의 차원정의는 $-\infty < q < \infty$ 에 대해 불변적인 전체 스펙트럼을 나타낸다. $q=0$ 인 경우는 용량차원(Capacity Dimension)이라 하며 $q=1$ 일때를 정보차원(Information Dimension), $q=2$ 일 때를 상관 차원(Correlation Dimension)이라고 한다. 실제 계산에서는 극한의 계산을 할 수가 없기 때문에 영역의 크기 r 은 충분히 작은 값으로 선정한다. 유한한 데이터에 대해서 i 번째 영역에서 $P_i = n_i/n$ 로 간주 되어진다. 여기서 n_i 는 영역의 점의 갯수이며, n 은 전체 점의 개수이다.

따라서 프랙탈 차원은 주어진 끌개에서의 공간채움상의 척도(Measure space filling)라 볼 수 있으며 미세한 끌개의 변동을 측정할 수 있다.

3. 실험 장치 및 실험방법

3.1. 실험장치

절삭력신호를 얻기 위한 머시닝 센터에서의 실험 장치 개략도는 Fig. 1과 같다. 공구동력계를 공작물의 일부분에 장착하여 측정하였다. 볼 엔드밀 공구의 기하학적 특성으로 인한 절삭날 중심에서의 절삭속도가 0이 되어 절삭이 이루어지지 않는 이유와 칩의 배출 등을 고려하여 공작물에 15° 정도의 경사각을 주어 가공하였다. 절삭력의 동적성분과 크기모두를 알아 보기 위해 전하 증폭기의 시정수는 long으로 두고 실험하였다.

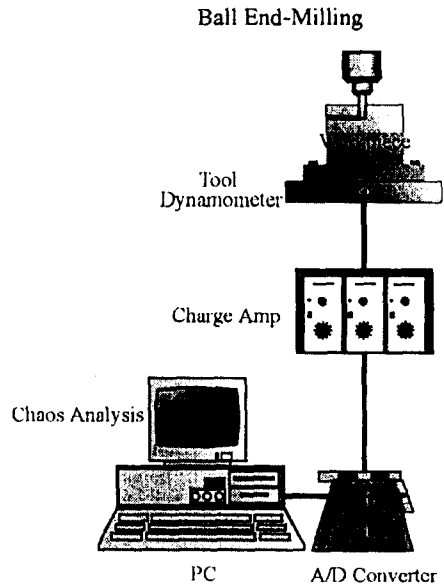


Fig. 1 Schematic Diagram of Experimental Set-up

3.2. 실험방법

3.2.1. 실험조건

본 실험에서 사용된 실험 조건은 Table 1과 같다. 공구동력계는 kistler 9257 B를 사용하였으며 앰프는 kistler 5007을 사용하였다.

Table 1 Experimental Conditions

Item	Specification
Cutting Process	Ball End-Milling Machining
Tool	AlTiN Coated WC Ball End Mill ($\phi=10$ mm, $z=2$)
Workpiece	IIP 4
Machine	Machining Center(Whacheon VMC-430)
Cutting Condition	<ul style="list-style-type: none"> • Spindle Rev(rpm) : 2600, 5200, 7800, 10400 • Cutting Speed, V (m/min) : 85, 63, 42, 21 • Feed (mm/min) : 260~3120 • Feed per Revolution, f_r (mm/rev) : 0.1, 0.12, 0.15, 0.2, 0.245, 0.3 • Pick Feed, P_f (mm) : 0.2, 0.245, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 • Axial Depth of Cut (mm) : 0.3

3.2.3. 실험 및 계산방법

볼 엔드밀을 사용하여 머시닝센터의 테이블 위에 공구동력계를 장착하여 고속가공하였기 때문에 15KHz의 샘플링 주파수로 0.2초 동안 A/D변환기를 거쳐 PC를 통해 획득하였다. 절삭력의 해석은 각각의 조건에 대한 시계열 신호를 시간지연 좌표계에서 재구성하여 기이한 끌개의 존재 여부를 확인하였으며 Liebovich, L. and Toth, T.⁽⁸⁾의 알고리즘을 이용하여 이러한 끌개의 프랙탈 차원을 계산하였고 Alan Wolf의 알고리즘⁽⁹⁾을 이용하여 리야프노프 지수를 계산하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1. 시간에 대한 절삭력의 변동

Fig. 2는 시간에 대한 절삭시간에 따른 이송 방향의 절삭력의 신호파형을 나타낸 것이다. 볼 엔드밀의 특성인 절삭날의 참여에 따른 단속절삭의 영향으로 약간의 주기성을 띄고 있으나 비선형성을 많이 띄고 있는 것을 알 수 있다.

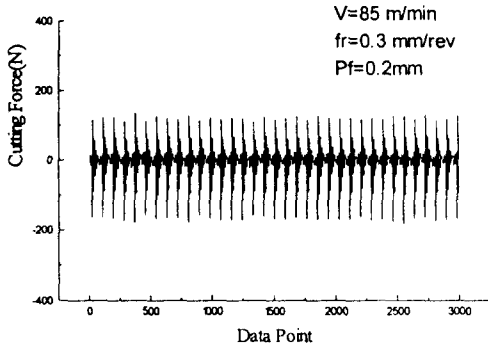


Fig. 2 Raw Tangential Force Signal of Ball End-Milling

Fig. 3은 Fig. 2의 신호중 국부적인 신호를 나타내는 것으로서, 미소한 잡음의 영향도 있고 주기적인 경향을 보이고 있지만 피크치의 값들을 보면 반복되지 않는다는 것을 알 수 있다.

일반적으로 절삭력의 변동사항을 기술할 때는 평균값이나 피크값 등을 취하는 경우가 많은데 이러한 것은 실제 신호와 상당한 차이가 있을 것으로 보이며 절삭상태를 나타내기에는 다소 오차를 내포하고 있다.

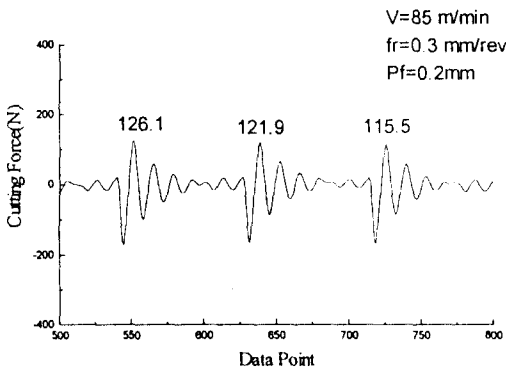


Fig. 3 Sectional Tangential Force Signal of Ball End-Milling

4.2. 시간 지연에 의한 끌개의 생성

Fig. 4, 5, 6은 절삭력신호의 세분력 신호의 시간 지연에 의해 재구성된 끌개이다. $x(n)$ 은 시계열 신호이며 k 는 4로 선택하였다. 세분력의 절삭 조건은 각각 다른 경우를 나타내며, 끌개가 형성되는 것을 확연히 알 수 있다. 조건에 따라서 끌개의 형태는 다소 달라졌으나 몇 개의 점을 중심으로 한계 순환형태가 일어나는 것을 잘 알 수 있다.

만약 신호가 무작위적인 잡음이라면 끌개는 형성되지 않으며 선형적이라면 일정궤도를 반복하는 점, 직선, 원의 형태가 일어나게 되는데 신호가 카오스 적일 때 임의의 몇 개 점을 중심으로 한 이러한 한계순환 형태가 일어나게 된다. 그러므로 볼 엔드밀의 절삭력 신호가 카오스 적이라는 것을 알 수 있다.

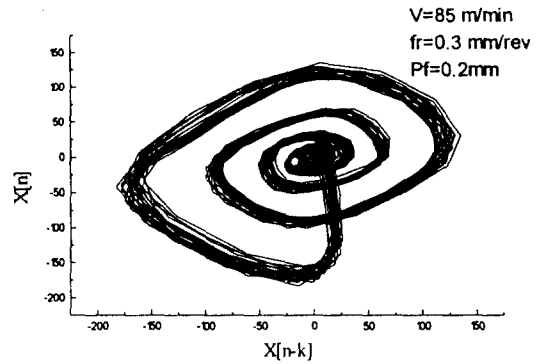


Fig. 4 Reconstruction of Tangential Force Signal in Phase Space by Time Delay Coordinates

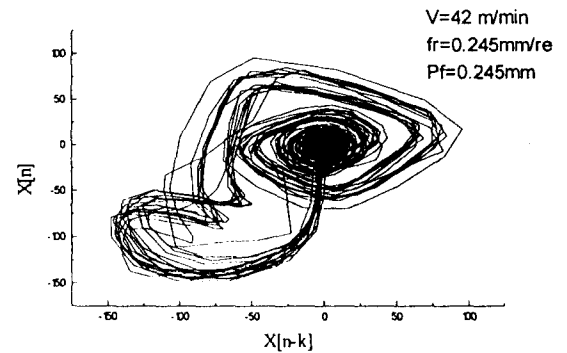


Fig. 5 Reconstruction of Radial Force Signal in Phase Space by Time Delay Coordinates

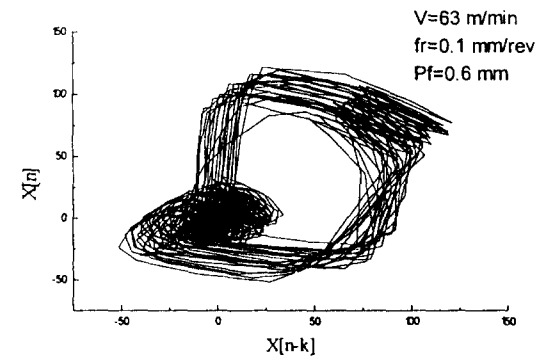


Fig. 6 Reconstruction of Axial Force Signal in Phase Space by Time Delay Coordinates

한편 절삭속도가 증가함에 따라 Fig. 7, 8, 9에 보이는 바와 같이 끌개의 중심이 되는 점이 오른쪽에서 가운데로 점점 이동하는 현상을 확인했다. Fig. 7, 8, 9, 4를 순서대로 보면 이송량과 피크피드량이 동일한 조건에서 이송방향의 절삭력 끌개의 절삭속도에 따른 변화를 알 수 있다. 이는 재구성된 끌개에 가장 적합한 운동 방정식을 찾음으로서 이러한 카오스적인 신호에 대한 비선형 모델링을 할 수 있게 되는데 끌개의 중심이 되는 점들은 비선형 모델링시 절삭속도에 영향을 결정지을 수 있는 유용한 변수로 이용될 수 있을 것으로 사료된다.

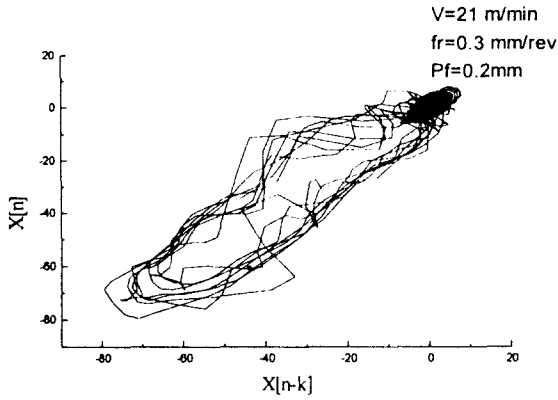


Fig. 7 Reconstruction of Tangential Force Signal in Phase Space by Time Delay Coordinates

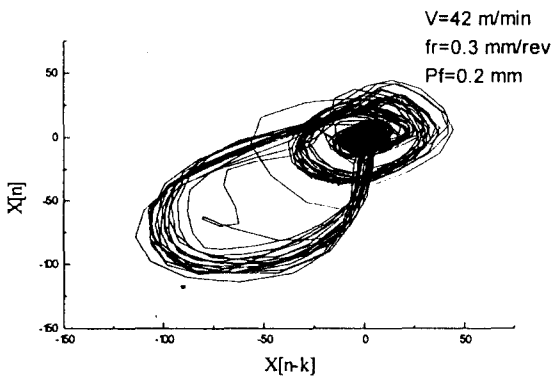


Fig. 8 Reconstruction of Tangential Force Signal in Phase Space by Time Delay Coordinates

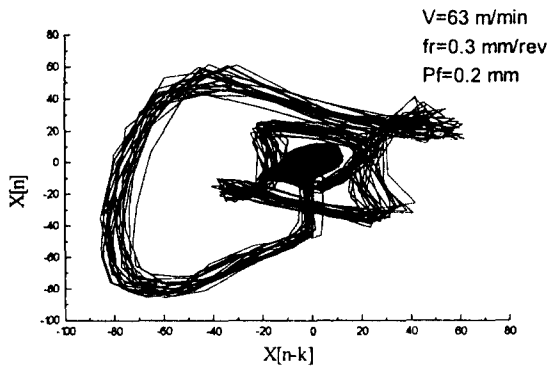


Fig. 9 Reconstruction of Tangential Force Signal in Phase Space by Time Delay Coordinates

4.3. 리야푸노프 지수 계산 결과

Table 2 Results of Calculation Lyapunov Exponents

Force	Lyapunov exponents
Tangential	0.3284 ~ 0.7113
Radial	0.2955 ~ 0.7785
Axial	0.4629 ~ 1.4046

엔드밀의 절삭력신호에 대한 세분력신호의 리야푸노프 지수를 계산한 결과는 Table 2과 같다. 리야푸노프 지수가 양수일 때 그 신호는 카오스 적이라고 한다. 따라서 볼 엔드밀 가공에 의한 절삭력 신호는 카오스 적인 거동을 보인다는 것을 알 수 있다. 리야푸노프 지수는 발산정도와 안정성의 정도를 측정 하는 기준이 되기도 하는데 값은 1.4046이하로 적절한 비선형 모델링에 의하여 신호의 단기 예측이 가능할 것으로 사료된다. Fig. 10은 전개횟수에 따른 리야푸노프의 값을 나타내었다. 전개시간은 2초로 설정하여 리야푸노프 지수를 구하였다. 여기서 적절한 전개 시간을 정해 주지 않으면 신호의 적합한 리야푸노프 지수를 구하지 못하게 되는데 몇번의 전개가 지난다음 하나의 값으로 수렴하는 것을 알 수 있으므로 적절한 전개 시간을 선택하였음을 알 수 있다.

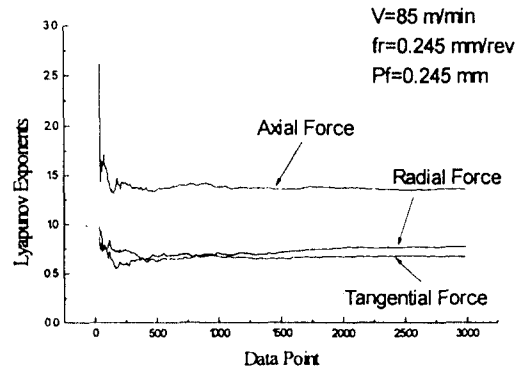


Fig. 10 Lyapunov Exponents of Force Signal in Evolution Time

4.4. 프랙탈 차원 계산 결과

프랙탈 차원의 계산 결과는 Table 3과 같다. 전체적으로 볼 때 1.73979이하의 값으로 낮은 차원의 거동을 보이는 것을 알 수 있다.

Table. 3 Results of Calculating Fractal Dimension

Cutting Force Direction	Capacity Dimension	Information Dimension	Correlation Dimension
Tangential	1.12350 ~	1.27016 ~	1.12477 ~
	1.54957	1.69803	1.73979
Radial	1.10467 ~	1.04922 ~	0.90087 ~
	1.49804	1.71481	1.74672
Axial	1.10464 ~	1.35076 ~	1.30495 ~
	1.49802	1.63308	1.70019

Fig. 11을 보면 절삭속도의 증가에 따라 차원의 값은 전체적으로 증가하였다. 계산한 모든 차원의 값이 증가하는 경향을 보였으나 용량차원의 값이 절삭속도에 따라 증가하는 경향이 뚜렷했다. 각 조건의 변화에 따라 민감한 프랙탈 차원을 찾는 것도 연구되어야 함을 알 수 있다. 위의 결과로 조건의 변화가 재구성된 끌개의 미세 구조의 변동을 초래하고, 이에 따라 차원의 값이 변동한다는 것을 알 수 있다. 프랙탈 차원이 증가한 이유는 한계순환 정도의 증가에 의한 공간 채움성이 높아졌기 때문이다.

프랙탈 차원이 낮을 때 재구성된 끌개의 비선형 모델링은 쉬워진다. 또한 조건에 따른 차원의 변동은 공구마멸, 채터와 같은 절삭가공에서의 이상상태 감시에 유용한 입력변수가 될 수 있다는 것을 암시한다.

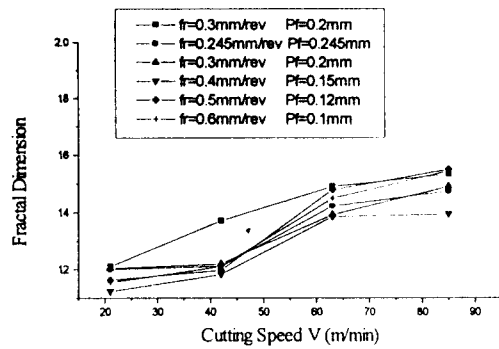


Fig. 10 The Relation Between Cutting Speed and Capacity Dimension

5. 결론

볼랜드밀 가공에서 발생하는 절삭력이 카오스 적임을 규명한 결과는 다음과 같다.

시간 지연 좌표계를 사용하여 끌개를 구성한 결과 몇 개의 점을 중심으로한 한계순환 형태의 결과가 도출되었다. 또한 리야푸노프 지수를 계산한 결과는 모두 양수이며, 값은 1.4046이하의 값이 나왔으므로 이상의 두결과로 절삭력 신호가 카오스적임을 규명하였다.

재구성한 끌개의 프랙탈 차원을 계산한 결과 1.73979이하의 값이 나왔으며 평균적으로 1.1~1.4정도의 값이 나왔기 때문에 낮은 차원의 값을 가진다. 또한 절삭속도의 증가에 따라 차원의 값은 증가하였다. 이는 이상상태에 의한 절삭조건의 변화가 재구성된 끌개의 미세구조에 반영될 수 있음을 의미하며, 감시를 위한 신경회로망과 같은 비선형 불을 사용할 때 유용한 인자로 사용될 수 있을 것이다.

이상에서 절삭력 신호는 낮은 차원의 카오스적 기동임을 규명하였으며 낮은 차원의 카오스는 재구성한 끌개에서의 비선형 모델링이 가능함으로 비선형 모델링에 의한 신뢰성 높은 절삭력의 단기 예측이 가능할 것으로 보인다.

참고문헌

1. Stephen H. Kellert, "In The Wake of Chaos : Unpredictable Order In Dynamical System", the University of Chicago Press, 1993
2. Igor Grabec, "Chaotic Dynamics of The Cutting Process", Int. Mach. Tools. Manufact. Vol. 28, No. 1, 1988.
3. J.S.Lin, C.I.Weng "Nonlinear Dynamics of The Cutting Process", Int.J.Mech.Sci. Vol.33, No.8, 1991.
4. K.F.Martin, J.A.Brandon, "A Comparison of In-Process Tool wear Measurement Method in Turning", Proc. 26th, Int. Machine Tool Design and Research Conf., 1986.
5. J.Gleick " Chaos : Making a New Science ", 1987
6. M.Casdagli "Nonlinear Prediction of Chaotic Time Series", Physca D, Vol. 35, 1989.
7. Fernando J. Pineda and Jhon C. Sommmmer " Estimating Generalized Dimensions and Choosing Time Delays : A Fast Algorithm", Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Comparative Time Series Analysis held in Santa Fe, New Mexico, May 14-17, 1992
8. L.S.Liebovitch, T.Toth, "A Fast Algorithm to Determine Fractal Dimension by Box Counting ", Phys.Lett. A, Vol.

141, No. 8, 1989.

9. A. Wolf, J.B.Swift, "Determining Lyapunov exponents from a time series", Physica D, Vol. 16, 1985

10. N.H.Packard, J.P.Crutchfield, J.D.Farmer, R.S.Shaw, "Geometry from a Time Series", Phys.Rev.Lett., Vol. 45, No. 9, 1980.