

동적 히스테리시스 루프의 TSK 퍼지 모델

°서 의성*, 이 원창**, 강 근택**

*삼성전자 정보통신시스템부 이동통신연구2팀, **부산수산대학교 전자공학과

TSK Fuzzy Model of Dynamic Hysteresis Loops

°Wea Seong Seo*, Wonchang Lee**, Geuntaek Kang**

*Samsung Electronics, **Dept. of Electronics. Eng., National Fisheries Univ. of Pusan

Abstract

A new model of dynamic hysteresis loops is presented. The model is a TSK fuzzy model and can be identified by using input-output data obtained from hysteresis loop systems. The model is shown to exhibit an increase in area of the loop with frequency, which is a hysteretic property.

1. 서론

히스테리시스 루프 현상은 페로마그네틱 물질, 유전체, 플라스틱의 변형, 스트레스-스트레인 관계 등 많은 물질에서 관찰되어진다. 또한, 인간의 호흡기관과 같은 프로세스에서도 볼 수 있다. 히스테리시스 루프는 유일해, 주기적인 입력신호는 주기적인 응답신호를 만들어내는 특성, 주파수의 증가에 따른 폭의 증가 등의 특성을 갖고 있다.

히스테리시스 성질의 요소가 있는 시스템의 해석 또는 제어물 위해서는 히스테리시스 현상을 잘 표현하는 수학적 모델이 필요하다. 히스테리시스 현상 모델링의 접근 방법은 통상 자연 현상의 모델링과 마찬가지로 다음과 같이 크게 두가지로 나뉘어 진다.

첫째 방법은 히스테리시스 현상을 갖는 소자의 물리적 법칙을 이용하는 것으로 보통 편미분방정식의 형태를 한다. 이 방법으로 모델이 잘 구현될 경우 그 모델은 매우 현실성이 있는 장점이 있다. 그러나 일반적으로 히스테리시스 현상의 물리적 법칙이 잘 알려져 있는 경우는 많으며, 그 물리적 법칙이 알려져 있다 하더라도 그것을 수학모델로 표현하기 위해서는 단순화를 하여야 하는 경우가 많다. 또한 그 수학모델은 편미분방정식의 형태이므로 해석하기가 매우 어렵다.

두번째 방법은 물리적 해석 없이 히스테리시스 현상을 나타내는 수학 모델로 표현하는 것이다. 히스테리시스 현상은 비선형이므로 그 수학모델도 비선형 모델이 되어야 한

다. 따라서 그 모델의 타당성을 입증하기 위해서는 전 동작 영역의 측정 데이터와 비교가 필요하나 이것은 불가능하다. 따라서 히스테리시스 현상의 특성을 보여 모델의 검증은 하는 어려움이 있다. 이러한 방법의 모델링의 가장 오래된 것은 Volterra가 integro-differential 방정식의 형태로 표현한 것이다. 이 방법은 kernel의 발견이 어려운 단점이 있다. Block와 Figueiredo는 piecewise-linear 기법으로 모델링 하였으나 모델이 복잡하고 정밀하지 않은 단점이 있다. 한편 Chua는 다음과 같은 미분방정식으로 모델링하는 기법을 제안하였다.

$$\frac{dy}{dt} = w \left(\frac{dx(t)}{dt} \right) \cdot h(y(t)) \cdot g(x(t) - f(y(t))) \quad (1)$$

식(1)에서 f, g, h 는 히스테리시스의 특성에 따라 정해지는 비선형 함수이다. 위의 Chua의 모델은 히스테리시스 현상의 특성들을 잘 반영하는 것으로 알려져 있으나 f, g, h 의 함수들이 비선형이며 데이터의 table로 저장하여야 한다. 또한 모델이 비선형이므로 모델로부터 제어기의 설계가 어렵다.

본 연구에서는 동적 히스테리시스 현상을 TSK퍼지 모델로 표현하는 방법을 제안하고자 한다. TSK퍼지 모델은 비선형 시스템의 표현에 뛰어난 특성을 갖고 있으며 시스템의 입력력 데이터로 부터 쉽게 구할 수 있다. 또한 TSK 퍼지 모델 선형 시스템의 퍼지 결합으로 이뤄지므로, 통상 선형제어시스템의 기법을 이용하여 TSK퍼지 모델로 부터 TSK 퍼지제어기의 설계 방법이 제안되어 있다. 따라서 동적 히스테리시스 현상을 TSK 퍼지모델로 표현할 경우 제어기의 설계도 쉽게 할 수 있다. 본 연구에서는 동적 히스테리시스 현상을 갖는 시스템으로 부터 입력력 데이터를 얻어 TSK퍼지모델을 작성하고, 그 모델이 원래 시스템과 잘 일치하며, 동적 히스테리시스의 특성인 주파수의 증가에 따른 폭의 증가 현상을 잘 나타냄을 보여준다.

2. TSK 퍼지시스템

2.1 TSK 퍼지모델

TSK(Takagi-Sugeno-Kang)퍼지 추론법은 다음과 같은 퍼지 규칙들로 구성된다.

$$L^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i, x_2 \text{ is } A_2^i, \dots, x_m \text{ is } A_m^i \\ \text{then } y^i = c_0^i + c_1^i x_1 + c_2^i x_2 + \dots + c_m^i x_m \quad (2)$$

여기서, x_j 는 입력변수, A_j^i 는 퍼지 집합, y^i 는 i 번째 퍼지 규칙의 출력, c_j^i 는 결론부의 파라미터이다. 어느 한 입력에 대한, 위의 퍼지 모델로부터 출력의 추론은 다음 식과 같다.

$$\hat{y} = \left(\sum_{i=1}^n W^i y^i \right) / \sum_{i=1}^n W^i \quad (3)$$

$$w^i = \prod_{j=1}^m A_j^i(x_j^0) \quad (4)$$

여기서, n 은 퍼지 규칙의 수, $A_j^i(x_j^0)$ 는 퍼지 집합 A_j^i 의 x_j^0 에서 멤버십치이다.

TSK 퍼지모델 퍼지규칙의 결론부가 식(2)에서와 같이 출력의 선형식임을 이용하여, TSK 퍼지모델로부터 TSK 퍼지제어기를 설계하는 방법도 제안되어 있다. 따라서 비선형 시스템이 TSK퍼지모델로 표현될 경우 제어기의 설계도 쉽게 될 수가 있다.

2.2 TSK 퍼지모델의 인식

퍼지모델 인식 과정은 그림 1과 같다.

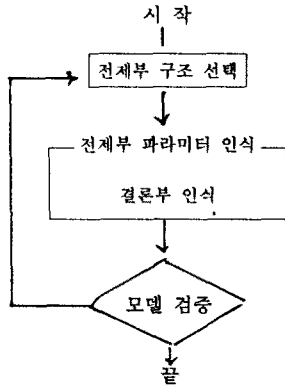


그림 1 TSK퍼지모델의 인식

전제부구조 선택이란 입력공간의 퍼지분할 방법을 찾는 것이다. 이 때, 퍼지 분할한 갯수가 퍼지 규칙의 수가 되며, 그 선택 방법은, 입력공간을 전혀 분할하지 않는 모델 즉 선형모델로부터 출발하여 모델의 검증 값이 최소가 될 때까지 입력공간의 퍼지분할 수를 늘려 나간다.

전제부 파라미터 인식은 퍼지집합의 멤버십 함수를 특정 파라미터를 찾는 것이다. 전제부 파라미터 인식은 출력

오차의 평방합을 최소로 하는 것을 목적함수로 하여 비선형계회법을 이용하여 구한다. 이 때 사용되는 비선형 계회법으로는 complex법, genetic algorithms 등이 있다.

결론부 인식은, 출력 y 가 식(5)와 같이 결론부 파라미터들 ($c_0^i, c_1^i, \dots, c_m^i$)의 한계 선형식으로 표현되어지므로, 선형시스템에서 통상 하는 수법을 이용할 수 있다.

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^n W^i y^i}{\sum_{i=1}^n W^i} \\ = c_0^1 g_0^1 + c_1^1 g_1^1 + c_2^1 g_2^1 + \dots + c_m^1 g_m^1 + \\ c_0^2 g_0^2 + c_1^2 g_1^2 + c_2^2 g_2^2 + \dots + c_m^2 g_m^2 + \\ \vdots \\ c_0^n g_0^n + c_1^n g_1^n + c_2^n g_2^n + \dots + c_m^n g_m^n \\ g_j^i = W^i x_j / \sum_{i=1}^n W^i \quad (\text{단, } x_0 = 1) \quad (5)$$

4. 동적 히스테리시스 루프의 퍼지 모델링

동적 히스테리시스 루프를 위의 TSK 퍼지모델로 표현하고자 한다. 비선형 시스템을 TSK 퍼지모델로 인식하기 위해서는 그 시스템으로부터 입력력 데이터를 얻어야 한다. 본 연구에서는 식(6)과 같은 Chua의 모델로부터 입력력 데이터를 얻어 모델 인식에 사용하였다

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{7} \left(x(t) - \frac{1}{3} y^3 \right)^3 \quad (6)$$

$$x(t) = 4 \sin(\omega t) \quad (7)$$

위의 식에서 ω 를 1, 3, 5로 변화 시키면서 입력력 데이터를 구하였으며 샘플링 주기는 0.03sec로 하였다.

4.1 TSK 퍼지모델

출력변수를 $y(k+1)$, 입력 변수를 $y(k)$, $y(k-1)$, $x(k)$ 로 한 TSK퍼지모델을 작성하였으며 그 모델을 그림 2에 보인다.

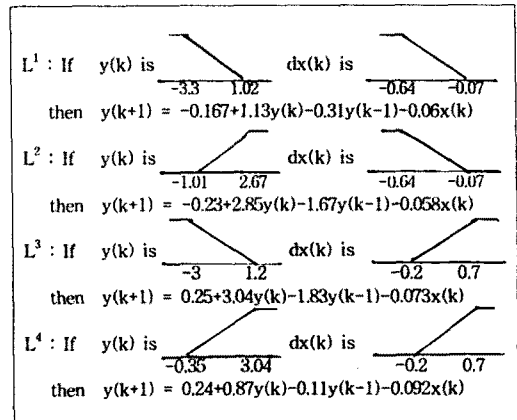
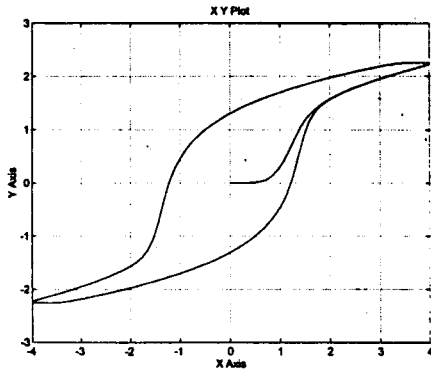


그림 2 히스테리시스루프의 TSK 퍼지모델

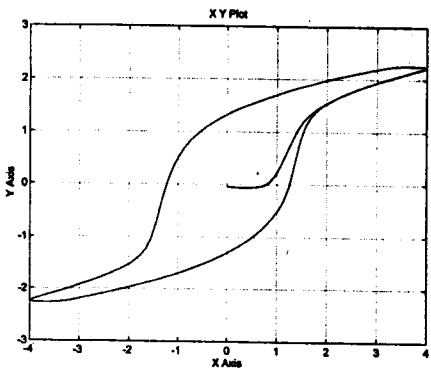
그림 2의 퍼지모델에서 $dx(k)$ 는 $x(k) - x(k-1)$ 이다. 퍼지 모델의 전체부 인식에는 genetic algorithm을 사용하였다.

4.2 시뮬레이션 결과

그림 2의 모델을 사용하여 시뮬레이션 한 결과를 그림 3 과 그림 4에 보인다.

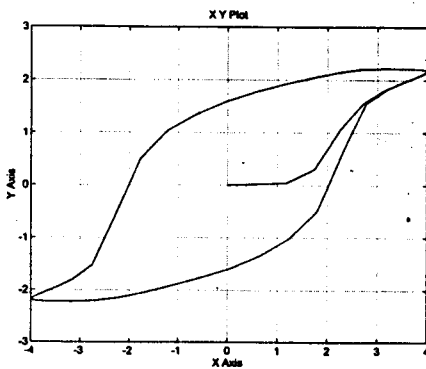


(a) 실제 시스템의 출력



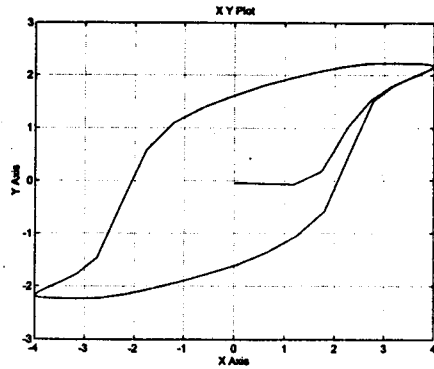
(b) TSK 퍼지모델의 출력

그림 3 $\omega = 1$



(a) 실제 시스템

그림 4 $\omega = 5$



(b) TSK 퍼지모델

그림 4 $\omega = 5$

5. 결 론

동적 히스테리시스 루프 시스템의 입력력 데이터를 이용하여 히스테리시스 루프를 TSK퍼지모델로 표현하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 시뮬레이션으로 주어진 히스테리시스 루프를 정확히 나타냄을 보였다. 또한 작성된 TSK 퍼지모델은 동적 히스테리시스의 특성인 주파수의 증가에 따른 폭의 증가 현상도 잘 나타냄을 보여 주었다.

앞으로 히스테리시스 루프의 TSK퍼지모델로부터 TSK 퍼지모델을 설계하여 제어시스템을 구성하는 방법과 실제 시스템에 적용시켜보는 것이 과제라 하겠다.

참고문헌

- [1] V. Volterra, Theory of functionals and of Integral and Integro-Differential Equations, New York : Dover, 1959
- [2] R.J.P. DeFigueiredo, "Forced oscillations in nonlinear systems with hysteresis", IRE Trans. Circuit Theory, 12, pp.52-58, 1965
- [3] L.O. Chua, K.A. Stromsmoe, "Mathematical model for dynamic hysteresis loops", Int. J. Engng Sci. 9, pp.435-450
- [4] L.O. Chua, S.C. Bass, "A generalized hysteresis model", IEEE Trans. on Circuit Theory, 19-1, pp.36-48, 1972
- [5] T. Takagi, M. Sugeno, "Fuzzy Identification of systems and its application to modeling and control", IEEE Trans. on Systems, MAN and Cybernetics 15, pp.115~132, 1985.
- [6] M. Sugeno, G.T. Kang, "Structure identification of fuzzy model", Fuzzy Sets and Systems, 18, pp.326~346, 1986.