

고조파에 의해서 왜곡된 정현파의 정확한 주파수 추정 방법

박종연, 장목순
강원대학교 전기공학과

The accurate estimation method of the basic frequency and harmonics of sinusoidal signals distorted by harmonics

Chong-Yeun Park, Mok-Soon Jang
Dept. of Electrical Eng., Kangwon Nat'l Univ.

Abstrat

This paper proposed frequency estimation the method of distorted sinusoidal signals by harmonics. An approximate estimation based on FFT and the accurate basic frequency was estimated by proposed method with Fourier Series, and the harmonics were estimated by the basic frequency. The sinusoidal signals is extracted by filter banks based on the estimated harmonics. The rate of basic and harmonics power is estimated by the extracted sinusoidal signals and we developed their algorithm and programs

I. 서론

전력계통의 과도현상으로부터 발생한 고조파는 변압기 철심의 표화에 큰 영향을 미치며, 자동차의 주행 중 발생하는 진동의 상당 부분은 타이어의 동특성에 포함된 고조파에 의해서 영향을 받는다. 이러한 고조파의 분석을 위한 고전적인 방법으로 계산 속도가 빠른 FFT(Fast Fourier Transform)를 주로 사용하였다. 그러나 FFT는 입력 데이터의 수를 2의 승수로 해야하고, 입력 데이터의 수에 의해 분석된 결과의 정확도가 좌우되며, 분석된 주파수의 간격이 입력 데이터의 표본화 시간과 데이터 수에 의존하는 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 [1] - [4]의 방법이 제안 되었다. 그러나 이러한 방법들은 복잡한 알고리즘에 의해서 컴퓨터의 많은 계산 시간이 소요되는 단점을 가지고 있다. 따라서 본 연구에서는 FFT에 의해서 먼저 근사 기본파를 추정하고 이것으로부터 푸리에 급수(Fourier Series)를 이용하여 정확한 주파수를 추정함으로써 FFT가 가지는 단점을 극복하면서 적은 계산량으로 정확한 기본파와 고조파를 추정하였다. 추정된 기본파와 고조파에 의해서 필터뱅크를 구성하여 이것으로부터 각 고조파를 추출하여 전력(power)를 계산함으로써 기본파 및 고조파의 성분비를 계산하였다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션에 의해서 제안된 방법의 타당성을 입증하였다.

II. 주파수 및 성분비 추정

본 연구의 수행 계통도는 그림1과같다.

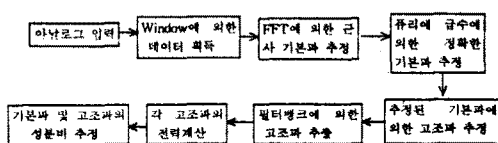


그림 1. 본 연구의 수행 계통도

II-1. FFT를 이용한 근사 기본파 추정

고조파에 의해서 왜곡된 파형의 주파수를 FFT에 의해서 분석할 경우 기본파의 주기와 FFT의 입력 데이터의 주기가 일치하지 않을 때 그 결과는 신뢰도가 낮다. 따라서 본 연구에서는 Hamming 윈도우를 사용하여 FFT의 입력 데이터를 반복하여

여러 개 얻음으로써 이러한 문제를 최소화하였다.[5] 입력신호가 $x(n)$ 일때 이것은 식(1)과 같이 표현되며

$$x(n) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i \cos(2\pi \frac{n}{T} + \phi_i) \dots\dots\dots(1)$$

식(1)은 FFT를 수행하기 위하여 N점(point)의 데이터를 가지는 Hamming 윈도우를 사용하여 단 한번의 데이터를 FFT하는 것이 아니라 그림2와같이 윈도우를 이동시켜 N점(point)을 갖는 M개의 데이터를 반복하여 얻었으며

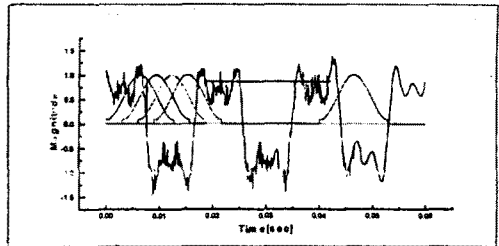


그림 2. 윈도우에 의한 데이터 획득

$$x(n)w_j(n) = \sum_{i=0}^{N-1} [a_i \cos(2\pi f_i \frac{(n-i)}{T} + \phi_i)] \dots\dots\dots(2) \\ * (0.54 - 0.46 \cos(\frac{2\pi(n+1)L}{NT}))$$

식(2)와같이 표현된다.

여기서 L은 대략 N/10 이고, $j = 0 \sim M$ 이며, j 는 반복횟수로 M은 대략 32이다.[6] 이렇게 얻어진 N점을 갖는 M개 데이터를 FFT 입력으로 해서 얻어진 M개의 FFT의 결과들을 더해서 최종 FFT의 결과로 하므로써 주기를 알 수 없는 입력 신호를 FFT할때 그 오차를 최소화 하였으며, 그 개략도는 그림3과같다.

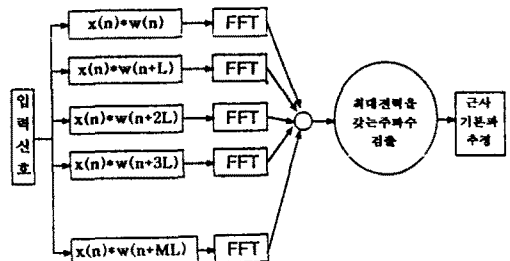


그림 3. 윈도우에 의한 FFT의 근사 기본파 추정 개략도

그림3의 결과로부터 최대 전력(power)을 갖는 주파수를 검출하여 입력신호의 근사 주기 T_0 를 추정하였다.

II-2. FS를 이용한 정확한 주파수 추정

신호가 다음과 같이 주기 T_x 을 가질 때 이것을 푸리에 급수로 표현하면 식(3)과 같다.

$$x(n) = \sum_m X_m \exp(jm\omega_x \frac{n}{T}) \dots (3)$$

$$\text{여기서 } X_m = \frac{1}{T_x} \int_{-T_x}^{T_x} x(t) \exp(-jm\omega_x t) dt \dots (4)$$

이것 식(4)를 적분한 값과 구간 p 만큼 이동하여 적분한 값의 차를 식(5)와같이 계산하여 그 값이 최소가 되는 T_x 를 구한다.[7]

$$|X(w, t)| = \left| \int_{-T_x}^{T_x} x(t) e^{-j\omega t} dt - \int_{-T_x+p}^{T_x+p} x(t) e^{-j\omega t} dt \right| \dots (5)$$

여기서 p 는 구간 T_x 의 선택된 구간이며, 이때 FFT로부터 근사 기본파의 주기 T_0 에 의한 특정 주파수 ω , 주기 T_x 을 Δw 와 ΔT 를 변화시키면서 식(5)의 $|X(w, t)|$ 값이 최소가 되며 T_x 가 신호의 주기 T_x 와 일치하므로 신호의 주기 T_x 를 추정할 수 있으며 이것으로부터 기본파의 주파수는 $f = \frac{1}{T_x}$ 를 구할 수 있다.

고, 고조파 성분 즉 3 ω , 5 ω , 7 ω ...로 추정하였다.

II-3. 고조파 성분비 추정

II-2에서 추정된 기본파와 고조파에 의해서 각 주파수를 중심 주파수로 하는 필터뱅크를 실현하여[8], 기본파 및 각 고조파의 성분비를 구하였으며 개략도는 그림4와같다.

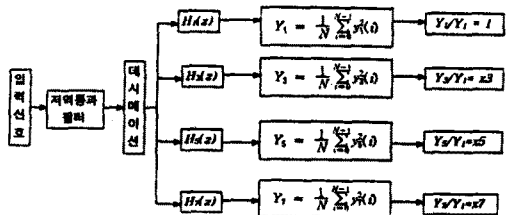


그림 4. 고조파 성분비 추정을 위한 개략도

이때 기본파 및 각 고조파의 주파수는 표본과 주파수에 비해 대단히 작으므로 이들 신호를 추출하기 위한 필터뱅크의 설계가 대단히 어렵다.[9][10] 따라서 입력신호를 데시메이션하여 고조파의 주파수 분포를 넓게 하므로써 필터뱅크의 설계를 쉽게 하였으며, 전달함수는 식(6)과같으며 각 계수는 표1과같다.

$$H_k(z) = \frac{b_k + b_{2k}z^{-1} + b_{3k}z^{-2} + b_{4k}z^{-3} + b_{5k}z^{-4}}{a_k + a_{2k}z^{-1} + a_{3k}z^{-2} + a_{4k}z^{-3} + a_{5k}z^{-4}} \dots (6)$$

표1. 필터뱅크의 계수들

$H_k(z)$	i	1	2	3	4	5
$H_1(z)$	b_1	0.0112	-0.0372	0.0321	-0.0037	0.0112
	a_1	1.000	-0.38383	3.5642	-3.4103	0.8848
$H_3(z)$	b_3	0.0121	-0.0336	0.0432	-0.0336	0.0121
	a_3	1.000	-3.4896	4.8916	-3.2251	0.8544
$H_5(z)$	b_5	0.0114	-0.0251	0.0316	-0.0251	0.0114
	a_5	1.000	-2.5944	3.5532	-2.4319	0.8788
$H_7(z)$	b_7	0.00115	-0.00140	0.0195	-0.014	0.0115
	a_7	1.000	-1.4438	2.3855	-1.3485	0.8727

필터뱅크를 통과한 신호 $y_k(n)$ 는 식(7)과같이 N 개를 더한 평균을 계산하여 기본파 및 각 고조파의 평균전력을 구할 수 있으며,

$$Y_k = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} y_k(i) \dots (7)$$

성분비는 식(8)과같이 구할 수 있다.

$$\frac{Y_1}{Y_1} : \frac{Y_3}{Y_1} : \frac{Y_5}{Y_1} : \frac{Y_7}{Y_1} \dots = 1 : x_3 : x_5 : x_7 \dots (8)$$

III. 시뮬레이션 및 결과

본 연구에서는 제안한 알고리즘은 그림5와같다.

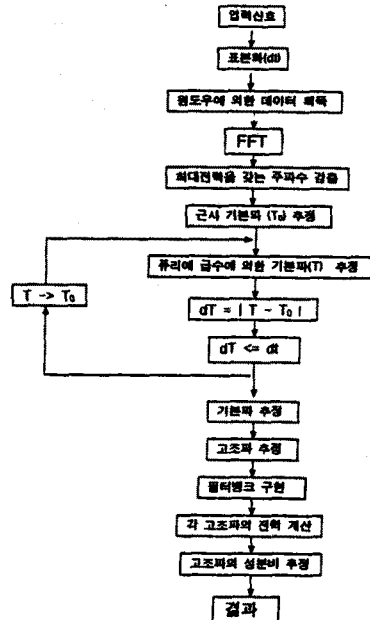


그림 5. 시뮬레이션을 위한 흐름도

식(5)의 $X(w, t)$ 가 가장 작은 T_x 를 구하기 위해서 FFT에 의해서 주어진 근사 주기 T_0 로부터 시작하여 반복계산하도록 하였으며, $X(w, t)$ 의 크기가 ϵ 보다 작거나 같을 때 반복 수행을 멈추고 결과값을 출력하도록 하였다.

FFT의 근사 주파수 추정

입력신호는 식(9)에 의해 그림6과같이 가정하였으며,

$$x(t) = A_m \sin(2\pi f_x \cdot t + 30^\circ) + \frac{1}{2} \sin(3 \cdot 2\pi f_x \cdot t + 60^\circ) + \frac{1}{4} \sin(5 \cdot 2\pi f_x \cdot t + 130^\circ) + \frac{1}{5} \sin(7 \cdot 2\pi f_x \cdot t + 230^\circ) + B_m \cdot \text{random}(t) \dots (9)$$

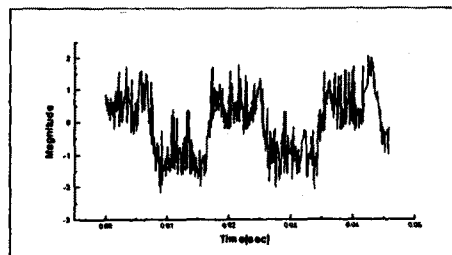


그림 6. 시뮬레이션에 사용한 입력신호

여기서 f_x 는 55Hz이고 표본화 주파수는 0.0001sec이며, A_m 은 기본파의 크기이고, B_m 은 백색잡음의 크기이다. Hamming 윈도우를 32회 이동하여 얻은 데이터를 FFT의 입력 데이터로 하여 얻은 결과를 더하였으며 그림7에서와 같이 최대 전력을 갖는 39Hz를 근사 기본 주파수를 추정하였다.

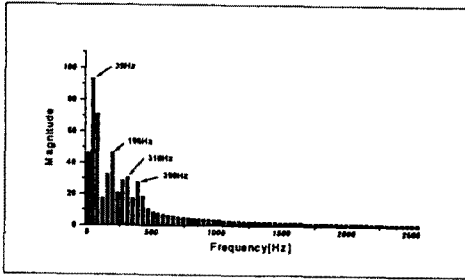


그림 7. Hamming 윈도우에 의한 FFT 결과

0 푸리에 급수에 의한 정확한 고조파 추정

그림7에서와 같이 FFT 결과로부터 근사 기본 주파수 39Hz를 얻었으며, 이것으로부터 그림5의 알고리즘에 의하여 계산된 식(5)의 결과는 그림8과같다.

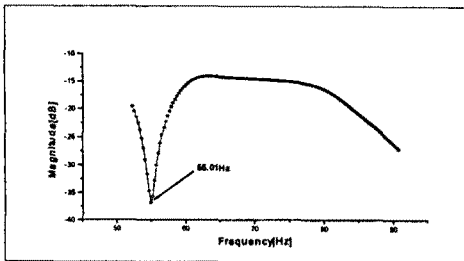


그림 8. 푸리에 급수에 의하여 추정된 기본주파수 추정

그림8에서와 같이 55Hz에서 식(5)의 $X(w, t)$ 값이 가장 작게 나타나므로 입력 신호의 기본주파수 55Hz로 추정되었으며, 3고조파, 5고조파 및 7고조파는 각각 $55 \times 3 = 165\text{Hz}$, $5 \times 55 = 275\text{Hz}$, $7 \times 55 = 385\text{Hz}$ 로 추정되었다. 또한 계산 오차가 한계 ϵ 보다 작거나 같을 때까지의 반복횟수에 대한 결과는 그림9에서 반복계산에 의해서 기본파에 수렴하였다.

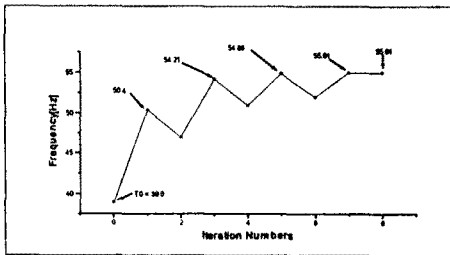


그림 9. 반복횟수에 대한 결과

0 고조파 성분비 추정 및 잡음에 대한 제안된 알고리즘의 신뢰도 평가

그림5의 개략도에 의한 각 고조파의 전력비는 $x1 : x3 : x5 : x7 = 1 : 4 : 16 : 25$ 로써 식(5)의 입력신호의 각 고조파의 크기와같은 전력 얻었다. 또한 입력신호에 포함된 백색 잡음(white noise)의 크기 Bm 과 기본파의 크기 Am 과의 비율에 따른 기본파 추정의 대한 오차는 그림10과같으며

그림10과같이 입력신호에 기본파 크기의 5배 이상의 잡음이 포함되어 있는 경우 본 연구에서 제안한 알고리즘의 오차가 15% 이상이므로 분석된 결과를 신뢰할 수 없는 것으로 나타났다.[11]

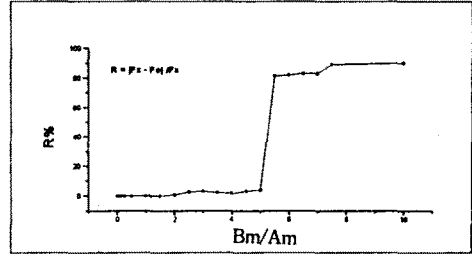


그림 10. 잡음에 의한 본 알고리즘의 오차

IV. 결론

본 연구에서는 고조파에 의해서 왜곡된 파형의 정확한 기본파와 고조파를 추정하기 위해서 FFT입력 데이터를 Hamming 윈도우에 의한 방법으로 인음으로써 입력 신호의 주기와 FFT의 입력 데이터의 주기가 정수배가 되지 않는 경우에 발생하는 오차를 줄일 수 있으며, FFT에 의해서 근사 추정된 기본파로부터 푸리에 급수를 이용하여 정확한 기본 주파수를 추정할 수 있으며, 이것으로부터 고조파를 계산하였다. 추정된 기본파와 고조파에 의해서 필터뱅크를 실현하여 기본파 및 각 고조파에 대한 성분비를 추정하였다. 제안된 이론들에 대한 알고리즘과 프로그램 개발하였어, 시뮬레이션하여 본 이론의 타당성을 입증하였다. 또한 본 연구에서 제안된 알고리즘은 백색 잡음이 기본파 크기의 5배 이상 존재할 경우 그 결과를 신뢰할 수 없으며 이에 대한 보완적인 추가 연구가 필요한 것으로 나타났다.

V. 인용문헌

- [1] S.L.Marple, Digital spectral analysis with applications, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.
- [2] S.M.Kay, Modern spectral estimation. Theory and Application, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.
- [3] R.E.Vaccaro, SVD and signal processing, Norht-Holland, Amsterdam, 1991
- [4] T.Lobos and J.Rezmer, Digital determination of power system frequency in real-time, 17th Seminar on Fundamentals of Electrotechnics and Circuit Theory, Gliwice-Ustron, 1994
- [5] Peter T.Gough, "A Fast Spectral Estimation Algorithm Based on the FFT", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 42, No. 6, June, 1994.
- [6] 장목순, 박종연, '타이머 동특성에 관한 연구', 대한전기공학회 하계 학술대회, 1993.
- [7] Tedeusz Lobos, Piotr Ruczewski and Jaroslaw Szymanda, "Real-Time Estimation of the Frequency of Sinusoidal Signals Distorted by Harmonics", European Association Signal Processing VII: Theories and Applications, 1994.
- [8] N, J. Fliege, Multirate Digital Signal Processing-Multirate Systems, Filter Banks, Wavelets, Jon wiley & Sons, 1994
- [9] P. P. Vaidyanathan, Multirate Systems and Filter Banks, Prentice-Hall, Inc, 1993.
- [10] Donald E. Crochiere and Lawrence R. Rabiner, Multirate Digital Signal Processing, Prentice-Hall, Inc., 1983.
- [11] 박성현, "현대실용계측법", 대영사, 1982.