

신경회로망 직접 적응제어 및 안정성 해석

최종수* · 김형석** · 김성중** · 권오신***

* 포스콘 기술연구소 분산제어팀
 ** 전북대학교 제어계측공학과
 *** 군산대학교 제어계측공학과

Neural Direct Adaptive Control and Stability Analysis

J. S. Choi* · H. S. Kim** · S. J. Kim** · O. S. Kwon***

* DCS Team, R&D Center, POSCON

** Dept. of Control & Instrumentation Eng., Chonbuk Nat'l University

*** Dept. of Control & Instrumentation Eng., Kunsan Nat'l University

Abstract - In this paper, method for direct adaptive control of discrete nonlinear systems using neural network is presented. Also, the stability problems are investigated in sense of the Lyapunov stability conditions. Through extensive simulation, the SODN is shown to be effective for indirect adaptive control of nonlinear dynamic systems.

1. 서론

미지의 플랜트에 대한 적응제어 방법은 직접 적응제어와 간접 적응제어로 크게 구분할 수 있다. 직접 적응제어에서 제어기의 파라미터는 출력 오차를 감소시키기 위해서 직접적으로 조정된다. 간접 적응제어에서 플랜트의 파라미터는 매 시간에서 추정되고, 추정된 파라미터 벡터가 플랜트의 파라미터 벡터의 실제값을 표현한다는 가정하에 제어기의 파라미터 벡터가 선정된다[1].

기존의 직접 적응제어 이론에서 추정된 출력오차를 기반으로 제어기의 파라미터를 조정하는 방법은 passivity 개념에 의존한다. 플랜트와 기준모델에 관한 적합한 가정은 세워놓음으로써 조절되는 파라미터의 방향은 추정된 두 신호를 상관시켜 얻을 수 있다. Lyapunov 이론이나 초안정도 이론(hyperstability theory)을 이용하여, 적응법칙을 기초로한 모든 제어기 파라미터의 조정은 전체 시스템의 안정도를 보장한다는 것을 보여준다.

신경회로망을 이용한 직접 적응제어 구조[2]에서 신경회로망 제어기는 제어입력 오차를 최소화 시키도록 학습된다. 그러나 직접 적응제어 구조에서는 원하는 제어입력을 알 수 없으므로 신경회로망 제어기를 학습시킬 수 있는 제어입력 오차를 알 수 없다는 단점이 있다. 반면에, 신경회로망 간접 적응제어[3]의 경우 플랜트는 신경회로망 모델을 사용하여 파라미터화되고 모델의 파라미터는 식별(identification) 오차를 사용하여 갱신된다. 제어기 파라미터는 식별모델(identified model)을 통해서 식별모델과 기준모델 출력 사이의 오차를 역전파시킴으로써 조정된다. 하지만, 이러한 구조에서는 실제의 제어 입력오차와 식별모델을 사용했을 경우의 제어입력오차 사이에 상당한 차이가 있으므로 안정성 측면에 대해서는 확신할 수가 없다.

이 연구에서는 신경회로망을 이용한 직접 적응제어기 설계 및 적응제어 입장에서 직접제어기의 안정도를 해석에 대하여 기술한다. 또한 자율분산 신경망(SODN)을 이용한 비선형 동적 시스템 제어에 적용한다.

2. 직접 적응제어

플랜트의 모델이 다음 식과 같은 이산 시스템이라 가정하자.

$$\begin{aligned} q(k+1) &= f(q(k), u(k)) \quad (\text{state equation}) \\ y_p(k) &= g(q(k)) \quad (\text{output equation}) \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 $q(k) \in R^n$, $u(k) \in R^1$ 및 $y_p(k) \in R^1$ 는 각각 상태변수, 플랜트 출력 및 제어 입력을 의미한다. 신경회로망 제어기는 플랜트와 제어입력과의 관계를 신경회로망 고유의 비선형성을 이용하여 사상하게 된다. 이 경우 제어입력 $u(k)$ 는 다음 식과 같다.

$$u(k) = h(r(k), y_p(k)) \quad (2)$$

여기에서 $r(k)$ 는 시간 k 에서의 기준신호이고 $y_p(k)$ 플랜트 출력이다.

SODN[4,5]을 신경회로망 제어기로 사용할 경우 직접 적응제어 시스템의 전체 구조는 그림 1과 같다(그림에서 D는 시간 지연을 의미한다.). 플랜트의 출력 $y_p(k)$ 가 기준모델의 출력 $y_m(k)$ 를 추종하도록 하기 위한 제어입력을 $u_d(k)$ 라 가정하면 플랜트 출력 오차와 제어입력 오차는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} e(k) &= y_m(k) - y_p(k) \\ e_u(k) &= u_d(k) - u(k) \end{aligned} \quad (3)$$

신경회로망 제어기를 학습시키기 위해서는 다음의 오차함수가 필요하다.

$$\begin{aligned} E_{u(k)} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (e_{u_i}(k))^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (u_{d_i}(k) - u_i(k))^2 \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서 $e_{u_i}(k)$ 는 출력층의 i 번째 출력단자의 제어입력 오차를 의미한다. 그림 1의 제어 구조에서는 $u_{d_i}(k)$ 를 알 수 없으므로 제어기를 학습시킬 수 있는 제어입력 오차함수 $E_e(k)$ 를 얻을 수 없다. 따라서 출력 오차에 대하여 오차함수를 다음과 같이 다시 정의해야 한다.

$$\begin{aligned} E(k) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (e_i(k))^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_{m_i}(k) - y_{p_i}(k))^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [G_i(u_d) - G_i(u)]^2 \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서 $G(u)$ 는 사상 $y=G(u)$ 에서 1 번째 요소를 의미한다. 출력 오차함수 $E(k)$ 는 플랜트 출력에 관한 식이므로 쉽게 얻을 수 있다.

오차 역전과 학습에서 처럼 은닉층과 출력층의 연결강도를 변화시키는 방법은 다음과 같다. 은닉층과 출력층 사이의 가중치를 w_{jk} 라 하면

$$w_{jk}(k+1) = w_{jk}(k) + \Delta w_{jk} \quad (6)$$

이다. 여기에서 제어입력 오차를 모르므로 연결강도를 시스템 출력 오차를 최소화하는 방향으로 다음과 같이 변화시킨다.

$$\Delta w_{jk}(k) = -\eta \frac{\partial E_y(k)}{\partial w_{jk}(k)} \quad (7)$$

신경회로망 제어기 출력을 $u_j(k)$ 라 하면

$$\frac{\partial E_y(k)}{\partial w_{jk}(k)} = -\sum_{i=1}^n (y_{mi}(k) - y_{pj}(k)) \frac{\partial y_{pj}(k)}{\partial u_i(k)} \frac{\partial u_i(k)}{\partial net_i(k)} \frac{\partial net_i(k)}{\partial w_{jk}(k)} \quad (8)$$

이다. 여기에서 은닉층에서의 j 번째 유닛 출력은 $v_j(k)$ 라 하면, 식 (8)은

$$\frac{\partial E_y(k)}{\partial w_{jk}(k)} = -\sum_{i=1}^n (y_{mi}(k) - y_{pj}(k)) \frac{\partial y_{pj}(k)}{\partial u_i(k)} f'(net_i(k)) v_j(k) \quad (9)$$

가 된다. 오차 역전과 방법을 적용시키면

$$\delta_j(k) = \sum_{i=1}^n (y_{mi}(k) - y_{pj}(k)) \frac{\partial y_{pj}(k)}{\partial u_i(k)} f'(net_i(k)) \quad (10)$$

로 된다. 여기에서 시스템 출력 오차를 가지고 신경회로망을 학습시키고, 학습 알고리즘의 수렴성을 보장하기 위해서는

$$\text{sign}\left(\sum_{i=1}^n (y_{mi}(k) - y_{pj}(k)) \frac{\partial y_{pj}(k)}{\partial u_i(k)}\right) = \text{sign}(e_m(k)) \quad (11)$$

의 관계가 반드시 성립해야 한다. 또한

$$\eta = \eta' \left| \frac{\partial y_{pj}(k)}{\partial u_i(k)} \right| \quad (12)$$

에 의해 학습계수가 보정될 수 있으므로 $\left| \frac{\partial y_{pj}(k)}{\partial u_i(k)} \right|$ 의 정확한

수치가 필요하지 않다. 그러나, $\frac{\partial y_{pj}(k)}{\partial u_i(k)}$ 의 부호는 비유함수의 gradient를 결정하므로 매우 중요하다.

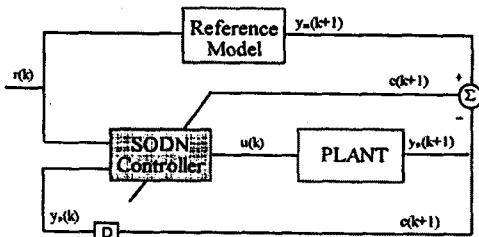


그림 1. SODN을 이용한 직접 적응제어 시스템.

3. 안정성 해석

적응제어의 관점에서 신경회로망을 이용한 직접 제어의 안정도를 조사해 보면 다음과 같다[6]. Lyapunov 함수 후보 V 를 다음과 같이 정하면

$$V = \frac{1}{2} e^T P e \quad (13)$$

와 같이 놓을 수 있다. 이 V 에 대해서

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{2} e^T P \dot{e} + \frac{1}{2} \dot{e}^T P e \\ &= \frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B_M u \end{aligned} \quad (14)$$

이 된다. 이때 오차 역전과 학습방법은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta W &= -\eta \frac{\partial}{\partial W} \left(\frac{1}{2} e^T P e \right) \\ &= -\eta e^T P \frac{\partial e}{\partial u} \frac{\partial e}{\partial W} \end{aligned} \quad (15)$$

여기에서 $\frac{\partial e}{\partial u}$ 를 구해보면, positive real 시스템에서

$$\frac{\partial e}{\partial u} = \partial(Y_d - Y) \partial u = -\frac{\partial Y}{\partial u} \quad (16)$$

가 된다. 따라서 $\frac{\partial e}{\partial u}$ 는

$$\frac{\partial e}{\partial u} = B_M \quad (17)$$

이므로, ΔW 는

$$\Delta W = -\eta e^T P B_M \frac{\partial u}{\partial W} \quad (18)$$

이다. 앞에 언급한 바와 같이 평형점에서 작은 편차에 대해서는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \Delta u &= \left(\frac{\partial F}{\partial W} \right) \Delta W + \left(\frac{\partial F}{\partial U_1} \right) \Delta U_1 \\ &= -\eta \left(\frac{\partial F}{\partial W} \right) e^T P B_M \left(\frac{\partial u}{\partial W} \right) + \left(\frac{\partial F}{\partial U_1} \right) \Delta U_1 \end{aligned} \quad (19)$$

따라서, $\frac{dV}{dt}$ 는

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\frac{1}{2} e^T Q e - \eta e^T P B_M \left(\frac{\partial F}{\partial W} \right) e^T P B_M \left(\frac{\partial u}{\partial W} \right) \\ &\quad + e^T P B_M \left(\frac{\partial F}{\partial U_1} \right)^T \Delta U_1 \end{aligned} \quad (20)$$

이다. 위 식에서 알 수 있듯이 $\frac{dV}{dt} < 0$ 이 되려면

$$-\eta e^T P B_M \left(\frac{\partial F}{\partial W} \right) e^T P B_M \left(\frac{\partial u}{\partial W} \right) + e^T P B_M \left(\frac{\partial F}{\partial U_1} \right)^T \Delta U_1 \leq 0 \quad (21)$$

이어야 한다. 또한 신경회로망 제어기에서는

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial U_1} &= \frac{\partial}{\partial U_1} F_1(W_1 F_2(W_2 U_1)) \\ &= F_1' W_1 F_2' W_2 \end{aligned} \quad (22)$$

가 된다. 여기에서

$$F_1' = \frac{d}{dW_1 F_2(W_2 U_1)} F_1(W_1 F_2(W_2 U_1)) \quad (23)$$

$$F_2' = \frac{d}{dW_2 U_1} \quad (24)$$

이다. 즉, $\frac{\partial u}{\partial U_1}$ 는 신경회로망 제어기 연결강도의 직접적인 관계

로 나타나고 주어진 플랜트의 특성에 따라 식 (17)에서 B_M 의 성질이 정해지게 되므로 $\frac{dV}{dt} < 0$ 를 증명할 수가 없다.

그러나 신경회로망 제어기의 연결강도의 크기를 제한하고, 행렬 Q 와 학습계수 η 를 적절하게 조절함으로써 식 (20)의 첫 번째 항이 두 번째 항과 세 번째 항보다 우세하게 작용하도록 만들어 줄 수 있다. 이상에서 알 수 있는 바와 같이 오차 역전과 학습방법은 어느 한도내에서는 안정성을 보장받을 수 있다는 것을 알 수 있다. 그러나 오차 역전과 학습방법을 이용할 경우 초기 연결강도의 크기와 학습계수에 상당히 민감하기 때문에 수많은 시행착오를 거쳐서 적절한 값을 결정해 주어야 한다.

4. SODN을 이용한 직접 적응제어

간단한 비선형 동적 시스템을 대상으로 시뮬레이션을 수행한다. 시뮬레이션의 목적은 SODN이 직접 적응제어기로서 비선형 시스템을 효율적으로 제어할 수 있음을 보이는 것이다.

제어 대상인 비선형 시스템은 다음 식과 같이 주어진다.

$$y_p(k+1) = 0.5 \left(\frac{y_p(k)}{1+y_p^2(k)} + u^3(k) \right) \quad (25)$$

또한 기준 모델은 아래와 같이 1차 선형 시스템으로 표현된다.

$$y_m(k+1) = 0.6y_m(k) + 0.15r(k) \quad (26)$$

제어기로 사용하는 SODN은 2개의 입력($r(k), y_p(k)$)과 1개의 출력($u(k)$)을 갖는 20세트의 부분망으로 구성된다. 학습 신경회로망의 학습계수와 모델링 계수는 각각 0.1과 0.9이다. 또한, 분산 신경회로망의 학습계수는 0.9로 정하였다. SODN 제어기는 [-2, 2]사이의 기준신호를 입력하여 오프라인으로 훈련된다.

제어 대상 시스템은 BIBO 안정한 시스템이기 때문에 제어입력은 [-2, 2]로 제한된다. SODN 제어기의 성능을 시험하기 위해서 테스트 입력으로 사용한 기준신호 $r(k)$ 는 다음과 같다.

$$r(k) = \sin(2\pi k/25) + \sin(2\pi k/10) \quad (27)$$

그림 2(a)는 SODN 제어기를 사용하지 않은 경우의 기준모델의 출력과 시스템의 출력을 나타냈다. 이 경우는 플랜트 입력 $u(k)$ 가 위 식의 기준신호와 동일하다. 그림에서 기준모델의 출력과 플랜트 출력은 상당한 오차를 갖고 있다. SODN 제어기는 1,000의 불규칙한 기준입력 신호를 가지고 오프라인으로 훈련시킨다. 기준모델의 출력과 플랜트의 출력과의 오차가 다음 식과 같이 허용범위(ϵ) 이내로 줄어들었을때 훈련은 끝나게 된다.

$$e(k) = y_m(k) - y_p(k) < \epsilon \quad (28)$$

1000회 동안 반복하여 훈련한 경우 오차(SSE)는 0.02 이하로 되었다. 따라서 SODN은 플랜트를 제어할 수 있을 정도로 충분히 학습되었다고 할 수 있다. 그림 2(b)는 훈련이 끝난 경우 식 (27)의 기준신호를 인가한 경우에 대한 기준모델 응답과 플랜트 응답을 나타냈다. 결과에서 알 수 있듯이 SODN 제어기는 기준모델을 잘 추종하고 있다.

5. 결 론

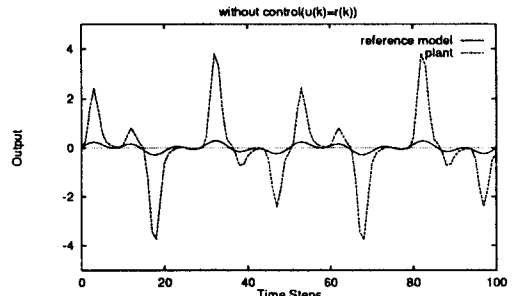
신경회로망의 가장 중요한 특징은 임의의 비선형 함수를 근사화할 수 있는 능력이다. 이 능력은 비선형 시스템을 모델화하는데 유용하게 사용할 수 있으며, 이것은 비선형 제어기 합성에 가장 중요한 점이다. 일반적으로 신경회로망 기반 제어기는 다층 신경회로망 형태 및 조정 가능한 연결 강도로서 정의되는 적용 가능한 제어기를 통해서 특정 형태의 적용 제어를 수행할 수 있다. 신경회로망은 다변수 제어 시스템에 최적의 후보로 이용할 수 있는 병렬분산처리 구조로 표현된다. 이 연구에서는 신경회로망을 이용한 직접 적응제어기와 Lyapunov 안정 조건에 의한 안정성을 해석하였다. 또한 자율분산 신경회로망(SODN)을 이용하여 비선형 동적 시스템 제어를 위한 적응제어기를 구성하고 시뮬레이션을 통해서 제안한 SODN은 비선형 동적 시스템 제어에 유용함을 입증하였다.

참 고 문 헌

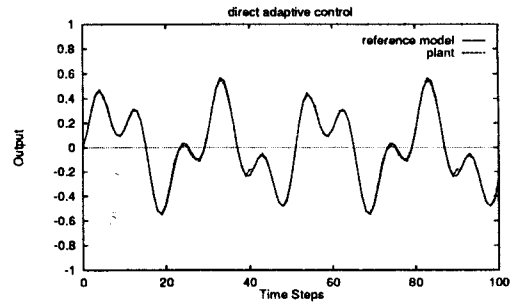
- [1] W.T. Miller, R.S. Sutton, and P.J. Werbos, *Neural networks for control*, Cambridge, MA:MIT Press, 1991.
- [2] M.M. Gupta and D.H. Rao, "Dynamic neural units with applications to the control of unknown nonlinear systems," *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, vol.1, no.1, pp.73-92, 1993.
- [3] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Identification and control of dynamical systems using neural networks," *IEEE*

Transactions on Neural Networks, vol. 1, no. 1, pp. 4-27, 1991.

- [4] 최중수, 김형석, 김성중, 권오신, 김종만, "자율분산 신경망을 이용한 비선형 동적 시스템 식별," 전기학회논문지, 제45권, 4호, pp.574-581, 1996.
- [5] H. Kim, J. S. Choi, and C.-S. Lin, "Self-Organized Distributed Networks for learning highly nonlinear mapping," *Proceedings of Artificial Neural Networks in Engineering(ANNIE'94)*, pp.109-114, Nov., St. Louis, U.S.A., 1994.
- [6] Y.W. Kim, *A study on the learning algorithm and stability of the direct neural controller*, MS thesis, KAIST, 1993.



(a) 제어 전의 플랜트 및 기준모델의 출력



(b) 제어 응답

그림 2. SODN 직접 제어기로 제어되는 경우의 시스템 출력.