

## 혼돈 비선형 시스템을 위한 신경 회로망 제어기의 설계

주진만\*, °오기훈\*, 박광성\*, 박진배\*, 최윤호\*\*  
 \* 연세대학교 전기공학과, \*\* 경기대학교 전자공학과

### Design of Neural Network Controller for Chaotic Nonlinear Systems

Jin-Man Joo\*, °Ki-Hoon Oh\*, Kwang-Sung Park\*, Jin-Bae Park\*, Yoon-Ho Choi\*\*

\* Dept. of Electrical Engineering, Yonsei University \*\* Dept. of Electronic Engineering, Kyonggi University

**Abstract** - In this paper, the direct adaptive control using neural networks is presented for the control of chaotic nonlinear systems. The direct adaptive control method has an advantage that the additional system identification procedure is not necessary. Two direct adaptive control methods are applied to a Duffing's equation and the simulation results show the effectiveness of the controllers.

다. 이러한 혼돈 비선형 모델들은 각 모델의 파라미터 변화에 따라 혼돈 현상을 보이기도 하고 주기적인 해를 갖거나 평형점으로 수렴 또는 발산하는등 매우 다양한 동태를 보이게 된다. 본 논문에서는 비교적 간단한 구조를 갖고 있으면서도 다양한 동태를 보이는 대표적인 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 방정식을 제어 대상 시스템으로 선정하였다. Duffing 방정식은 식 (1)과 같은 상태 방정식으로 표현 되어질 수 있다[2, 3].

#### 1. 서론

혼돈 현상은 시스템의 상태 변수들 사이의 비선형적인 관계로 인해 외부적인 동태가 불규칙하게 관찰되지만, 내부적으로는 결정론적(deterministic) 규칙을 갖는 현상으로 정의 될 수 있으며 초기 조건에 매우 민감한 특성을 지닌다. 이러한 혼돈 현상이 존재하는 혼돈 비선형 시스템(chaotic nonlinear system)의 제어에 관한 연구들이 비교적 최근에 이루어지고 있으며 몇몇 사례들이 보고되고 있다. E. Ott, C. Grebogi 및 J. A. Yorke에 의해 제안된 최초의 피드백 제어라 할 수 있는 OGY 방법은 혼돈 비선형 시스템에 접근 가능한 파라미터가 존재하지 않을 경우에는 적용이 불가능한 단점을 가진다. 이러한 단점을 극복하고자 제어공학 적 기법을 이용한 피드백 제어기의 설계 방법들이 연구되기 시작하였다. 그러나 피드백 제어를 구현하기 위해서는 혼돈 비선형 시스템의 정확한 모델이 필요하기 때문에 모델을 구하기 어려운 혼돈 시스템에 대해서는 제어기 설계가 불가능하게 된다. 이에 혼돈 시스템을 위한 지능 제어의 필요성이 대두되었으나 연구 결과가 미비한 실정이다[1].

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\rho_1 x_1 - x_1^3 - \rho_2 x_2 + q \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

Duffing 방정식은 다음과 같은 파라미터 집합에 대해 그림 1에서 보여지는 것과 같은 혼돈 현상을 보인다.

$$P = (\rho_1, \rho_2, \omega, q) = (0.4, -1.1, 1.8, 1.8)$$

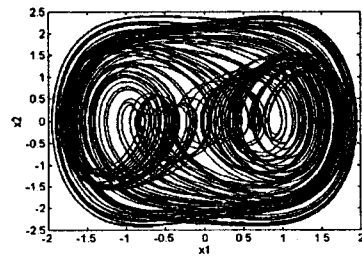


그림 1. Duffing 방정식의 strange attractor

따라서, 본 논문에서는 지능 제어의 관점에서 혼돈 비선형 시스템의 모델이 알려져 있지 않은 경우에도 적용 가능하며 제어기 구성시에 시스템 동정(system identification) 과정이 필요하지 않는 직접 적용 신경 회로망 제어기를 설계하고자 한다. 한편 설계된 직접 적용 신경 회로망 제어기를 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 방정식에 적용하여 얻어진 시뮬레이션 결과를 통해 설계된 제어기의 성능을 고찰하고자 한다.

#### 3. 신경 회로망을 이용한 직접 적용 제어

#### 2. 혼돈 비선형 시스템

지금까지 알려진 대표적인 혼돈 비선형 시스템 모델들은 연속 시간 시스템과 이산 시간 시스템으로 나눌 수 있으며, 연속 시간 혼돈 시스템에는 Duffing 방정식, Bonhoeffer-van der Pol 방정식, Lorenz 방정식, Rössler 방정식등이 있고 이산시간 혼돈 시스템에는 Henon 방정식, Lozi 방정식, Logistic 맵(map)등이 있

##### 3.1 직접 적용 제어

$\dot{x} = f(x, u, t), y = h(x, t)$  인 시변 동적(time-varying dynamic) 시스템을 고려하자. 여기서  $x$ 는 상태 변수,  $u$ 는 제어 입력,  $y$ 는 출력을 나타낸다. 시스템에 대한 입력값인  $u$ 를  $u = \phi(x, t)$ 로 나타내면,  $\dot{x} = f(x, \phi(x, t), t)$ 는 페루프 시스템의 동력학(dynamics)을 나타낼 수 있다. On-line 학습 제어기의 목적은 시스템 동력학이 특정 상태  $x^*$ 에 도달하도록 하여 원하는 출력  $y_d(t)$ 와 실제 출력  $y(t)$ 사이의 오차인  $e(t)$ 가 점근적으로 0이 되도록 제어 신호를 생성해 내는 것이다. 그러므로 on-line 학습 제어 방식에 기반을 둔 신경 회로망에서는 비선형 함수  $\phi(x, t)$

를 적절히 사상(mapping)하여 제어 입력  $u$ 를 생성하는 것이다. 이와 같은 직접 적응 제어 방법의 개략도는 그림 2와 같다.

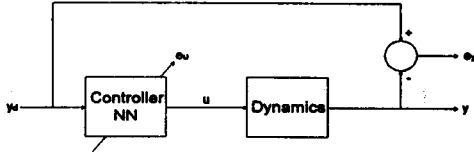


그림 2 직접 적응 제어 방법의 개략도

그림에서 신경 회로망은 시스템의 역 동역학(inverse dynamics)을 암시적으로 학습하여 제어 입력  $u$ 를 만들어 낸다. 그러나 이러한 신경 회로망을 학습시키는데 문제가 발생하게 된다. 즉, 신경 회로망의 연결 강도(weight)를 갱신하기 위한 신경 회로망 출력에서의 오차 신호가 존재하지 않기 때문이다. 따라서 시스템의 출력 오차를 어떻게 신경 회로망의 출력단의 오차로 변환하여 신경 회로망의 연결 강도를 갱신하느냐가 중요한 점이 된다.

### 3.2 동력학을 통한 오차 역전산

식 (2)와 같은 비용함수를 정의하자.

$$E_y = \frac{1}{2} (y_d - y)^2 \quad (2)$$

여기서  $y_d - y$ 를  $e_y$ 로 정의하면 신경 회로망의 연결 강도 (weight)  $w$ 에 대한 오차 gradient는 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial w} &= -e_y \frac{\partial y}{\partial w} \\ &= -e_y \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial w} \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서  $\frac{\partial y}{\partial u}$  항은 시스템의 순방향 이득, 즉 Jacobian 이득이 되며 전체 시스템의 안정도에 중요한 영향을 미친다. 식 (3)에서  $J(u) = \frac{\partial y}{\partial u}$ 로 정의하면 식 (3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial E_y}{\partial w} = -e_y J(u) \frac{\partial u}{\partial w} \quad (4)$$

시스템을 연결 강도  $J(u)$ 를 갖는 신경 회로망 제어기의 부가적인 층(layer)로 생각한다면 식 (4)는 시스템의 출력 오차가 시스템을 통해 역전파되는 과정을 나타내는 식으로 생각할 수 있다. 이러한 접근 방법은 Psaltis등[4]에 의해 제안되었으며 'specialized learning scheme'이라 부른다.  $\Delta w_{jk}^p$ 를  $p-1$ 층의  $i$ 번째 뉴런과  $p$ 층의  $j$ 번째 뉴런 사이의 연결 강도  $w_{jk}$ 의 변화량이라고 하고,  $\delta_j^p$ 는  $p$ 층에서  $j$ 번째 뉴런에서  $net_j^p$ 에 대한 오차의 미분값이라 정의하자. 또한  $o_j^p$ 를  $p$ 층에서의  $j$ 번째 뉴런의 출력이라 하면 모든 층에 대한 연결 강도는 식 (5)에 의해 갱신될 수 있다.

$$w_{jk}^p(n+1) = w_{jk}^p(n) + \Delta w_{jk}^p(n) \quad (5)$$

여기서  $\Delta w_{jk}^p = \eta \delta_j^p o_i^{p-1}$ 이며  $\eta$ 는 학습률이다. 식 (4)에서 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$\delta_j^p = J(u) e_y f_j'(net_j^p) \quad \text{output layer} \quad (6)$$

$$\delta_i^p = f_i'(net_i^p) \sum_j \delta_j^p w_{ji} \quad \text{any other layer} \quad (7)$$

여기서  $f$ 는 뉴런의 activation 함수이며,  $f'$ 는  $f$ 의 미분이다. 본 논문에서  $f$ 는 hyperbolic tangent를 이용하였다. 또한 미분 이득  $J(u)$ 는 두 개의 정해진 시간동안의 시스템 출력  $y$ 와 입력  $u$ 사이의 변화량에 의해 on-line으로 계산될 수 있으므로 시스템의 출력 오차를 신경 회로망의 출력 오차로 변환하여 연결 강도를 갱신할 수 있다. 그러나 이러한 방법은  $J(u)$ 값의 큰 변동은 야기할 수도 있으므로 결과적으로 연결 강도의 큰 변동을 유발한다. 이러한 문제점은 기준 신호(reference signal)가 급격히 변할 때 더욱 분명해진다. 따라서 전체 시스템의 안정성을 보장하기 위해서는 신경 회로망의 학습률을 작게 주어야 하며 결과적으로 수렴 속도가 느리게 된다는 단점이 있다.

### 3.3 이득층(gain layer) 방법

이득층 방법은 그림 3과 같이 제어 대상 시스템과 신경 회로망 사이에 이득층을 두어 시스템 오차  $e_y$ 를 신경 회로망의 연결 강도 갱신에 직접적으로 이용할 수 있도록 하는 방법이다[5].

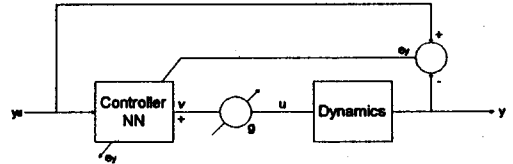


그림 3 이득층 방법의 개략도

이득층은 선형 변환을 특성으로 하는 한 개의 층을 갖는 분리된 신경 회로망으로 구성한다. 식 (2)와 같은 비용 함수에 대해 신경 회로망의 연결 강도를  $E_y \cong E$ 로 근사화할 수 있으면 시스템의 출력 오차  $e_y$ 를 이용하여 갱신할 수 있다. 여기서  $E_y$ 는 그림 3에서 신경 회로망 출력에 대한 비용 함수이다. 이러한 조건은

$$\frac{\partial u}{\partial v} \cong \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{또는} \quad g \cong [J(u)]^{-1}$$

임을 나타낸다. 따라서 식 (6)을 식(8)과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta_j^p = e_y f_j'(net_j^p) \quad (8)$$

실제로 이득층 신경 회로망의 값은 적응 기법을 통해 결정되며 시스템의 역 Jacobian의 근사치 역할을 한다. 이러한 이득층의 값은 다음과 같은 방법으로 갱신되어진다.

#### 이득층의 갱신

$g(k)$ 를 순간  $k$ 일 때의 이득층 연결 강도라 하자. 그러면  $g(k)$ 의 적응 규칙은 다음과 같다.

$$g(k) = g(k-1) + \Delta g(k) \quad (9)$$

여기서  $\Delta g(k)$ 는 순간  $k$ 일 때의  $g(k)$ 의 변화량이다. 비용 함수  $E_y$ 를 최소화하기 위해 gradient descent rule을 사용하여 식 (10)과 (11)을 얻는다.

$$\frac{\partial E_y}{\partial g} = \frac{\partial E_y}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial g} \quad (10)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial u} = -(y_d - y) \frac{\partial y}{\partial u} \quad (11)$$

$\nu$ 를  $y$ 에 대한 weak function으로 보고 신경 회로망의 퍼드백에 의해  $\nu$ 에 가해지는  $g$ 의 암시적인 영향을 무시한다면  $\frac{\partial u}{\partial g} = \nu$ 로 나타낼 수 있다. 그러므로 식 (9)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$g(k) = g(k-1) + \alpha (y_d - y) \nu \frac{\partial y}{\partial u} \quad (12)$$

여기서  $\Delta g(k) = -\alpha \frac{\partial E_y(k)}{\partial g(k)}$ 이고,  $\alpha$ 는 이득층의 학습률이 다. 이득층 방법에서 신경 회로망의 학습시 변환된 오차 (transformed error) 대신에 시스템 출력 오차를 직접 사용하였다. 이것은 앞에서 서술한 추정된 Jacobian을 사용함으로써 발생할 수 있는 연결 강도의 급격한 변동을 줄일 수 있다는 장점이 있다. 또한 이득층의 연결 강도는 신경 회로망과는 다른 학습률로 갱신 되므로 신경 회로망 제어가 빠른 수렴을 얻기 위해 상대적으로 큰 학습률을 사용할 수 있음을 의미한다.

#### 4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

시뮬레이션을 위해 시스템의 원하는 출력은 식 (1)의 Duffing 방정식에서 파라미터  $q$  값을 7로 하였을 때의 1주기 해를 이용하였다[2]. 신경 회로망은 두 개의 은닉층을 갖는 일반적인 구조를 이용하였으며, 각각 은닉층의 뉴런은 10개, 5개로 하였다. 같은 학습률( $10^{-5}$ )을 주었을 때 동력학을 통한 오차 역전파 방법과 이득층 방법의 시스템 출력과 제어 입력은 각각 그림 4 및 그림 5와 같다.

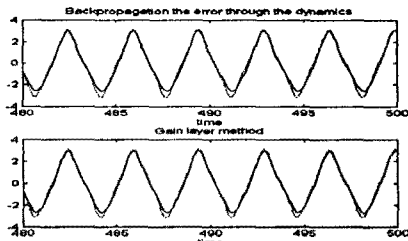


그림 4  $\eta = 10^{-5}$ 일 때의 제어 결과  
(— : 시스템 출력, - - : 원하는 출력)

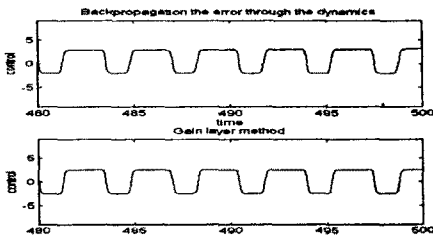


그림 5 제어 입력

그림 4와 그림 5에 대해 학습률을 10배 크게 주었을 때의 결과는 그림 6과 그림 7과 같다. 그림에서 보는 것과 같이 동력학을 통한 오차 역전파 방법은 이득층 방법보다 큰 학습률에서 불안정한 결과를 보인다. 이것은 앞서 설명한 신경 회로망의 연결 강도 갱신시에 Jacobian 값의 갑작스런 변동에 이득층 방법이 덜 민감하다는 것을 보여주는 것이다.

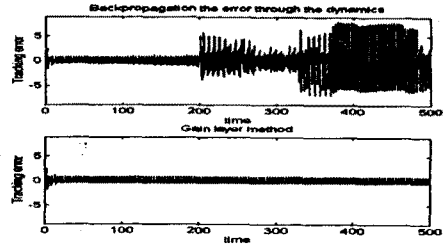


그림 6  $\eta = 10^{-4}$ 일 때의 시스템의 출력 오차

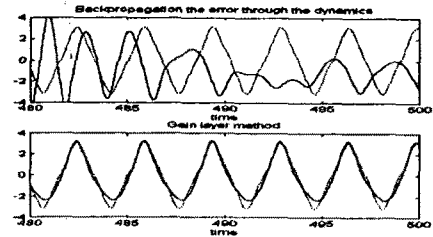


그림 7  $\eta = 10^{-4}$ 일 때의 제어 결과  
(— : 시스템 출력, - - : 원하는 출력)

#### 5. 결론

본 논문에서는 혼돈 비선형 시스템의 제어를 위한 직접 적용 신경 회로망 제어를 구현하였다. 이를 위해서 두 가지 직접 적용 제어 방법을 고찰하였으며, 각각의 효과적인 제어 성능을 시뮬레이션을 통해 확인하였다. 이때 이득층 방법이 보다 큰 학습률에서도 안정적인 제어 성능을 가짐을 확인할 수 있었다. 또한 복잡한 동력학을 나타내는 혼돈 비선형 시스템에 대한 제어 입력이 비교적 단순한 형태로 표현되어지는 결과로부터 혼돈 비선형 시스템의 제어를 위한 단순한 구조의 제어가 설계가 가능하다는 것을 보여준다.

향후 연구 과제로는 보다 향상된 제어 성능을 위한 정확한 Jacobian의 추정 기법에 관한 연구와 이에 따른 신경 회로망 구조에 관한 연구이다.

#### 6. 참고 문헌

- [1] Ted W. Frison, "Controlling Chaos with a Neural Network", *Proc. of Int'l Conf. on Neural Network, Baltimore, MD*, pp. 75-80, June 1992.
- [2] G. Chen and X. Dong, "Identification and Control of Chaotic Systems: An Artificial Neural Network Approach", *Proc. of the IEEE Int'l Symposium on Circuits and Systems, Seattle, WA*, pp. 1177-1182, 1995.
- [3] L. A. Aguirre and S. A. Billings, "Model Reference Control of Regular and Chaotic Dynamics in the Duffing-Ueda Oscillator", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 41, no. 7, pp. 477-480, 1994.
- [4] D. Psaltis, A. Sideris, and A. A. Yamamura, "A Multilayered Neural Network Controller", *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 4, pp. 17-21, April 1988.
- [5] K. P. Venugopal, R. Sudhakar, and A. S. Pandya, "On-line learning control of autonomous underwater vehicles using feedforward neural networks", *IEEE J. of Oceanic Eng.*, vol. 17, no. 4, pp. 308-319, October 1992.