

계층적 퍼지추론기법에 의한 도립진자 시스템의 안정화 제어

이 준탁, 정 형환, 김 태우, 최 우진, 박 정훈, 김 형배
동아대학교 전기공학과

Stabilization Control of the Inverted Pendulum System by Hierarchical Fuzzy Inference Technique

Joon-Tark Lee, Hyeng-Hwan Chong, Tae-Woo Kim, Woo-Jin Choi,
Chong-Hun Park, Hyeng-Bae Kim
Dept. of Electrical Eng. Dong-A University, Pusan, Korea

Abstract

In this paper, a hierarchical fuzzy controller is proposed for the stabilization control of the inverted pendulum system. The design of controller for that system is difficult because of its complicated nonlinear mathematical model with unknown parameters. Conventional fuzzy control strategy based only on dynamics of pendulum made have failed to stabilize. However, proposed control strategies are to swing pendulum from natural stable up equilibrium point to an unstable equilibrium point and are to transport a cart from an arbitrary position toward a center of rail.

Thus, the proposed fuzzy stabilization controller have a hierarchical fuzzy inference structure; that is, the lower level is for inference interface for the virtual equilibrium point and the higher level one for the position control of cart according to the firstly inferred virtual equilibrium point.

I. 서론

1965년 Zadeh 교수가 제안한 퍼지집합의 개념과 1973년 Zadeh가 복잡한 시스템의 해석과 제어에 퍼지집합의 이용 가능성을 제안한 이후, 선형 특성인 시스템은 물론 비선형성 특성 또는 시스템의 정확한 수학적 모델링이 없이 소프트웨어 만으로도 구성을 할 수 있을 뿐만이 아니라 외부에서 부가된 외란에 대해서도 강인하고, 우수한 응답특성을 나타낸다는 사실은 익히 알고 있는 사실이다. 하지만, 비선형성이 강한 플랜트에 적용을 시킬때 수시로 변동하는 최적의 파라메타를 추정할 수 있는 최적의 멤버쉽 함수와 최적의 규칙을 찾기 위해서는 많은 시행착오가 따른다는 단점이 있다.

따라서, 본 논문에서는 계층형 퍼지추론기법에 의한 도립진자 시스템의 안정화 제어기법을 소개한다. 제안하는 도립진자 시스템 안정화 제어기는 진자를 안정화 근방의 영역으로 끌어올리는 피드포워드 형태의 제어기인 상선화제어기와, 안정화 영역내의 진자를 불안정 평형점에 위치하도록 하며 동시에 원하

는 위치로 이동시키는 안정화제어기로 구성된다. 특히 안정화 제어기는 진자와 대차의 상호작용을 고려한 가상 평형점을 하부구조에서 추론하고 상부구조에서는 진자의 제어를 행하는 계층형추론 구조로 되어있다. 그리하여 종래의 제어기법으로 설계된 제어기와 그 성능을 비교함으로써 동특성 및 외란의 적용면에서 제안하는 계층형 퍼지추론기법의 우수성과 편리성을 입증하고자 한다.

II. 도립진자 시스템의 수학적 모델링

1. 도립진자 시스템

그림 1에서는 도립진자의 안정화 제어시스템의 구조를 나타내었다.

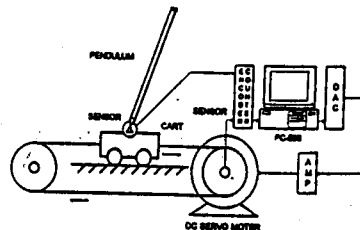


그림 1. 도립진자 시스템의 구조

2. 도립진자 시스템의 수학적 모델링

도립진자 시스템의 운동방정식은 다음과 같다

$$(M + m) \ddot{x} + mL \ddot{\phi} \cos \phi - mL \dot{\phi}^2 \sin \phi - u + F \dot{x} = 0 \quad (1)$$

$$(J + mL^2) \ddot{\phi} + mL \dot{x} \cos \phi - mgL \sin \phi + C \dot{\phi} = 0 \quad (2)$$

여기서, M은 대차의 무게이고, m은 도립진자의 무게이다. F는 대차의 마찰계수, L은 진자에 대한 중력의 축과 중심간의 거리이고, J는 진자에 대한 중력 중심의 관성모멘트, C는 축의 점성 마찰계수, 그리고 g는 중력가속도를 나타낸다. 만일, $\cos \phi \approx 1$, $\sin \phi \approx 0$ 라 가정하면 식(1), (2)의 비선형인 시스템 동특성은 선형이 된다. 즉,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \quad (3)$$

$$\dot{\alpha}(t) = c\alpha(t) \quad (4)$$

를 얻게 되는데, 여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-F(J+mL^2)}{D} & \frac{-m^2gL^2}{D} & \frac{mLC}{D} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{mLF}{D} & \frac{(M+m)mgL}{D} & \frac{(M+m)C}{D} \end{bmatrix}$$

$$b = \left[0 \quad \frac{J+mL^2}{D} \quad 0 \quad \frac{1}{D} \right]^T$$

$$c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

이며,,

$$D = (M+m)(J+mL^2) - m^2L^2$$

$$x = [x^1, x^2, \phi_1, \phi_2]^T$$

$$x_1 = x, \quad x_2 = \dot{x}_1$$

$$\phi_1 = \phi, \quad \phi_2 = \dot{\phi}_1 \quad (5)$$

이다.

III. 퍼지제어기

일반적으로 퍼지 제어기는 퍼지화부 지식 베이스, 의사 결정논리부, 비퍼지화부로 구성된다.

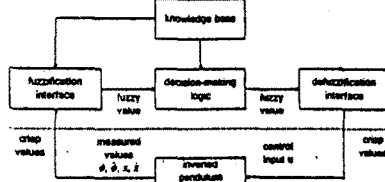


그림 2. 퍼지제어기의 구성

사실과 결론에서 정식화한 퍼지 명제의 한 예는 식 (11)과 같이 표현된다.

$$\begin{array}{l} \text{i th Rule : If } x_1 \text{ is } A_1 \text{ and } x_2 \text{ is } B_1 \\ \text{then } y \text{ is } C_1 \\ \hline \text{전제 : } x_1 \text{ is } A_1' \text{ and } x_2 \text{ is } B_1' \\ \text{결론 : } y \text{ is } C_1' \end{array} \quad \begin{array}{l} A_1 \times B_1 \rightarrow C_1 \\ A_1' \times B_1' \\ \hline C_1' \end{array} \quad (6)$$

단, $A_1, A_1', B_1, B_1', C_1, C_1'$ 는 전체집합 E의 논어의 영계 X, X', Y, Y' 의 부분집합으로 퍼지집합 개념에 따른다. Mamdani의 방법에 따른 퍼지 추론의 결론은 다음과 같이 구해진다.

$$C = [A_1' \cdot (A_1 \rightarrow C_1) \cap B_1' \cdot (B_1 \rightarrow C_1)] \cup \dots \cup [A_1' \cdot (A_1 \rightarrow C_1) \cap B_1' \cdot (B_1 \rightarrow C_1)] \quad (7)$$

$$\mu_{(A_1 \times B_1)}(X_1, X_2) = \mu_{A_1}(X_1) \wedge \mu_{B_1}(X_2) \quad (8)$$

그러므로

$$\begin{aligned} \mu_{C'}(y) &= \max_{X_1, X_2} [\mu_{A_1}(X_1) \wedge \mu_{B_1}(X_2) \wedge \mu_{C_1}(y) \wedge \\ &\quad \mu_{A_1'}(X_1) \wedge \mu_{B_1'}(X_2)] \\ &= \max_{X_1} [\mu_{A_1}(X_1) \wedge \mu_{A_1'}(X_1)] \wedge \\ &\quad \max_{X_2} [\mu_{B_1}(X_2) \wedge \mu_{B_1'}(X_2)] \wedge \mu_{C_1}(y) \end{aligned} \quad (9)$$

이때 X_1, X_2 의 비퍼지값 (X_1, X_2) 이 주어지면 y의 함성치는 Braae, Rutherford의 중심법에 의해 y의 추

론치 y_0 는 다음과 같이 구할수 있다.

$$y_0 = \frac{\sum_{i=1}^n [\mu_{A_i}(X_1) \wedge \mu_{B_i}(X_2)] \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n [\mu_{A_i}(X_1) \wedge \mu_{B_i}(X_2)]} \quad (10)$$

여기서, y_i ($i=1, 2, \dots, n$)는 멤버십 함수 $\mu_c(y)$ ($i=1, 2, \dots, n$)가 최대치를 취할때 값이다.

IV. 독립진자 시스템의 안정화 제어기 설계

안정화 제어기를 설계하기 위해서는 독립진자 시스템의 피드백 제어시 나타난 결과에 근거하여 제어규칙을 생성시킨다. 한편 독립진자 시스템의 경우는 진자를 안정화 근방의 영역으로 끌어올리는 피드포워드 형태의 제어기인 상선회(Swing-up)제어기와, 안정화 영역내의 진자를 불안정 평형점에 위치하도록 하며 동시에 원하는 위치로 이동시키는 안정화(Stabilization) 제어기로 구성된다. 특히 안정화 제어기는 진자와 대차의 상호작용을 고려한 가상 평형점을 하부구조에서 추론하고 상부구조에서는 진자의 제어를 행하는 계층형추론 구조를 가지며 진자의 상선회 퍼지제어규칙을 표 1에 나타내었다.

표 1. 진자의 상선회 퍼지제어규칙

$\Delta\phi$	NM	NS	ZO	PS	PM
NM	ZO				
NS	NS				
ZO	NM		PM		PM
PS					PS
PM					ZO

최초에는 진자의 각도 ϕ 는 ZO이고, 진자 각도의 변화율 $\Delta\phi$ 는 ZO이며, 대차의 제어동작은 PM이다. 대차가 역방향으로 진행할 때 진자의 위치에너지가 증가하게 되는데, 이때 진자는 위치에너지가 감소하게 되고 동역학 에너지가 증가하게 되는 방향으로 움직이기 시작한다. 결국, 진자는 다시 하선회를 시작하고, 최하부 ϕ 는 ZO, $\Delta\phi$ 는 NM이 된다. 표 2를 보면 다음 제어동작은 NM이된다. 이 과정을 순차적으로 반복하면 독립진자는 ϕ 값이 증가하게 될 때까지 스윙-업과 다운을 하게 된다. 만일, 진자 각 ϕ 와 각속도 $\dot{\phi}$ 가 미리 지정된 영역 내로 들어서게 되면, 우리는 상선회로부터 안정제어로 제어동작을 전환하게된다. 다음으로, 독립진자가 안정영역으로 들어설때의 안정화제어에 대한 퍼지 제어규칙은 표 2에 나타나 있다.

- 규칙 1 : 만일 ϕ 가 PM, $\Delta\phi$ 가 ZO 이면, v는 PM 이다.
- 규칙 2 : 만일 ϕ 가 PS, $\Delta\phi$ 가 PS 이면, v는 PS 이다.
- 규칙 3 : 만일 ϕ 가 PS, $\Delta\phi$ 가 NS 이면, v는 ZO 이다.
- 규칙 4 : 만일 ϕ 가 NM, $\Delta\phi$ 가 ZO 이면, v는 NM 이다.
- 규칙 5 : 만일 ϕ 가 NS, $\Delta\phi$ 가 NS 이면, v는 NS 이다.
- 규칙 6 : 만일 ϕ 가 NS, $\Delta\phi$ 가 PS 이면, v는 ZO 이다.
- 규칙 7 : 만일 ϕ 가 ZO, $\Delta\phi$ 가 ZO 이면, v는 ZO 이다.
- 규칙 8 : 만일 ϕ 가 ZO, $\Delta\phi$ 가 NM 이면, v는 NM 이다.
- 규칙 9 : 만일 ϕ 가 ZO, $\Delta\phi$ 가 NS 이면, v는 NS 이다.

규칙 10 : 만일 ϕ 가 ZO, $\Delta\phi$ 가 PS 이면, v 는 PS 이다.
 규칙 11 : 만일 ϕ 가 ZO, $\Delta\phi$ 가 PM이면, v 는 PM 이다.

표 2 진자의 안정화 퍼지제어 규칙

$\Delta\phi$ \ ϕ	NM	NS	ZO	PS	PM
NM			NM		
NS		NS		ZO	
ZO	NM	NS	ZO	PS	PM
PS		ZO		PS	
PM			PM		

V. 실험 결과 및 고찰

시뮬레이션 및 실험에 사용하는 도립진자 시스템에 대한 퍼지제어 시스템의 구조는 그림 3와 같다. 이 제어기는 퍼지 추론을 하는 하위 레벨의 제어기와 이에 따른 진자의 각도제어로 운송차의 위치제어를 행하는 상위 레벨의 계층형추론 구조를 갖는다.

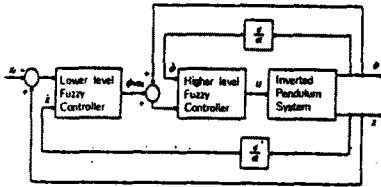


그림 3. 계층형 추론구조의 안정화 제어기

그림 4는 대차와 진자간의 상호작용을 고려하지 않고 진자만 제어한 경우의 실험 결과이다. 실험은 15[sec]간 행하였으며 대차의 초기 위치는 0[m], 진자의 초기 각도는 아주 미소하다. 이때의 대차의 위치, 진자의 각도, 제어 신호는 다음과 같다. 그림 5에서는 진자의 안정화를 고려한 계층형 퍼지추론기법에 의한 실험결과를 나타내었다.

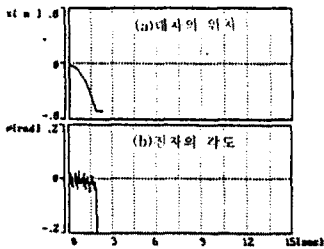


그림 4. 진자만 제어한 경우의 동특성 곡선

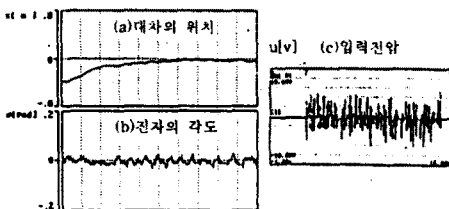


그림 5. 계층형 퍼지추론 안정화 제어에 대한 결과

VI. 결론

불안정 시스템의 대표적인 예인 도립진자를 제어하기 위해 본 논문에서는 진자와 운송차간의 상호 동특성을 고려한 가상 평형점의 개념을 도입하였는데, 계층형추론 퍼지안정화 제어기는 가상 평형점을 추론하는 하위구조와 추론된 가상 평형점에 의해 대차의 위치제어가 가능한 상위구조로 실현하였다. 인련의 실험 결과, 종래의 퍼지 제어기에 비해 제안한 계층형추론 퍼지안정화 제어기는 플랜트의 정확한 수학적 모델링 없이 소프트웨어만으로 구성할 수 있을 뿐만 아니라, 진자의 길이 변화나 원통형 추를 부가한 경우에 대해서도 강인하고 우수한 응답 특성을 나타냄을 확인하였다.

參考文獻

1. L. A. Zadeh, "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision process," IEEE Trans. Syst. Man Cyber., vol. SMC-3, no.1 pp. 28-44, Jan. 1973.
2. E. H. Mamdani, "Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis," IEEE Trans. Comput., vol. C-26, pp. 1182-1191, Dec. 1977.
3. K. L. Tang and R. J. Mulholland, "Comparing fuzzy logic with Classical Controller Design," IEEE Trans. on Syst. Man. Cyber., vol. smc-17, no.6, Nov/Dec., pp. 1085-1087, 1987.
4. Witold Pedrycz, Fuzzy Control and system, John Wiley and Sons, N.Y., 1989.

본 논문은 1995학년도 동이대학교
연구기초자료비의 지원에 의한 것이다.