

다중 제어 시스템의 스위칭 특성을
이용한 과도 응답 개선

이형찬*
대전대학교 전기공학과

The Improvement of the transient Response Using
the Switching Property of Multiple Control Systems.

H. C. Rhee*
Dept. of Electrical Engineering, Daejin University

Abstract

A well-known problem in adaptive control is the poor transient response which is observed when adaptation is initiated. This paper proposes a useful method to improve the transient response of adaptive control systems by using multiple models of the plant and switching mechanism by fuzzy inference. The models are identical except for initial estimates of the unknown plant parameters. The control input to be applied is determined at every instant by the model which best approximates the plant. Simulation results are presented to indicate the performance improvement of adaptive control systems using the proposed method.

1. 서론

선형시불변 시스템에 대한 적응제어의 설계문제는 최근 10 이년동안 활발히 연구되어 왔다[1]. 그러나 기존의 적응제어 알고리즘의 정상상태에서는 제어목적은 거의 달성할 수 있지만 과도상태에 대해서는 아무런 보장도 못하고 있는 형편이며, 이점이 당초 예상보다 응용이 부진한 이유중의 하나일 것이다. 이와 같은 문제점을 타개하기위한 방법으로 다중제어기를 이용한 적응제어기 설계를 본 논문에서 다루려고 한다. 즉 종래의 하나의 플랜트에 대하여 하나의 제어기만 사용하던 것을 여러개의 제어기로 자유도를 키우려는 것이다. 각 제어기의 구조는 같게하지만 초기의 파라미터 값을 다르게 하므로서 선택의 폭을 넓히려는 것이다. 따라서 하나의 제어기를 택하여 적응제어를 실시하면서 계속 어떤 제어기를 사용하는 것이 최선인가를 조사하여 보다 나은 성능을 갖게 해주는 제어기로 전환하고, 계속 적응최을 수행하므로써 제어시스템의 성능을 향상시키는 것이다. 다중모델 시스템에서의 무한히 빠른 스위칭을 요구하지 않는한 스위칭 구조와 관계없이 전체 시스템의 안정성은 증명될 수 있기 때문에 안정성 보다는 성능개선을 위한 스위칭 구조를 선정할 수 있다 [2][3]. 그러나 매순간에 제어기를 어떻게 결정하는 지에 대한 뚜렷한 방법이 없기때문에 즉 현재까지 사용되던 제어기로부터 어떤 기준에 따라 다른 제어기로의 전환을 실행할 것인가 하는 것이 중요한 문제가 된다. 따라서 본 논문에서는 매 순간에 식별오차가 작은 모델을 토대로 제어하고자 하는 플랜트를 퍼지 추론을 이용하여 어떤 제어기로 스위칭 할 것인가에 대해 결정하고자 한다[4][5]. 제시한 알고리즘의 효율성을 보이기 위해 컴퓨터 모의 실험을 통해 과도상태 성능이 개선됨을 보인다.

2. 간접적응제어기

2.1 플랜트의 파라미터화

플랜트의 전달함수는 $W_p(s) = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)}$ 이다. 여기서

k_p 는 0이 아닌 상수이며, $R_p(s)$ 와 $Z_p(s)$ 는 각각 n 차, m 차인 다항식이다($n > m$).

적응제어기를 설계하기 위해 다음과 같은 플랜트에 대한 가정이 필요하다.

- 1) 플랜트의 차수 n 을 알고 있다.
- 2) 플랜트의 상대차수($n - m$)를 알고 있다.
- 3) k_p 의 부호를 알고 있다.
- 4) $R_p(s)$ 와 $Z_p(s)$ 는 서로소이다.
- 5) $Z_p(s)$ 는 안정한 다항식이다.

안정한 간접적응제어기 구성하기 위해 플랜트에 대한 편리한 파라미터표기법이 필요하다. [1]의 표기법에 따라 플랜트 파라미터를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p^* = (\beta_0^*, \beta_1^{*T}, a_0^*, a_1^{*T})^T \in R^{2n},$$

$$\beta_0^* \in R, \beta_1^* \in R^{n-1}, a_0^* \in R, a_1^* \in R^{n-1} \quad (1)$$

플랜트의 응답은 다음과 같다.

$$y_p = W_m(s) \{ \beta_0^* u + \beta_1^{*T} \omega_1 + a_0^* y_p + a_1^{*T} \omega_2 \} \\ = W_m(s) \{ p^{*T} \omega \} \quad (2)$$

여기서 $w = (u, w_1^T, y_p, w_2^T)^T$ 이고, sensitivity functions

$$w_1 \in R^{n-1}, w_2 \in R^{n-1}$$

$$\dot{w}_1 = \Lambda w_1 + l u,$$

$$\dot{w}_2 = \Lambda w_2 + l y_p \quad (3)$$

이때 (Λ, l) 는 $(n-1)$ 차인 controllable pair이다. Λ 는 안정하고 Λ 의 특성다항식 $\lambda(s)$ 는 다음을 만족한다.

$$\lambda(s) = \lambda_1(s) Z_m(s) \quad (4)$$

여기서 $\lambda_1(s)$ 는 $n-m-1$ 차의 monic Hurwitz 다항식이다.

식 (1), (2), (3), (4)로부터

$$\beta_0^* = k_p / k_m \quad (5)$$

이고, β_1^* 과 a_0^*, a_1^* 은 Bezout identity

$$R_p(s) \beta(s) + k_p Z_p(s) \alpha(s) = (k_p/k_m) Z_p(s) R_m(s) \lambda_1(s)$$

로부터 결정된다.

$$\beta_0^* + \beta_1^{*T}(sI - \Lambda)^{-1}I = \beta(s)/\lambda(s) \text{ 이고}$$

$$\alpha_0^* + \alpha_1^{*T}(sI - \Lambda)^{-1}I = \alpha(s)/\lambda(s) \text{ 이다.}$$

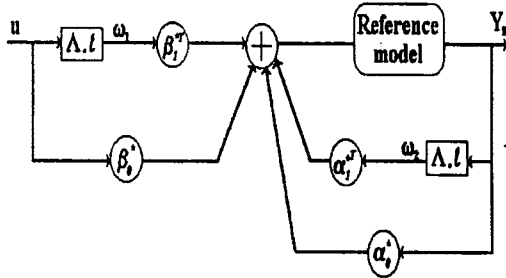


그림 1. 폴플레시 파라미터 표기법.

2.2 식별기의 구조

플랜트출력에 대해 보다 유용한 표현을 얻기 위해서 다음과 같은 관계를 이용한다.

$$y_p = \beta_0^* \bar{u} + \beta_1^{*T} \bar{w}_1 + \alpha_0^* \bar{y}_p + \alpha_1^{*T} \bar{w}_2 = p^{*T} \bar{w}$$

$$\bar{u} = W_m(s) u, \quad \bar{w}_1 = W_m(s) I_{n-1} w_1, \quad \bar{y}_p = W_m(s) y_p,$$

$$\bar{w}_2 = W_m(s) I_{n-1} w_2$$

$$\bar{w} = (\bar{u}, \bar{w}_1^T, \bar{y}_p, \bar{w}_2^T)^T = W_m(s) I_{2n} w \quad (6)$$

직·병렬형식의 식별기 구조는 위와 같으며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{y}_p = \hat{\beta}_0 \bar{u} + \hat{\beta}_1^T \bar{w}_1 + \hat{\alpha}_0 \bar{y}_p + \hat{\alpha}_1^T \bar{w}_2 = \hat{p}^T \bar{w} \quad (7)$$

여기서 \hat{y}_p 는 플랜트의 출력의 추정치이다.

그리고 $\hat{p} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1^T, \hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1^T)^T$ 는 식별파라미터 벡터로 p^* 의 추정치이다. $e_f(t) = \hat{y}_p(t) - y_p(t)$ 는 식별오차이고 파라미터 오차들은 $\tilde{\beta}_0 = \hat{\beta}_0 - \beta_0^*$, $\tilde{\beta}_1 = \hat{\beta}_1 - \beta_1^{*T}$, $\tilde{\alpha}_0 = \hat{\alpha}_0 - \alpha_0^*$, $\tilde{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_1 - \alpha_1^{*T}$ 와 같이 정의된다.

따라서 식별오차

$$e_f = \tilde{p}^T \bar{w} \quad (8)$$

를 얻을 수 있고 $\tilde{p} = (\tilde{\beta}_0, \tilde{\beta}_1^T, \tilde{\alpha}_0, \tilde{\alpha}_1^T)^T$ 이다.

이제 적응법칙들은 \tilde{p} 를 결정하도록 주어져야 한다.

2.3 제어기의 구조

만일 플랜트의 파라미터 벡터 p^* 를 안다면 (1)식으로부터 제어입력은 다음과 같이 얻어진다.

$$u^* = \theta^{*T} w(t) \quad (9)$$

여기서 $\theta^* = (k^*, \theta_1^{*T}, \theta_0^*, \theta_2^{*T})^T \in R^{2n}$ 이고 각 파라미터는 다음과 같다.

$$k^* = 1/\beta_0^*, \quad \theta_1^* = -\beta_1^T/\beta_0^*, \quad \theta_0^* = -\alpha_0^*/\beta_0^* \\ \theta_2^* = -\alpha_1^T/\beta_0^* \quad (10)$$

이고

$$w = (r, w_1^T, y_p, w_2^T)^T \quad (11)$$

실제로는 θ^* 이 미지이므로

$$u = \theta^T w(t) \quad (12)$$

이 된다. $\theta = (k, \theta_1^T, \theta_0, \theta_2^T)^T$ 는 제어파라미터 θ^* 의 추정치이다.

$e_c(t) = y_p(t) - y_m(t)$ 이고 다음과 같이 표현된다.

$$e_c = W_m(s) \{ \beta_0^* \tilde{\theta}^T w \} \quad (13)$$

여기서 $\tilde{\theta}$ 는 제어 파라미터 오차 $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$ 이다.

2.4 식별기와 제어기 파라미터의 갱신

e_f 와 e_c 는 식별오차와 제어오차를 나타내며 \hat{p} 와 $\hat{\theta}$ 는 식별파라미터와 제어파라미터의 오차를 나타낸다. 식별파라미터 $\hat{\lambda}(t)$ 는 적응법칙에 의해 동적으로 튜닝하여 $e_f(t)$ 이 작아지게 하고 제어파라미터 $\theta(t)$ 를 매번 결정할 수도 있으며 이때는 $\hat{\lambda}(t)$ 가 플랜트의 참된 파라미터 벡터라는 가정이 선행된다.

동적으로 제어기의 파라미터를 튜닝시키기 위해서 다음과 같이 $\hat{\lambda}(t), \theta(t)$ 로 정의되는 페루프 추정오차가 도입된다.

$$\varepsilon_k = \hat{\beta}_0 k - 1, \quad \varepsilon_{\beta_1} = \hat{\beta}_0 \beta_1 + \hat{\beta}_1, \quad \varepsilon_{\alpha_0} = \hat{\beta}_0 \alpha_0 + \hat{\alpha}_0 \\ \varepsilon_{\alpha_1} = \hat{\beta}_0 \alpha_1 + \hat{\alpha}_1 \quad (14)$$

$\hat{\lambda}(t) = p^*$ 이고 $\theta(t) = \theta^*$ 일 때 이들 오차들은 영이 된다. 따라서 $\varepsilon_k, \varepsilon_{\beta_1}, \varepsilon_{\alpha_0}, \varepsilon_{\alpha_1}$ 는 $\hat{\lambda}(t)$ 와 $\theta(t)$ 가 식(10)을 만족하는 정도를 나타낸다. 그래서 적응법칙은 $\hat{\lambda}(t)$ 와 $\theta(t)$ 를 동시에 동적으로 튜닝해서 $e_f(t)$ 와 페루프 추정오차가 작아지게 설계한다. 이러한 목적을 위해서 적응법칙들은 $V = \|\hat{\lambda}\|^2 + \|\tilde{\theta}\|^2$ 가 Lyapunov function이 만족되도록 주어진다.

$$\dot{\tilde{\beta}}_0 = \dot{\hat{\beta}}_0 = -e_f \bar{u} / N - (k \varepsilon_k + \theta_1^T \varepsilon_{\beta_1} + \theta_0 \varepsilon_{\alpha_0} + \theta_2^T \varepsilon_{\alpha_1})$$

$$\dot{\tilde{\beta}}_1 = \dot{\hat{\beta}}_1 = -e_f \bar{w}_1 / N - \varepsilon_{\beta_1}$$

$$\dot{\tilde{\alpha}}_0 = \dot{\hat{\alpha}}_0 = -e_f \bar{y}_p / N - \varepsilon_{\alpha_0}$$

$$\dot{\tilde{\alpha}}_1 = \dot{\hat{\alpha}}_1 = -e_f \bar{w}_2 / N - \varepsilon_{\alpha_1}$$

$$\dot{\tilde{k}} = \dot{\hat{k}} = -\text{sgn}(\beta_0^*) \varepsilon_k$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_1 = \dot{\hat{\theta}}_1 = -\text{sgn}(\beta_0^*) \varepsilon_{\beta_1}$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_0 = \dot{\hat{\theta}}_0 = -\text{sgn}(\beta_0^*) \varepsilon_{\alpha_0}$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_2 = \dot{\hat{\theta}}_2 = -\text{sgn}(\beta_0^*) \varepsilon_{\alpha_1} \quad (15)$$

여기서

$$N(t) = 1 + \bar{w}(t)^T \bar{w}(t) \quad (16)$$

결국 $t \rightarrow \infty$ 따라 $e_f(t) \rightarrow 0, e_c(t) \rightarrow 0$ 되면서 전체 시스템이 점근적으로 안정해진다.

3. 다중제어 시스템의 과도 응답 개선을 위한 스위칭 구조

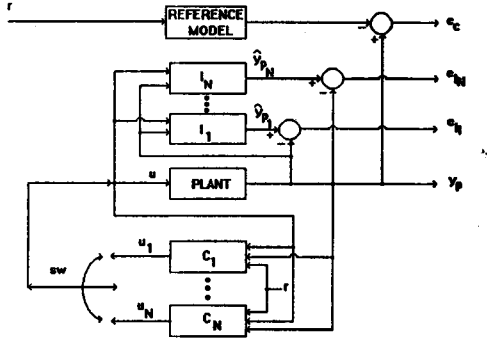


그림 2. 다중제어시스템

그림 2는 다중모델을 사용한 전체 시스템에 대한 구조이다. 여기서 전체시스템은 N개의 동일한 간접 적응 제어기들로 구성된다. 특히 동일한 구조를 갖는 N개의 식별기들은 초기에 다른 초기 추정치로 설정된다. 이때 각각의 식별기에 대응하는 제어기 C_j 는 플랜트에 대한 입력으로 사용될 수 있는 후보 제어입력 U_j 를 출력한다. 안정도 증명에 의하면 permissible switching 구조를 사용하면 전체 시스템내의 신호들은 유계가 된다[2][3]. 그래서 과도상태의 성능을 개선시킬 수 있는 스위칭 구조의 선정에 관심이 집중된다. 과도 응답 특성에 관한 성능은 수학적으로 잘 정의되어 있지 않았기 때문에 실제적인 전지에서 합당한 근거를 토대로 선정되어야 한다. 간접적용 제어시스템에서는 광범위한 모의실험결과 작은오차의 식별모델을 바탕으로한 제어가 더 좋은 성능을 줄 수 있다고 생각된다. 따라서 과도상태에서 플랜트와 식별기 출력사이의 오차 e_j 가 큰 값을 가짐에 따라 플랜트와 기준모델 출력사이의 오차 e_c 가 따라서 커짐을 알 수 있다. 이러한 성질로부터 식별오차가 추정된다면 현재 플랜트를 제어할 제어기는 스위칭시기가 결정될 수 있다. 그러나 식별오차들의 어떠한 양을 측정해서 사용해야 하는지는 설명되어 있지 않다. 그래서 기존의 스위칭 구조를 결정짓는 성능지수는 $J = \alpha e_c^2(t) + \beta \int_{t=0}^t e_j^2(t) dt$ 이다[3]. 지수의 근거는 순간적이

며 장기적으로 정확한 추정양을 제공해 주지만 작은 식별오차가 존재할 때 스위칭 동작을 제대로 하지 못하는 경우도 있다. 따라서 본 논문에서 제시한 식별기의 성능에 대한 지수는 전문가의 경험이나 지식을 바탕으로 인간의 의사 결정 과정을 모방한 퍼지 추론 기법을 스위칭 구조에 도입하여 결정하고자 한다.

식별기의 현재 오차 e_j 와 오차의 변화량 e_j' 를 [-1 1]로 규격화하고, 그 값이 7가지 조건부 소속함수(PB, PM, PS, ZO, NS, NM, NB)에 포함된다면, 그에 따른 if-then 형태의 49개의 언어적 제어규칙을 얻을 수 있으며, 성능지수 J는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$h_{ij} = \min(\mu_{A_i}(e_j), \mu_{B_j}(e_j')) \quad (17)$$

$$J = \frac{\sum_{i,j=1}^7 L_{ij} h_{ij}}{\sum_{i,j=1}^7 h_{ij}} \quad (18)$$

여기서, $\mu_{A_i}(e_j)$ ($\mu_{B_j}(e_j')$)는 e_j (e_j')값이 언어적 변수 값에 소속하는 정도를, h_{ij} 는 e_j (e_j')에 대한 L_{ij} 의 적합도를 나타낸다. Sugeno 방식[6]의 규칙을 이용하여 $L_{ij}(B=1)$, $M(=0.8)$, $S(=0.6)$, $Z(=0)$ 의 값은 표 1과 같다.

표 1. 제어 규칙 작성표

e_j	e_j'	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	B	B	B	B	B	B	B	B
NM	B	B	B	B	M	M	M	B
NS	B	B	B	B	S	S	M	B
ZO	B	M	S	Z	S	M	B	B
PS	B	M	S	S	B	B	B	B
PM	B	M	M	M	B	B	B	B
PB	B	B	B	B	B	B	B	B

퍼지추론 과정을 통해서 나온 성능지수 J는 N개의 식별기 모델에서 각각 나오게되며 이때 매 순간 식별오차가 가장 작은 J값을 선택하게 된다. 이는 모든 식별기들이 하나의 플랜트를 근사시켰다는 의미가 되어 그때의 식별기에 대응되는 제어기 C_j 는 후보 제어 입력 U_j 를 제공하게 된다.

4. 모의실험 결과

본 논문에서 제시한 알고리즘의 효율성을 보이기 위해 시뮬레이션에서 사용된 플랜트와 기준모델은 다음과 같다. 제어 대상인 플랜트의 전달함수 $W(s) = K_p / (s^2 + a_1 s + a_0)$ 이며, 여기서 미지의 파라미터 K_p, a_1, a_0 는 알고 있는 compact set $S = \{0.5 \leq K_p \leq 2.0, -0.6 \leq a_1 \leq 3.4, -2.0 \leq a_0 \leq 2.0\}$ 에 존재한다. 제어목적은 기준입력 $r(t)$ 에 대한 기준모델 전달함수 $W_m(s) = 1 / (s^2 + 1.4s + 1)$ 의 출력을 추종하는 것이다. 기준입력 $r(t)$ 는 주기가 10인 단위 구형파이며, 전형적인 3가지 형태의 플랜트에 대해 적용해 본다. 다중모델은 각각의 경우에 대해 N=1과 N=27개의 모델을 사용하고 이때 27개의 모델에 대한 초기 추정치는 S내의 각각의 파라미터들의 구간을 3등분한 격자점에 해당한다.

그림 3은 불안정하면서 진동하는 플랜트로 (K_p, a_1, a_0) = (0.5, -0.5, 2)의 파라미터를 갖는다. 그림 4는 불안정하지만 진동하지 않는 플랜트에 대해 파라미터는 (K_p, a_1, a_0) = (0.5, 0.5, -2)를 갖는다. 그리고 그림 5는 점근적으로 안정하고 진동하지 않는 플랜트에 대해 파라미터가 (K_p, a_1, a_0) = (2, 3.4, 2)를 갖는다. 결과적으로 그림 3-5의 경우 본 논문에서 제시한 스위칭 함수의 선정에 따른 플랜트의 과도 응답 특성이 단일 모델을 사용하는 경우보다 N=27개의 다중모델을 사용하는 경우가 개선됨 보였다. 그림 6은 시변 플랜트에 대해 적용하였다. 시간에 따른 파라미터 변동은 100초 마다 (K_p, a_1, a_0)는 (2, 3.4, 2) → (0.75, -0.56, 1.5) → (1.5, 0, 0) → (0.6, 1.5, -1.5) → (0.5, 1, 2)가 되도록 하였다. 그 결과 N=1의 단일 모델을 사용하였을 때보다 N=27개의 모델을 사용한 경우에 시스템 성능이 우수함을 보였다.

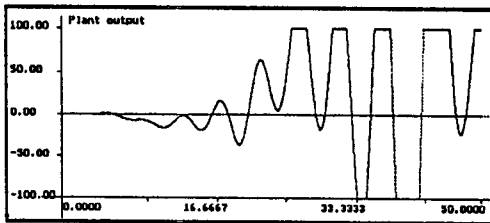
5. 결론

적용제어 시스템의 과도응답을 개선시키기 위해 다중 모델과 제안된 스위칭 구조를 사용하였다. 제안한 알고리즘은 매 순간 상황에 따라 인간의 사고 방식을 모방한 퍼지추론 기법을 이용하여 성능지수를 결정 한 후 이에 따라 적절한 제어가 선택되는 스위칭 구조로 하였다. 그 결과 시스템 성능이 개선됨을 보였으며 또한 플랜트에 갑작스런 변동에 대해 강인함을 컴퓨터 모의 실험을 통해 보였다. 앞으로의 과제는 파라미터를 제한하는 범위에 관한 연구가 요구된다.

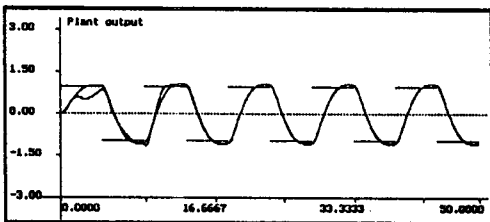
* 이 논문은 1995학년도 대전대학교 학술연구비 지원에 의한 것임.

참고문헌

- [1] K. S. Narendra and A. M. annaswamy, Stable Adaptive Systems, Prentice-Hall, 1989.
- [2] Kumpati S. Narendra and Jeyendran Balakrishnan, "Improving Transient Response of Adaptive Systems using Multiple Models and Switching", Center for Systems Science, Dept. of Electrical Engineering Yale University, October 1992.
- [3] K. S. Narendra and Jeyendran Balakrishnan "Improving Transient Response of Adaptive Systems using Multiple Models and Switching", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-39, no. 9, pp. 1861-1866, September, 1994.
- [4] C.C. Lee, "Fuzzy Logic in Control System : Fuzzy Logic in Controller, Part I", IEEE Trans. Sys., Man and Cybernetics, vol. SMC-20, pp. 404-418, 1990.
- [5] C.C. Lee, "Fuzzy Logic in Control System : Fuzzy Logic in Controller, Part II", IEEE Trans. Sys., Man and Cybernetics, vol. SMC-20, pp. 419-435, 1990.
- [6] T. Takagi and M. Sugeno, "Derivation of Fuzzy Control Rules from Fuman Operator's Control Actions", in Proc. IFAC Symp. Fuzzy Information, Knowledge Representation and Decision Analysis, pp. 55-60, July 1983.

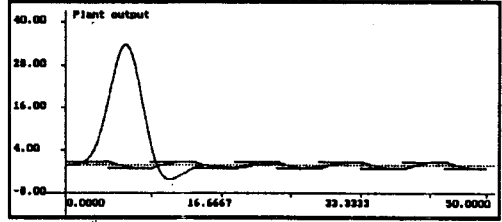


(a) 단일 모델 (N = 1)

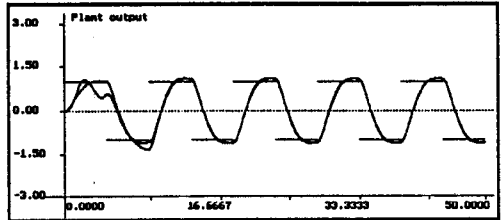


(b) 다중 모델 (N = 27)

그림 3. 불안정하면서 진동하는 플랜트에 대한 응답 특성

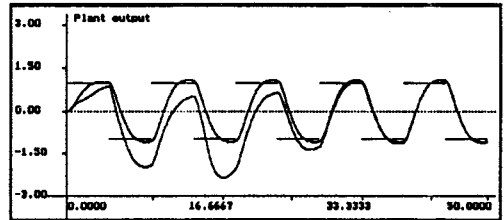


(a) 단일 모델 (N = 1)

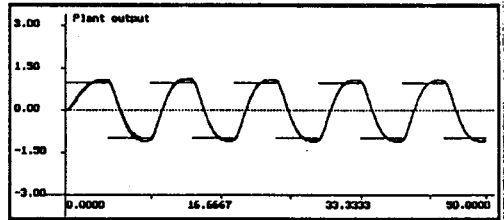


(b) 다중 모델 (N = 27)

그림 4. 불안정하면서 진동하지 않는 플랜트에 대한 응답 특성



(a) 단일 모델 (N = 1)



(b) 다중 모델 (N = 27)

그림 5. 잠근적 안정하고 진동하지 않는 플랜트에 대한 응답 특성

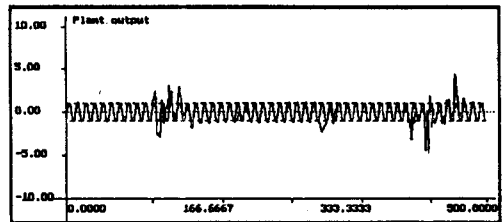


그림 6. 시변 플랜트에 대한 응답 특성