

Chua 회로를 이용한 카오스 동기화

배 영철**^o · 고 재호* · 이 광원* · 서 삼문* · 임 화영*

*광운대학교 공과대학 *제어 계측 공학과 **전기 공학과

Chaos Synchronization Using Chua's Circuit

Bae yeong - chul**^o, Ko jae - ho*, Lee kwang - won*, Suh sam - moon*, Yim wha - yeong*

*Dept. of control and instrumentation Eng. ** Dept. of electrical Eng. Kwangwoon Univ.

Abstract

A number of recent paper have investigated the feasibility of synchronizing chaotic system. In this paper we proposed the chaotic synchronization of the canonical Chua's circuit with RLCG transmission line by drive-response system. We expect that proposed method is available to secure communication with RLCG transmission line.

1. 서론

최근에 카오스 현상에 대한 관심이 물리학, 화학, 생물학, 공학 등에서 높아지고 있으며 이에 대한 응용이 활발하게 진행되고 있다 [1-3]. 간단한 전기 및 전자 회로를 구성하여 카오스 현상이 존재함을 증명하는 논문도 발표되고 있으며 [4-5] 이를 대표하는 것으로 Chua 회로를 들 수 있다 [6-9].

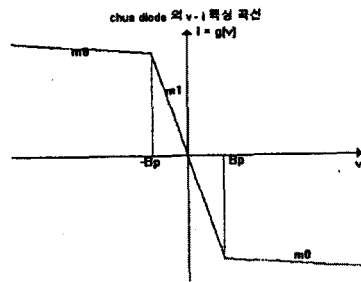
Chua 회로는 매우 단순한 자율, 3차계 시스템으로 Reciprocal이며 1개의 비선형 소자인 3 구분 선형 저항 (3 segment piecewise-linear resistor) 과 4개의 선형 소자인 (R, L, C_1, C_2)로 구성되는 발진회로다.

Chua 회로의 카오스 어트랙터는 Matsumoto [6]가 컴퓨터 시뮬레이션으로 처음 제시하였으며 이후 실험에 의한 Chua 회로의 카오스 어트랙터를 증명한 연구[9]도 있었다.

Matsumoto에 의해 제안된 Chua 회로[6]를 그림 1(a)에 나타냈으며 상태방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} &= G(v_C - v_{C_1}) - g(v_{C_1}) \\ C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} &= G(v_C - v_{C_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{C_2} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $G = 1/R, g(\cdot)$ 는 식 (2)와 같이 표현되는 구분 선형 함수(piecewise-linear function)이며 그림 1(b)에 나타내었다.



(b) 구분 선형 함수

그림 1. Chua 회로와 구분 선형 함수
Fig. 1. Chua's circuit and piecewise linear function.

Chua 회로는 다양한 카오스 현상을 관찰할 수 있을 뿐만 아니라 카오스 동기화, 카오스 제어, 암호 통신 등에 이용할 수 있다.

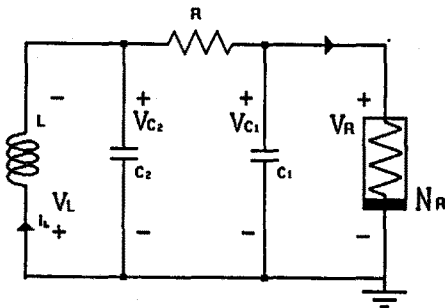
Chua 회로를 이용하여 카오스 동기화를 구현하고자 하는 노력이 계속되고 있으며 몇몇 관심있는 발표도 나오고 있다.[10-12]

Chua와 Itoh[12]는 결합동기 이론과 구동동기 이론을 적용하여 Chua 회로의 동기화를 이루었고 Pecora와 Carroll[10]은 Lorentz 시스템에서의 동기화 방법을 제시하였다.

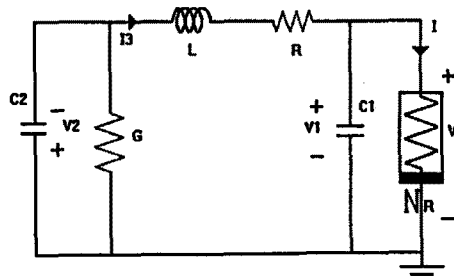
본 논문에서는 Canonical Chua 회로에서 Pecora와 Carroll[10]이 제시한 구동 동기 이론을 적용하여 RLCG 전송선로를 구성하고 카오스 동기화 방법을 제안하였다.

2. Canonical Chua 회로

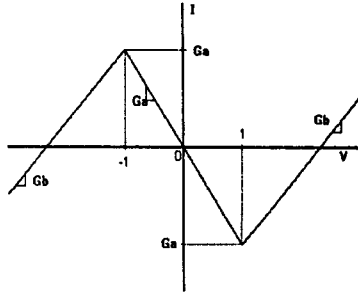
Canonical Chua 회로는 Chua 회로를 일반화하기 위해 구성된 회로로 그림 2와같이 나타낼 수 있다.



(a) Chua 회로



(a) Canonical Chua 회로



(b) 구분 선형 함수

그림 2. Canonical Chua 회로와 구분 선형 함수

Fig. 2. Canonical Chua circuit and piecewise linear function.

그림2(a)의 Canonical Chua 회로의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1}[-f(v_1) + i_3] \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{C_2}[-Gv_2 + i_3] \\ \frac{di_3}{dt} &= -\frac{1}{L}[v_1 + v_2 + Ri_3] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $f(v) = Gbv + \frac{1}{2}(G_a - G_b)(|v+1| - |v-1|)$ 이다.

3. 구동 동기 이론

Pecora와 Carroll[10]에 의해 제시된 구동 동기 이론은 동기될 한 쌍의 카오스 회로에서 첫번째 카오스 회로를 구동 시스템(drive system)이라 하고 두 번째 카오스 회로를 응답 시스템(response system)이라 한다면 구동 시스템 상태 변수중 몇 개의 상태 변수만을 응답 시스템으로 전송하면 전송된 몇 개의 상태 변수들에 의해 전송되지 않은 나머지 상태 변수들을 가지고 응답 시스템에 나타나게 하여 동기를 이루는 방법이다. 구동 동기 이론에 의한 동기화 결과는 반응 시스템의 Conditional Lyapunov exponent 가 모두 음수일때 동기화가 이루어진 것으로 본다. 그림 3에 Canonical Chua 회로의 X구동 동기화 회로를 나타내었으며 상태방정식은 식(3),(4)과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1}[-f(v_1) + i_3] \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{C_2}[-Gv_2 + i_3] \\ \frac{di_3}{dt} &= -\frac{1}{L}[v_1 + v_2 + Ri_3] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_2'}{dt} &= \frac{1}{C_2}[-G(v_2') + i_3'] \\ \frac{di_3'}{dt} &= -\frac{1}{L}[v_1' + v_2' + Ri_3'] \end{aligned} \quad (4)$$

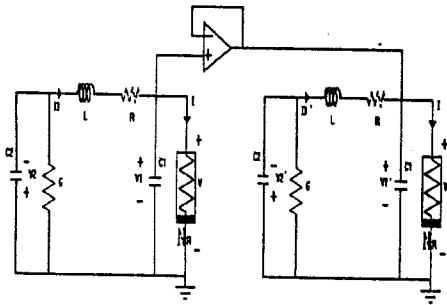


그림 3. Canonical Chua 회로의 X구동 동기화 회로

Fig.3. X drive synchronization circuit of canonical Chua's circuit.

4. RLCG 전송선로를 가진 카오스 동기화

Chua 회로에 구동 동기 이론[12]을 적용하면 Chua 회로의 응답 시스템중 불필요한 부분이 존재한다. 본 논문에서는 이 불필요한 부분을 제거하여 RLCG의 전송 선로로 치환하고 이 전송 선로에서 카오스 동기화가 이루어짐을 확인하였다.

제한한 RLCG 전송 선로를 가진 동기화 회로를 그림 4에 나타내었다.

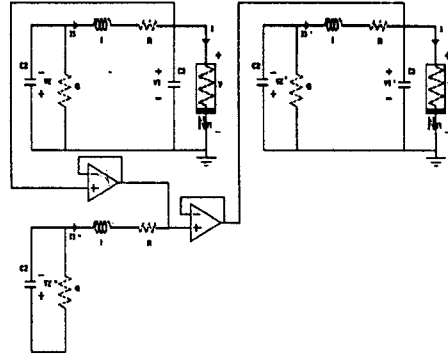


그림 4. RLCG 전송 선로를 가진 카오스 동기화 회로

Fig. 4. RLCG Chaos Synchronization Circuit with RLCG transmission Line.

그림 4의 상태방정식을 다음과 같이 정리할 수 있다.

왼쪽 구동부의 상태방정식

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{C_1}[-f(v_1) + i_3] \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{C_2}[-Gv_2 + i_3] \\ \frac{di_3}{dt} &= -\frac{1}{L}[v_1 + v_2 + Ri_3] \end{aligned} \quad (5)$$

중간 RLCG단의 상태방정식

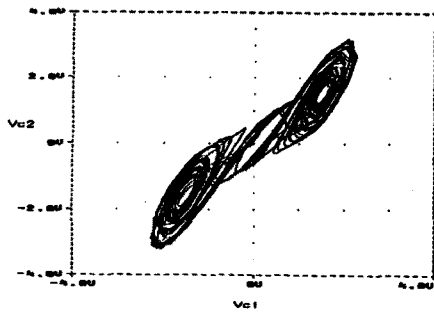
$$\begin{aligned} \frac{dv_2'}{dt} &= \frac{1}{C_2}[-G(v_2') + i_3'] \\ \frac{di_3'}{dt} &= -\frac{1}{L}[v_1' + v_2' + Ri_3'] \end{aligned} \quad (6)$$

오른쪽 응답부의 상태방정식($V_1=V_1''$)

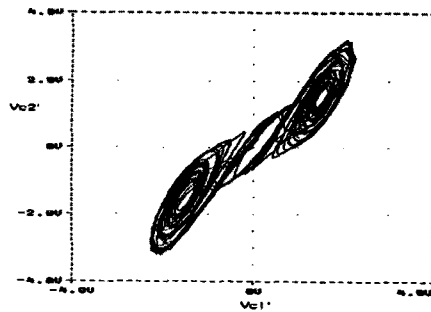
$$\begin{aligned} \frac{dv_1''}{dt} &= \frac{1}{C_1}[-f(v_1'') + i_3''] \\ \frac{dv_2''}{dt} &= \frac{1}{C_2}[-Gv_2'' + i_3''] \\ \frac{di_3''}{dt} &= -\frac{1}{L}[v_1'' + v_2'' + Ri_3''] \end{aligned} \quad (7)$$

5. 시뮬레이션 및 결과 검토

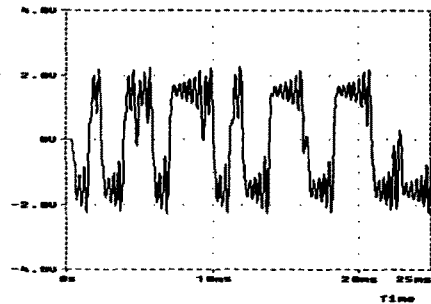
구동 동기 이론을 이용하여 RLCG 전송 선로를 가진 Canonical Chua 회로의 동기화 그림4의 회로를 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션 수행하였다. 시뮬레이션은 PSpice로 행하였으며 동기화 결과는 그림 5와 같다. 그림 5에서 확인 할 수 있듯이 RLCG 전송 선로를 가진 Canonical Chua 회로에서 정확하게 동기화가 이루어져 있음을 알 수 있다.



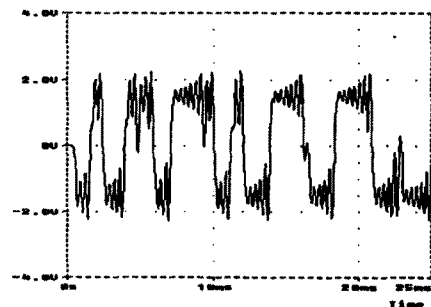
(a) 구동부의 위상공간



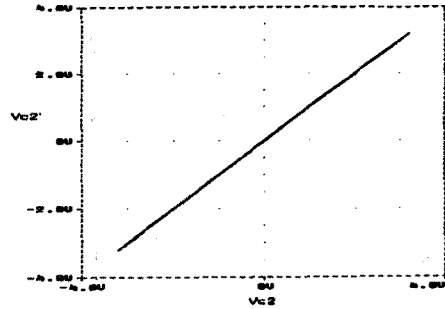
(b) 응답부의 위상공간



(c) 구동부의 시계열 데이터



(d) 응답부의 시계열 데이터



(e) 동기화 척도

그림 5. 동기화 결과

Fig. 5. The result of synchronization.

6. 결론

RCLG 전송 선로를 가진 canonical Chua 회로에서 구동 동기 개념을 이용한 동기화 방법을 제안하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 완전한 동기화가 이루어졌음을 알 수 있으며 이를 이용하여 RCLG 전송 선로를 가진 회로에서 암호화 통신에 적용할 수 있을 것으로 보인다.

참고문헌

1. 배영철, 카오스의 응용, 전자 저널, pp 110 - 112, 1993.
2. 배영철, 임화영 "주기적 외력을 인가한 Bonhoeffer - Van der Pol 오실레이터 모델에서의 카오스 현상 해석에 관한 연구" 1995 한국통신학회지 제20권 11호 pp 2991 - 3000, 1995
3. 고재호, 배영철, 임화영 "연속시간 시스템에서의 카오스 피드백 제어" 1995 제어계측연구회 학술 발표회 논문집, pp 112 - 114, 1995
4. M. Kuramitsu and K. I. Mori "A simple Electric Circuit Generating chaos" Technical report IEICE, NLP 93 - 68, pp 31 - 38, 1994
5. Y. Ueda & N. Akamatsu "Chaotically Transitional phenomena, in the Forced Negative - Resistance Oscillator" IEEE Trans, Circuit Syst., Vol. CAS-28, No. 3, pp 217 - 224, 1981
6. T. Matsumoto "A chaotic Attractor from Chua's circuit", IEEE Trans. Circuit Syst., Vol. CAS-31, No. 12, pp 1055 - 1058, 1984
7. T. S. Parker, and L. O. Chua "The Dual Double Scroll Equation" IEEE Trans. Circuit Syst., Vol. CAS-32, No. 9, pp 1059 - 1073, 1987
8. G. O. Z'hong and F. Ayrom "Experimental Confirmation of chaos from Chua's circuit" Int. J. Circuit Theory Appl. Vol. 13, pp 93 - 98, Jan, 1985
9. T. Matsumoto, L. O. Chua, and M. Komuro. "The Double Scroll" IEEE. Trans. Circuit Syst. Vol. CAS-32, No. 8, pp 798 - 818, 1985
10. L. M. Pecora and T. L. Carroll "Synchronization in Chaotic System" Phy. Rev. Lett. Vol. 64, No.8, pp. 821-824, 1990
11. M. Itoh, H. Murakami, L. O. Chua "Communication System Via Chaotic Modulations" IEICE. Trans. Fund. Vol. E77-A, No.6, pp. 1000-1005, 1994
12. L. O. Chua, M. Itoh, L. Kocarev, and K. Eckert "Chaos Synchronization in Chua's Circuit" J. Circuit. Systems and computers, Vol. 3, No. 1, pp. 93-108, 1993