

## 다중 퍼지 로직 제어를 이용한 다변수 시스템의 제어

서호준\*, 서삼준\*, 김동식\*\*, 박귀태\*

\*고려대학교 전기공학과 \*\*순천향대학교 제어계측공학과

### Control of MIMO System Using Multiple Fuzzy Logic Controller

Ho-Joon Seo\*, Sam-Joon Seo\*, Dong-Sik Kim\*\*, Gwi-Tae Park\*

\*Dept. of Electrical Eng., Korea University

\*\*Dept. of Instrumentation Eng., Soonchunhyang University

*Abstract - In this paper, we design the robust controller for MIMO system using multiple fuzzy logic controller. Based on the knowledge of system input/output data, we introduce the simple adaptation laws to approximate the decoupling matrix from input channel to output channel. The proposed control algorithm is applied numerical example.*

$$\begin{aligned}
 R_1: & \text{ If } e(k) = E_1 \text{ and } ce(k) = CE_1 \\
 & \qquad \qquad \qquad \text{ then } u(k) = U_1 \\
 R_2: & \text{ If } e(k) = E_2 \text{ and } ce(k) = CE_2 \\
 & \qquad \qquad \qquad \text{ then } u(k) = U_2 \\
 & \qquad \qquad \qquad \vdots \\
 R_N: & \text{ If } e(k) = E_N \text{ and } ce(k) = CE_N \\
 & \qquad \qquad \qquad \text{ then } u(k) = U_N
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

### 1. 서 론

다변수 계통에 대한 퍼지제어에서는 제어 입력과 상태 변수간의 강한 결합성이 제어성능에 큰 영향을 미치게 된다. 특히 계통이 비선형일 경우에는 결합성으로 인한 상호 영향이 계통을 제어하기 더욱 힘들게 하는 한 요인이 된다. 이와 같은 결합성이 강한 다변수 계통을 효과적으로 제어하기 위한 기존의 방법으로는 상대이득행렬(RGM)을 이용하여 강한 영향을 주는 변수끼리 결합함으로써 감결합효과를 얻는 방법이 있다.[1] 그러나 상대이득행렬을 이용한 퍼지 논리 제어기에서는 알려지지 않은 플랜트에 대해서 실험을 통한 정상상태이득의 추정치를 알아야만 한다. 또한 변수들의 상호작용에 대한 결합이 잘 이루어지지 않는 경우에 대해서는 제어를 설계하기 어렵다.

따라서, 본 연구에서는 입력과 출력에 대한 정보를 이용한 간단한 보상장치를 사용하여 다변수계통에 대한 상호영향을 고려해주었으며, 시스템의 출력 변수가 설계자가 원하는 출력을 항상 유지할 수 있도록 하는 제어 기법을 제안한다.

### 2. 다변수 시스템에 대한 퍼지 로직 제어기

#### 2.1 기존의 퍼지 로직 제어기

퍼지 로직 제어기(FLC) 설계는 일반적으로 다음의 과정에 의해 설계된다.[2,3]

- 제어 규칙( control rule )의 선정
- 퍼지화( fuzzification )
- 퍼지 추론( fuzzy inference )
- 비퍼지화( defuzzification )

#### 2.1.1 제어 규칙

입출력 변수를 식 (2.1)로 정의하면 퍼지 로직 제어기(FLC)의 제어 규칙은 식 (2.2)와 같이 If-then 형태의 언어적 제어 규칙으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 e(k) &= \text{reference} - \text{output} \\
 ce(k) &= e(k) - e(k-1) \\
 u(k) &= \text{control input}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

여기서  $E_i, CE_i, U_i$  등은 퍼지 언어값들의 퍼지 라벨들로서 퍼지 변수  $e(k), ce(k), u(k)$ 의 전체 공간 내에서 정의되며 각 입출력 변수에 대하여 표 2.1과 같이 정의되는 퍼지 집합들에 의하여 표현된다.

표 2.1 언어값의 라벨

Fuzzy Label	Meaning
PB	Positive Big
PM	Positive Medium
PS	Positive Small
ZO	Zero
NS	Negative Small
NM	Negative Medium
NB	Negative Big

또한 식 (2.2)의 퍼지 규칙  $R_i$ 는 전체 공간  $E, CE, U$ 에 대한 전체 제어 규칙  $R$ 로 확장하면 식 (2.3)과 같다.

$$R(E, CE, U) = R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_N \tag{2.3}$$

식 (2.3)을 소속 함수를 이용하여 표현하면 식 (2.4)와 같다.

$$\begin{aligned}
 \mu_{R(E, CE, U)}(e, ce, u) \\
 = \max \left\{ \sum_{i=1}^N \min [\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce), \mu_{U_i}(u)] \right\}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

여기서  $\mu(\cdot)$  : 소속 함수,  $N$  : 규칙의 개수

$E_i \in E, CE_i \in CE, U_i \in U$  ( $E, CE, U$  : 전체 공간)

$\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce), \mu_{U_i}(u)$  : 퍼지 변수  $e, ce, u$ 가 퍼지 라벨  $E_i, CE_i, U_i$ 에 소속되는 정도를 나타낸다.

사용되는 제어 입력의 형태는 일반적으로 MacVicar-Whelan이 제안한 표 2.2와 같은 제어 규칙이다.

표 2.2 퍼지 제어를 위한 제어 규칙

		Change of error (ce)				
		NB	NS	ZO	PS	PB
E r r o r  (e)	NB	NB	NB	NM	NS	ZO
	NS	NB	NM	NS	ZO	PS
	ZO	NM	NS	ZO	PS	PM
	PS	NS	ZO	PS	PM	PB
	PB	ZO	PS	PM	PB	PB

2.1.2 퍼지화 과정

계통으로부터 관측된 비퍼지 표현의 변수값들을 퍼지 알고리즘의 입력으로 사용하기 위해서는 측정된 변수에 소속 함수를 부여해야 하는데 이 과정을 퍼지화라고 한다. 측정 변수에 소속 함수를 부여하는 방법으로 퍼지 단일값(싱글톤 방법)을 이용하면 실제 입력의 퍼지화된 입력은 식 (2.5)와 같이 표현할 수 있다.

$$\mu_{E_i}(e) = \begin{cases} 1 & \text{for } e = e(k) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\mu_{CE_i}(ce) = \begin{cases} 1 & \text{for } ce = ce(k) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서  $e(k)$ ,  $ce(k)$ 는 실제로 측정된 출력으로부터 식 (2.1)에 의하여 계산된 편차 및 편차의 변화율이다.

2.1.3 퍼지 추론

퍼지 추론은 제어 규칙에 소속 함수를 도입하고, 측정된 변수들에 대한 소속 함수를 사용하여 제어 입력의 소속 함수값을 구하는 과정이다. 추론의 방법으로는 여러 가지가 제안되고 있으나[2] 가장 일반적으로 사용되는 것은 식 (2.6)과 같은 형식의 Mamdani가 사용한 최대-최소 합성 추론 방식이다.

$$\mu_U(u) = \max \left\{ \min \left\{ \mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce), \mu_{R_{E,CE,U}}(e, ce, u) \right\} \right\} \quad (2.6)$$

2.1.4 비퍼지화 과정

비퍼지화는 추론된 퍼지 제어 입력을 계통의 제어에 필요한 비퍼지 제어 입력으로 변환하는 과정이다. 가장 일반적인 무게 중심법을 이용하면 그 표현식은 식 (2.7)과 같다.

$$u_o(k) = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_{U_i}(u(k)) \cdot u^*(k)}{\sum_{i=1}^N \mu_{U_i}(u^*(k))} \quad (2.7)$$

여기서  $u_o(k)$  : 비퍼지화된 제어 입력

$u^*(k)$  :  $i$  번째 규칙이 후건부에서 소속값을 최대로 하는 퍼지 제어 입력

$\mu_{U_i}(u(k))$  : 식 (2.6)에서 구한 소속값

또한 제어 입력을 증분형으로 구성하는 경우,  $k$  스텝에서 계통에 투입되는 제어 입력량  $u(k)$ 는 식 (2.8)과 같이 된다.

$$u(k) = u(k-1) + u_o(k) \quad (2.8)$$

2.2 상대이득행렬을 이용한 다변수 퍼지 제어기

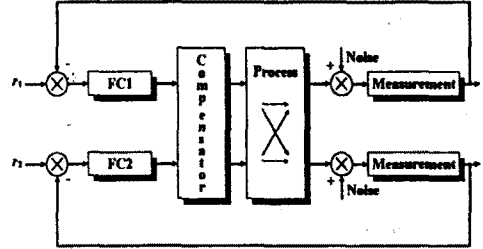


Fig. 1 상대이득행렬을 이용한 다변수 퍼지 제어기의 구조

어떤 기준에 따라 적절히 입력력 짝들이 선택되어진다면 Fig.1과 같이 다변수 프로세서를 두 개의 분리된 한 개의 입력, 한 개의 출력 프로세서를로서 취급할 수 있다.[4] 상호작용의 영향들은 근사화한 프로세서의 정상상태이득으로부터 얻어진 두 개의 요소로 구성된 간단한 보상절차를 소개함에 의해 부분적으로 제거되어진다. 또한 한 쪽의 루프에 의한 다른 한쪽의 루프의 상호작용은 퍼지제어기가 가진 강인성에 의해서도 어느 정도 보살될 수 있다.

다변수 시스템에서 정상상태이득은 행렬  $G$ 에 의해 표시된다. 대부분의 경우에,  $G$ 는 시스템에 대한 실험을 통해 쉽게 얻어질 수 있다.

상호 영향들은 개루프 정상상태 이득행렬로부터 정의된 상대이득행렬 (Relative Gain Array)에 의해 측정될 수 있다. 입력  $u_i$ 와 출력  $y_i$  사이의 상대이득  $\gamma_{ii}$ 는 두 개의 정상상태 이득들의 비이다. 즉 모든 루프들이 열려있을 때  $u_j$ 와  $y_i$ 사이의 이득  $g_{ij}$ 와  $i$ 번째 출력을 제외하고 모든 출력들이 빈틈없게 제어되었을 때의 이득  $\hat{g}_{ii}$ 의 비이다.

상대이득행렬은 단지 정상상태이득행렬  $G$ 를 사용함으로써 계산될 수 있다. 더 자세하게, 상대이득행렬  $\Gamma$ 의  $(i, j)$ 번째 요소  $\gamma_{ij}$ 는  $g_{ij}$ 로 식 (2.9)와 같이 표현된다.

$$\gamma_{ij} = g_{ij} \cdot \hat{g}_{ii} \quad (2.9)$$

여기서  $g_{ij}$ 는  $G$ 의  $(i, j)$ 번째 요소이고  $\hat{g}_{ii}$ 는  $G$ 의 역행렬의  $(i, i)$ 번째 요소이다.

예를 들어, 정상상태 이득행렬  $G$ 를 갖는  $2 \times 2$  시스템에 대해서,  $G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$ , 일치하는 상대이득행렬  $\Gamma$ 는 식 (2.10)과 같다.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g_{11}g_{22}}{\Delta} & -\frac{g_{12}g_{21}}{\Delta} \\ -\frac{g_{12}g_{21}}{\Delta} & \frac{g_{11}g_{22}}{\Delta} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

여기서,  $\Delta = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}$

상호작용의 측정으로써 소개된 상대이득행렬은 입력력 변수들의 결합을 위해, 또 상호작용이 중요하게 되었을 때 예견하기 위한 지침들을 제공한다. 만약 분산된 제어 구조가 요구된다면 입력력 결합은 매우 중요하다. 이것은 만약 입력이 그 입력에 대해 전혀 영향을 미치지 않는 출력과 결합된다면 만족할만한 제어가 달성될 수 없다는 사실에 기인한다. 그래서 입력이 가능한 한 출력에 강하게 영향을 주는 방식으로 입력력을 결합하는 것이 바람직하다.

목표는 상대이득이 양수이고 가능한 한 1에 가까운 변수들을 결합함에 의해 달성될 수 있다. 또한 만약  $\gamma_{ij}$ 가 1보다 크거나 0보다 작다면 대응하는 변수들의 결합은 제어하기 어려운 루프가 될 것이다.

3. 제안된 퍼지 로직 제어기의 구성

다변수 프로세서로부터 야기되는 어려움, 즉 입력과 출력의 상호영향을 조절하기 위해 다중 퍼지 로직 제어기를 Fig. 2 에서와 같이 구성하였다.

주요 idea는 보상장치에서 입력력 짝들 간의 연결강도를 정의함으로써 상호영향을 고려한 간단한 적용법칙을 소개하는 것이다.

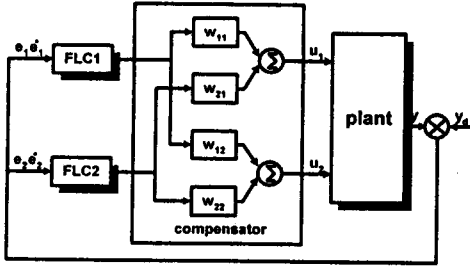


Fig. 2 제안된 다중 퍼지 로직 제어기의 구조

시스템은 입력이 2개, 출력이 2개인 다변수 플랜트에 대해, Fig. 2와 같이 두 개의 독립적인 퍼지 로직 제어기들 FLC1 과 FLC2, 보상장치(compensator), 다변수 프로세서(plant)로 구성되었다.

오차와 오차의 변화율은 다음과 같이 정의한다.

$$\text{오차 } e = y_d - y,$$

$$\text{오차의 변화율 } \dot{e}^k = (e^k - e^{k-1})/T$$

여기서  $y_d$  는 원하는 출력,  $y = (y_1, y_2)$ 는 실제 출력이고 T는 샘플링 시간,  $e^k$  는 k번째의 오차를 나타낸다.

전체 제어 입력을 설계하면 식 (3.1)과 같이 나타낸다.

$$u_j^k = u_j^{k-1} + \Delta u_j \quad j=1,2 \quad (3.1)$$

여기서

$u_j^k$  : k step 에서의 입력값

$u_j^{k-1}$  : k-1 step 에서의 입력값

제어 입력의 증분값은 식 (3.2)와 같이 설계한다.

$$\Delta u_j = \text{FLC1}(e_1, \dot{e}_1) * W_{j1} + \text{FLC2}(e_2, \dot{e}_2) * W_{j2} \quad (3.2)$$

식 (3.2)의  $W_{ij}$  는 입력과 출력의 연결강도를 의미하는 것으로 식 (3.3)과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} W_{ij}^k &= W_{ij}^{k-1} + \Delta W_{ij} \\ \Delta W_{ij} &= \eta_{ij} * \text{sign}(d_{ij}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

여기서,

$\eta_{ij}$  : 연결강도의 변화율

$$d_{ij} \equiv \frac{\Delta e_i}{\Delta u_j} : \text{제어 입력 } u_j \text{ 에 대한 오차 } e_i \text{ 의 민감도}$$

위와 같은 방법으로 민감도 함수를 도입함으로써 다변수 계통에 대한 상호영향력을 고려할 수 있다.

즉, MIMO형태의 퍼지 로직 제어기를 사용하지 않고 SISO형태의 퍼지 로직 제어기를 병렬로 연결한 형태로 제어기를 설계하였으며, 단지 제어입력과 출력에 대한 민감도 함수를 이용한 간단한 보상기를 사용하여 다변수 계통에 대한 상호 영향력을 보상하였다. 따라서 시스템의 출력 변수가 설계자가 원하는 출력을 항상 유지할 수 있는 제어 기법을 제안하였다.

#### 4. 시뮬레이션 및 결과 검토

본 논문에서는 간단한 계통에 대해 적용하여 제안한 방법의 유용성을 입증하도록 한다.

대상으로 하는 계통은 아래와 같이 입력이 2개, 출력이 2개인 다변수 계통으로 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} x \end{aligned}$$

연결강도  $W_{ij}$  는 -1에서 1사이의 값으로 한정시켰으며, 연결강도 변화율  $\eta_{ij}$  은 0.0002로 하였다.

시뮬레이션 결과는 Fig. 3과 Fig. 4에 나타나 있으며, Fig. 3에서는 상

대이득을 구하여 이를 연결강도로 사용하였으며, Fig. 4에서는 제안된 제어기 구조를 이용하여 시뮬레이션한 결과를 실었다.

## 5. 결 론

기존의 다변수 계통에 대한 퍼지 제어로서 상대이득행렬을 이용한 퍼지 논리 제어기는 알려지지 않은 플랜트에 대하여 실험을 통한 정상 상태이득의 추정치를 알아야만 하는 단점이 있다. 그러나 제안된 다중 퍼지 로직 제어기는 다변수 계통의 입력과 출력에 대한 정보만으로 간단한 보상장치를 이용하여 입력과 출력간의 상호영향을 고려해 줄 수 있다. 설계된 제어기의 유용성은 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 입증하였다. 향후 연구 과제로는 비선형성이 강한 계통에 대해서 이를 적용해보는 것이며, 또한 연결강도에 대한 정성적인 분석이 요구된다.

### 참고 문헌

- [1] Grosdidier, P. and Morari, M, "Closed-loop properties from steady-state gain information.", Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, 24, pp.221-235, 1985
- [2] C.C.Lee, "Fuzzy Logic in Control systems : Fuzzy Logic Controller - Part 1, II", IEEE Trans. Sys., Man, Cyber., Vol. 20, No.2, pp.404-437, Mar./Apr. 1990
- [3] W.J.M. Kickert and E.H. Mamdani, "Analysis of a fuzzy logic controller ", Fuzzy Sets and Systems, Vol.1, pp.29-44, 1978
- [4] Junhong Nie & Derek A. Linkens, "Fuzzy-neural control principles, algorithms and applications", prentice Hall, pp37~67, 1995

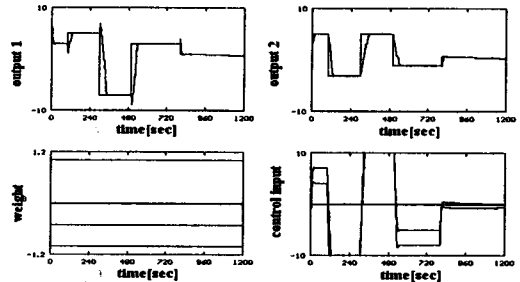


Fig. 3 상대이득행렬을 이용한 시스템 응답

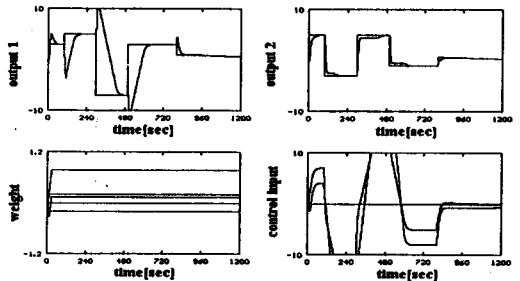


Fig. 4 제안된 제어구조를 이용한 시스템 응답