

## 뉴로 퍼지망을 이용한 비선형 시스템 제어

김 동 훈 · 이 영 석 · 서 보 혁  
 \* 경북대학교 전기공학과

### Control of the Nonlinear System Using Neuro Fuzzy Network

Dong-Hoon Kim · Young-Seog Lee · Bo-Hyeok Seo  
 Department of Electrical Engineering Kyungpook National University

Abstract- This paper presents a neuro fuzzy system(NFS) for implementing fuzzy inference system with a monotonic membership function. The modeling and control of a discrete nonlinear system using a NFS is described. The membership function parameters of a identifier and controller are adjusted by back-propagation algorithm. These identifier and controller is constructed to proposed NFS. A on-line identification and control are accomplished by this NFS. A controller is gived information of the system, that is variation of the system output according to that of the control input by a idntifier. A controller makes control input in order to control discrete -time nonlinear system. A Simulation is presented to demonstrate the efficiency of a suggested method.

### 1. 서론

퍼지 제어기는 인간의 추론을 모형화하여 시스템의 수학적 해석이 아닌 전문가의 경험에 의해 구성 되어지는 제어기[1]로 1980년대 후반이후 여러 분야로 응용되어 왔으나 제어규칙의 생성의 비규격화와 멤버십 함수의 비적용성으로 근래에는 멤버십 함수의 파라메타를 자동으로 동조하는 이론이 연구 증인데 이중에서 뉴럴의 학습 능력을 퍼지 제어에 이용하는 분야가 활발히 연구 중이다. 뉴럴의 학습 능력과 퍼지 시스템의 추론 능력을 결합한 뉴로 퍼지는 크게 퍼지 제어기의 퍼지 규칙과 멤버십 함수의 자동적인 조절을 위해 퍼지 시스템과 분리되게 뉴럴의 학습 능력을 이용하는 경우와[2] 퍼지 시스템을 뉴럴의 망 구조로 구현한 경우[3,4,5,6]로 나눌 수 있다. 본 논문에서는 퍼지 시스템을 뉴럴 구조로 구현한 경우로 단조 함수를 멤버십 함수로 사용하여 하중 평균법으로 출력을 생성하게 된다. 이 단조 함수의 역함수가 하중 평균법에 이용되므로 역함수가 존재해야 한다. 그리고 학습할 때 이 함수의 미분량이 필요하므로 미분이 가능한 함수이어야 한다. 본 논문에서는 역함수가 존재하고 미분이 가능한 단조 함수로 시그모이드 함수를 이용한다. 이러한 뉴로 퍼지 시스템을 이용하여 비선형 시스템의 식별기를 설계하였고 이 식별기로부터 시스템의 정보, 즉 제어 입력에 대한 시스템의 출력을 받아서 제어기를 구성하였다.

### 2. 뉴로 퍼지 시스템

본 논문에서 구성된 뉴로 퍼지 시스템은 그림1과 같은 구조를 가진다. 이러한 구조는 퍼지 알고리즘을 적용할 수 있는 형태로 멤버십 함수는 미분이 가능한 시그모이드(sigmoid) 함수와 여(complement) 시그모이드 함수를 사용한다. 멤버십 함수의 중심값과 기울기를 학습 알고리즘을 이용하여 구하게 된다. 이러한 특성을 가지는 뉴로 퍼지 시스템은 보통의 다치 논리에 퍼지니스를 도입한 퍼지 논리에 의거한 추론법[1]을 구현한 구조가 된다. 하중 평균법에서 멤버십 함수의 역함수가 사용되므로 멤버십 함수의 형태가 큰 영향을 주게 된다. 따라서 학습의 영향이 다른 추론법보다 크게 되는 특성이 있다.

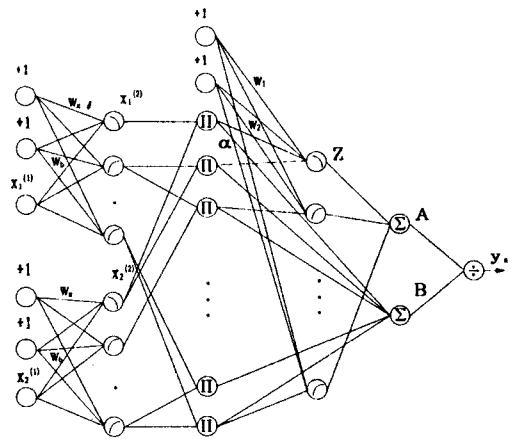


그림 1 제안한 뉴로 퍼지 시스템

첫번째층은 입력층으로서 오차와 오차의 증분량이 입력신호가 되고 멤버십 함수의 가중치를 나타내는 두개의 바이어스 단으로 구성된다. 두번째층은 퍼지화 층으로서 각 입력신호에 대한 멤버십 함수가 시그모이드 함수일 경우 식(1)로 그리고 여 시그모이드 함수일 경우 식(2)로 표현한다.

$$x_{ij}^{(2)} = \frac{1}{1 + e^{-(w_{x,e} x_j^{(n)} + w_{x,b})}} \quad (1)$$

$$x_{ij}^{(2)} = 1 - \frac{1}{1 + e^{-(w_{x,e} x_j^{(n)} + w_{x,b})}} \quad (2)$$

식(1)과 식(2)에서 가중치  $\frac{w_{k,i}}{w_{x,i}}$ ,  $w_{x,i}$  즉, 시그모이드와 여 시그모이드 함수의 학습 파라메타가 되는 중심값과 기울기로 적절한 시그모이드와 여 시그모이드 함수를 구현함으로써 다양한 멤버쉽 함수가 구현될 수 있다. 세번째층은 퍼지 규칙 대응층으로서 식(3)으로 표현된다.

$$a_k = \prod_{i,j=1}^I M x_{ij}^{(2)} \quad (3)$$

네번째층은 퍼지 규칙에 의해 생성된 퍼지 값에서 크리스프한 값을 구하기 위해서 시그모이드와 여 시그모이드 함수의 역함수를 구하는 층으로서 시그모이드의 역함수는 식(4)로, 여 시그모이드의 역함수는 식(5)로 구해진다.

$$z_i = -\frac{\ln\left(\frac{1-a_i}{a_i}\right) + w_{2,i}}{w_{1,i}} \quad (4)$$

$$z_i = -\frac{\ln\left(\frac{a_i}{1-a_i}\right) + w_{2,i}}{w_{1,i}} \quad (5)$$

여기서 가중치  $\frac{W_{2,i}}{W_{1,i}}$ ,  $W_{1,i}$ 는 역함수의 중심값과 기울기가 되며 역시 학습되는 파라메타가 된다. 다섯번째층은 Z의 합 A와 적합도  $\alpha$ 의 합 B를 구하는 층으로서 식(6)과 식(7)로 나타낼 수 있다

$$A = \sum_{k=1}^K Z_k \quad (6)$$

$$B = \sum_{i=1}^M a_k \quad (7)$$

마지막층은 비퍼지화 층으로서 Z의 적합도  $\alpha$ 에 의한 하중 평균을 식(8)로 구할 수 있다.

$$y_n = \frac{A}{B} \quad (8)$$

### 3. 뉴로 퍼지 시스템의 학습

최급 강하법(gradient descent method)에 기초한 역전파(back propagation)학습 알고리즘으로 멤버쉽 함수의 파라메타를 자동적으로 조정하게 된다. 학습의 주 목적은 식(9)와 같이 정의한 목적 함수를 최소화 하는 것이다.

$$E = \frac{1}{2} (d - y_n)^2 \quad (9)$$

멤버쉽 함수의 역함수의 중심값과 기울기를 결정하는 파라메타인  $W_{1,i}$ ,  $W_{2,i}$ 의 증분량은 식(10)그리고 식(11)로 구한다.

$$\Delta W_{1,i} = \eta (d - y_n) \frac{1}{B} \frac{\partial Z_i}{\partial W_{1,i}} \quad (10)$$

$$\text{여기서 } \frac{\partial Z_i}{\partial W_{1,i}} = \begin{cases} \frac{\ln\left(\frac{1-a_i}{a_i}\right) + W_{2,i}}{W_{1,i}^2} & \text{if } I \cdot S \\ \frac{\ln\left(\frac{a_i}{1-a_i}\right) + W_{2,i}}{W_{1,i}^2} & \text{if } I \cdot C \cdot S \end{cases}$$

여기서 I·S는 역 시그모이드(Inverse Sigmoid)를 I·C·S는 역 여 시그모이드(Inverse Complement Sigmoid)를 나타낸다.

$$\Delta W_{2,i} = \eta (d - y_n) \frac{1}{B} \frac{\partial Z_i}{\partial W_{2,i}} \quad (11)$$

$$\text{여기서 } \frac{\partial Z_i}{\partial W_{2,i}} = -\frac{1}{W_{1,i}}$$

멤버쉽 함수의 중심값과 기울기를 결정하는 파라메타인  $w_{x,i}$ ,  $w_{b,i}$ 의 증분량은 식(12), 식(13)에 의해 구할 수 있다.

$$\Delta W_{x,i} = -\eta \frac{\partial e}{\partial W_{x,i}} = \eta (d - y_n) \frac{1}{B} \frac{\partial Z_i}{\partial a_i} f_{ij}(x_{im}^{(2)}) \frac{\partial x_{ij}^{(2)}}{\partial W_{x,i}} \quad (12)$$

$$\text{여기서 } \frac{\partial Z_i}{\partial a_i} = \begin{cases} \frac{1}{W_{1,i} a_i (1-a_i)} & \text{if } I \cdot S \\ -\frac{1}{W_{1,i} a_i (1-a_i)} & \text{if } I \cdot C \cdot S \end{cases}$$

$$f_{ij}(x_{im}^{(2)}) = \prod_{l,m} x_{lm}^{(2)} \cdot \begin{cases} x_{lm}^{(2)} = 1 & \text{if } l = i \text{ and } m = j \\ H_{lm} = x_{lm}^{(2)} & \text{if otherwise} \end{cases}$$

$$\frac{\partial x_{ij}^{(2)}}{\partial W_{x,i}} = \begin{cases} \frac{x_j^{(1)} e^{-(w_{x,i} x_i^{(1)} + w_{k,d})}}{(1 + e^{-(w_{x,i} x_i^{(1)} + w_{k,d})})^2} & \text{if } S \\ -\frac{x_j^{(1)} e^{-(w_{x,i} x_i^{(1)} + w_{k,d})}}{(1 + e^{-(w_{x,i} x_i^{(1)} + w_{k,d})})^2} & \text{if } C \cdot S \end{cases}$$

$$\Delta W_{b,i} = -\eta \frac{\partial e}{\partial W_{b,i}} = \eta (d - y_n) \frac{1}{B} \frac{\partial Z_i}{\partial a_i} f_{ij}(x_{im}^{(2)}) \frac{\partial x_{ij}^{(2)}}{\partial W_{b,i}} \quad (13)$$

여기서

$$\frac{\partial x_{ij}^{(2)}}{\partial W_{b,i}^{(2)}} = \begin{cases} \frac{e^{-(w_{x,i} x_i^{(1)} + w_{k,d})}}{(1 + e^{-(w_{x,i} x_i^{(1)} + w_{k,d})})^2} & \text{if } S \\ -\frac{e^{-(w_{x,i} x_i^{(1)} + w_{k,d})}}{(1 + e^{-(w_{x,i} x_i^{(1)} + w_{k,d})})^2} & \text{if } C \cdot S \end{cases}$$

### 4. 식별기와 제어기의 구성

뉴로 퍼지 식별기와 제어기는 동시에 온-라인으로 학습된다. 이때 제어기의 파라메타가 학습되는 동안에 식별기의 가중치는 고정되어 있으며 고정되어 있는 가중치를 가진 식별기로부터 시스템의 입력에 대한 변화량  $\frac{\partial y}{\partial u}$  정보를 받아 제어기의 가중치를 학습하게 된다.  $\frac{\partial y}{\partial u}$ 는 미지의 시스템 변화량이므로 식별기를 통해 식(14)와 같이 근사화[7,8]할 수 있다.

$$\frac{\partial y}{\partial u} \approx \frac{\hat{y}(u + \delta u) - \hat{y}(u)}{\delta u} \quad (14)$$

여기서  $\delta$ 는 시스템의 입력값의 변화에 대응하는 값으로서 아주 작은 값이다.

뉴로 퍼지 식별기와 제어기의 구성을 그림 2에 나타내었다. 식별기는 시스템의 출력과 식별기출력의 오차  $e_1$ 를, 제어기는 기준 신호와 시스템 출력의 오차  $e_2$ 를 최소화하는 역전과 알고리즘을 이용하여 오차가 최소가 되도록 학습을 하게 된다.

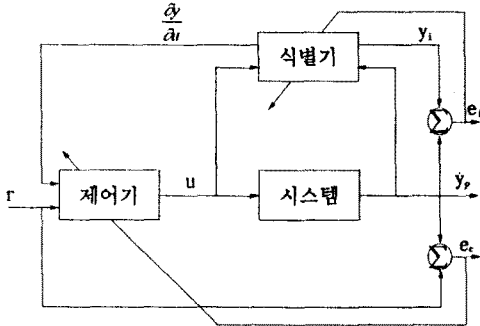


그림 2 식별기와 제어기의 구성

### 5. 사례연구

제한된 뉴로 퍼지 시스템을 이용하여 구성된 식별기와 제어기의 유용성을 사례연구를 통하여 알아 본다. 이산 시간 비선형 시스템을 식 (15)로 표현한다.[9]

$$y_s(k+1) = \frac{y_s(k)}{1+y_s(k)^2} + (u(k)+1)u(k)(u(k)-1) \quad (15)$$

기준 입력은 식 (16)으로 표현한다.

$$r(k) = 0.25 * [ \sin(2\pi k/25) + \sin(2\pi k/10) ] \quad (16)$$

그림 3에서는 식별기와 시스템 출력의 비교를 나타내며 식별기의 출력이 시스템의 출력을 추정함을 볼 수 있다. 그림 4에서는 기준 입력과 시스템 출력의 비교를 나타내며 초기에는 기준 입력과 시스템 출력의 오차가 크지만 점차 줄어들 수 있다.

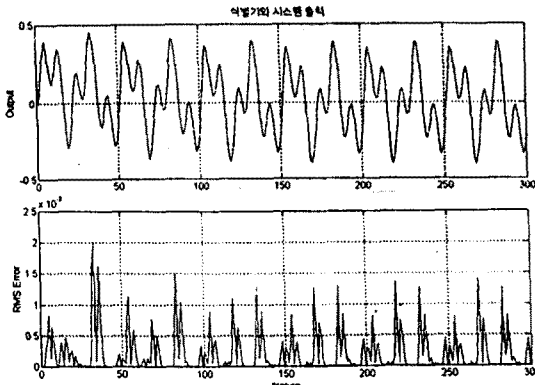


그림 3 식별기와 시스템의 출력 비교

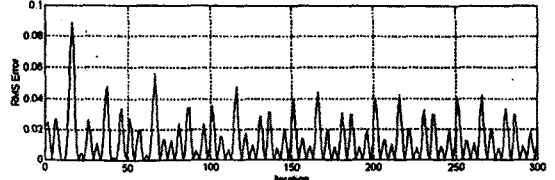
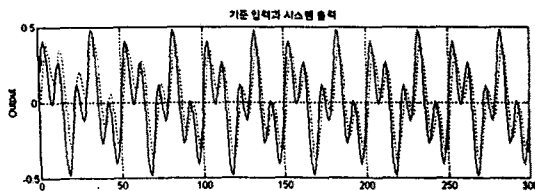


그림 4. 기준 입력과 시스템 출력의 비교

### 6. 결론

새로운 형태의 뉴로 퍼지 시스템을 사용하여 비선형 이산 시스템의 식별과 제어를 고찰하였다. 시스템 출력과 식별기 출력의 오차 신호가 식별기의 입력 신호가 되고 이 오차 신호를 줄이도록 식별기를 구성하였다. 이 식별기로부터 제어 입력에 대한 시스템 출력의 변화량을 기반으로 뉴로 퍼지 제어기를 구성하였다. 구성된 제어기에 의해 시스템의 출력이 원하는 기준 입력에 잘 제어됨을 알 수 있었으며 멤버십 함수의 영향이 큰 퍼지 추론 방법을 역전과 학습 알고리즘을 이용하여 멤버십 함수의 각종 파라메타를 자동으로 동조하였다. 그러나 퍼지 규칙을 형성하는 최적의 함수 맵핑 방법은 앞으로 연구되어야 할 연구과제이다.

### 7. 참고문헌

- [1] Chuen Chien LEE, "Fuzzy Logic in Control Systems : Fuzzy Logic Controller, Part II", IEEE Trans, System, Man, and Cybernetics, Vol. 20, no. 2, pp. 419-435, March/April, 1990.
- [2] T. Tagaki and I. Hayashi, "NN-driven fuzzy reasoning", Internat. J. Approximate Reasoning, pp. 191-212, 1991
- [3] C. T. Chao, Y. J. Chen, C. C. Teng, "Simplification of Fuzzy-Neural Systems Using Similarity Analysis", IEEE Trans, System, Man, and Cybernetics, Vol. 26, no. 2, pp. 344-354, April, 1996.
- [4] Jyh-Shing R. Jang, "ANFIS : A daptive-Network-Based Fuzzy Inference System", IEEE Trans, System, Man, and Cybernetics, Vol. 23, no. 3, pp. 665-685, May/June, 1993.
- [5] J. Zhang, A. J. Morris, "Fuzzy Neural Networks for Nonlinear Systems Modelling", IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol. 142, no. 6, pp. 551-561, November 1995
- [6] Chin-Teng Lin Ya-Ching Lu, "A Neural Fuzzy System with Linguistic Teaching Signals" IEEE Trans, Fuzzy Systems, Vol. 3, no. 2, pp. 169-189, May 1995
- [7] M. Lo Presti, R. Poluzzi, A.M. Zanaboni, "Synthesis of fuzzy controllers through neural networks", Fuzzy Sets and Systems 71, pp. 47-70, 1995
- [8] 이영석 서보혁, "뉴로 퍼지망을 사용한 비선형 시스템의 식별기와 제어기 설계" 전기학회 투고
- [9] Kumpati S. Narendra, Kannan Parthasarathy "Gradient Methods for the Optimization of Dynamical Systems Containing Neural Networks", IEEE Trans. Neural Networks, vol. 2, no. 2, pp. 252-262 March 1991.