

Hopfield 신경망의 파라미터 추정을 이용한 간접 적응 가변구조제어

◦ 함재훈 · 박태건 · 이기상
단국대학교 전기공학과

Indirect Adaptive Sliding Mode Control Using Parameter Estimation of Hopfield Network

◦ Jae-Hoon Ham · Tae-Geon Park · Kee-Sang Lee
Dept. of Electrical Engineering, Dankook University

ABSTRACT - Input-output linearization technique in nonlinear control does not guarantee the robustness in the presence of parameter uncertainty or unmodeled dynamics, etc. However, it has been used as an important preliminary step in achieving additional control objectives, for instance, robustness to parameter uncertainty and disturbance attenuation. An indirect adaptive control scheme based on input-output linearization is proposed in this paper. The scheme consists of a Hopfield network for process parameter identification and an adaptive sliding mode controller based on input-output linearization, which steers the system response into a desired configuration. A numerical example is presented for the trajectory tracking of uncertain nonlinear dynamic systems with slowly time-varying parameters.

$$\dot{x} = f(x, \theta) + g(x, \theta)u \tag{2.1}$$

$$y = h(x, \theta)$$

여기서 $x \in R^n, u \in R, \theta \in R^p, y \in R$ 이고 f, g, h 는 연속 미분가능한 n 차원의 비선형 함수라고 가정한다. 또한 식(2.1)로 표현된 계통은 strong relative degree ($r < n$)를 갖는다고 가정한다. 또한 계통 파라미터 벡터 θ 는 상수이고 식(2.2)에서 처럼 f, g, h 는 θ 에 대해 선형이라고 가정한다.

$$f(x, \theta) = \sum_{i=1}^n \theta_i f_i(x)$$

$$g(x, \theta) = \sum_{i=1}^r \theta_i g_i(x) \tag{2.2}$$

$$h(x, \theta) = \sum_{i=1}^r \theta_i h_i(x)$$

식(2.1)로 표현되는 계통의 출력을 시간에 미분함으로써 식(2.3)과 같이 상태벡터와 제어입력의 함수로서 표현할 수 있다.

$$y^{(i)} = \begin{cases} b_i(x, \theta) & , i < r \\ b_i(x, \theta, u^{(i-r)}) + a(x, \theta) u^{(i-r)} & , r \leq i \leq n \end{cases} \tag{2.3}$$

식(2.3)에서 $b_0(x, \theta) = h(x, \theta)$ 이고 $u^{(i)}$ 는 제어입력을 시간에 대해 i 번까지 미분한 일련의 집합 즉, $\{u, u^{(1)}, \dots, u^{(i)}\}$ 을 의미한다.

상태에 대한 출력의 미분 즉, 관측자 행렬(observability matrix)은 식(2.4)에서 처럼 rank n 을 갖는다고 가정한다.

$$\text{rank } \frac{\partial y^{(i-1)}}{\partial x} = n \tag{2.4}$$

식(2.4)에서 $y^{(i)}$ 는 출력을 시간에 대해 i 번까지 미분한 집합 즉, $\{y, y^{(1)}, \dots, y^{(i)}\}$ 을 의미한다. 식(2.3)에서 $y^{(n)}$ 은 식(2.5)의 일반적인 형태로 표현될 수 있으며 상태가 0일 때 $f(0) = 0$ 및 $h(0) = 0$ 를 가정하면 식(2.6)으로 된다.

$$y^{(n)} = c(y^{(n-1)}, \theta, u^{(n-1)}) \tag{2.5}$$

$$c(0, \theta, u^{(n-1)}) = 0 \tag{2.6}$$

식(2.6)을 상태제어에 의해 관측 불가능한(unobservable) zero dynamics이라 한다. 본 연구에서는 식(2.6)의 동특성이 국부적, 점근적으로 안정(locally asymptotically stable) 즉, 식(2.1)의 계통이 극부적인 최소위상계(minimum phase system)라고 가정한다.

이상의 가정, 파라미터의 불확정성 및 외란등이 존재하지 않는다는 가정하에서 계통(2.1)을 선형화하는 입력 즉, 제어제어기는 식(2.7)에 식(2.3)을 대입함으로써 얻어질 수 있으며 식(2.8)과 같다.

$$e^{(n)} + \dots + a_1 e^{(1)} + a_0 e = 0 \tag{2.7}$$

I. 서론

입출력선형화 기법은 비선형 계통의 비선형성을 제거하고 이로부터 얻어진 선형화된 계통을 제어하기 위한 기법으로 선형화가 가능한 비선형 계통의 제어시 광범위하게 도입되어 왔다[1-7]. 그러나 계통 파라미터의 불확정성 또는 모델링되지 않은 동특성이 존재하는 비선형 계통을 제어함에 있어서 입출력선형화 기법의 적용만으로는 계통 비선형성의 완전한 제거가 불가능하여 강인성이 보장되지 않으며 이러한 문제점은 비선형 계통 제어시 입출력선형화 기법 적용시의 주요한 문제점으로 인식되어 왔다[8-28].

최근 입출력선형화 기법 적용시의 문제점인 강인성을 보장하기 위한 한 방법으로 가변구조 제어 등의 강인제어(robust control) 기법[8-16], 적응제어(adaptive control) 기법[2, 17-21], 및 두방법의 장점을 결합한 강인적응제어(robust adaptive control) 기법[22-23] 등을 입출력선형화에 도입하고 있다. 이중 적응제어 기법은 직접 적응제어(direct adaptive control) 기법과 간접 적응제어(indirect adaptive control) 기법으로 대별될 수 있다. 적응제어 및 입출력선형화 기법을 적용한 기존의 논문으로는 [17-18]등이 있으며 또한 계통 파라미터의 추정을 요하는 간접 적응제어 및 입출력선형화 기법에 관한 연구는 [2, 19-21]등이 있다. 전자는 이산시간 및 연속시간 계통에서 연구되고 있는 반면 후자는 대부분이 이산시간 계통에 대해 간접 적응제어를 실현하고 있다. 이산시간 영역에 비해 연속시간 영역의 계통 파라미터 추정 기법은 잘 개발되어 있지 않고 따라서 이를 이용한 비선형 계통의 간접 적응제어에 대한 연구 또한 미미하다. 따라서 본 연구에서는 부분적으로 계통의 파라미터가 지지인 연속시간 비선형 계통(partially known continuous-time nonlinear systems)에 대해 Hopfield 신경망을 이용한 파라미터 추정 기법을 개발하고 이를 이용한 간접 적응제어를 실현하기로 한다.

II. 입출력선형화 기법

본 절에서는 단일입출력(Single Input-Single Output : SISO) 비선형 계통에 대한 입출력선형화 기법에 대하여 간단하게 고찰한다[23]. 다음 식(2.1)로 기술되는 SISO 비선형 계통을 고려하여 보자.

$$\begin{aligned}
 u^{(n-1)} = & \\
 & - \frac{1}{a(x, \theta)} \left\{ b_n(x, \theta, u^{(n-1)}) + \sum_{j=1}^n a_j b_j(x, \theta) \right. \\
 & + \sum_{j=1}^n a_j [b_j(x, \theta, u^{(j-1)}) + a(x, \theta) u^{(j-1)}] \\
 & \left. - \sum_{k=1}^n a_k y_d^{(k)} \right\} \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

식(2.7) 및 (2.8)에서 $a_n = 1$, $e = y - y_d$ 이고 계수 a_i , $i = 0, \dots, n-1$ 는 식(2.7)로 표현되는 오차 동특성의 각 계수들이 Hurwitz 다항식이 되도록 선정한다.

그러나 파라미터의 불확정성 또는 모델링되지 않은 동특성이 존재하는 식(2.1)의 비선형 계통을 제어함에 있어서 입출력선형화 기법에 의해 얻어진 식(2.8)의 제어 입력만으로는 계통의 비선형성이 제거되지 않아 식(2.7)처럼 선형화된 계통을 얻을 수 없으므로 강인성이 보장되지 않으며 이러한 사실은 실제 계통에 입출력선형화 기법 적용시의 주요한 문제점이다.

III. 비선형계통의 간접 적응 가변구조 제어

본 논문에서는 비선형 계통의 제어에 일반적으로 도입되고 있는 입출력선형화 기법의 적용 범위 확대에 기여할 수 있는 간접 적응 제어 기법을 제안하였으며 식(2.1)의 계통을 제어하기 위하여 제안된 전체제어계의 구조는 그림1과 같다. 먼저 입력과 상태에 관한 정보에 근거하여 Hopfield 신경망에 의해 계통의 파라미터를 추정하고 추정된 파라미터에 근거한 입출력선형화에 의해 투입될 제어입력을 구성한다. 결과적으로 얻어진 근사적인 선형계통은 가변구조제어기(Sliding Mode Controller, SMC)에 의해 제어된다.

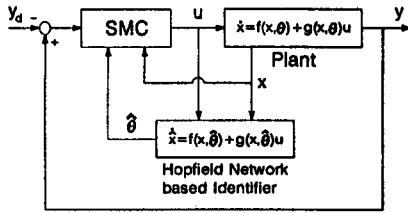


그림 1. 제안된 간접 적응 가변구조 제어계

3.1 Hopfield 신경망을 이용한 비선형 계통의 파라미터 추정

최근 인공신경망을 이용한 파라미터 추정기법에 대한 연구가 지속적으로 이루어져 왔으며 그 대표적인 연구로는 [24-27] 등이 있다. 본 절에서는 후술되는 간접 적응 제어기의 구현을 위한 파라미터 추정 방법으로써 Hopfield 신경망이 갖는 비선형적인 동특성을 이용한 연속시간 비선형 계통에 대한 파라미터 추정 방법[28]을 기술한다.

3.1.1 Hopfield 신경망의 구조

Hopfield 신경망은 양방향성을 갖는 뉴런들의 결합으로 활성화함수(activation function, $H(\lambda_i U_i)$)를 통해 입력전압(U_i)을 출력전압(V_i)으로 매핑시키는 q 개의 뉴런으로 구성되며 그림2와 같은 RC의 전기적 요소로 표현된다.

그림2의 Hopfield 신경망에서 i 번째 뉴런의 입력노드에 대한 상태 및 출력방정식은 식(3.1)과 같다.

$$I_i + \sum_{j=1}^q T_{ij} V_j - U_i r_i = C_i \left(\frac{dU_i}{dt} \right) \quad (3.1a)$$

$$V_i = H(\lambda_i U_i), \quad 1 \leq i \leq q \quad (3.1b)$$

여기서 $r_i = \sum_{j=1}^q T_{ij} + \frac{1}{R_i}$, $H(\lambda_i U_i)$ 는 활성화함수, λ_i 는 학습률(learning rate)이다.

$$U_i = (1/\lambda_i) H^{-1}(V_i), \quad 1 \leq i \leq q \quad (3.2)$$

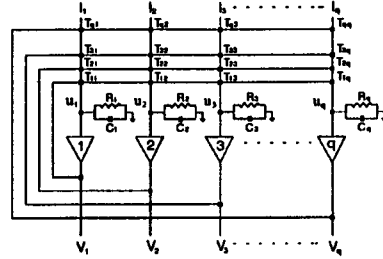


그림 2. RC network으로 구성된 Hopfield 모델

식(3.2)에서 U_i 는 입력전압, V_i 는 출력전압, I_i 는 바이어스 입력, T_{ij} 는 가중치, ∇ 는 연산 증폭기, R_i 는 저항, C_i 는 콘덴서이다.

3.1.2 Hopfield 신경망의 안정도

그림 2의 신경망 에너지 함수는 다음과 같은 Lyapunov 방정식형태로 선형될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E = & -(1/2) \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q T_{ij} V_i V_j - \sum_{i=1}^q I_i V_i \\
 & + (1/\lambda_i) \sum_{i=1}^q r_i \int_0^{V_i} H^{-1}(v) dv \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

식(3.3)을 간단히 표현하면,

$$E = -((1/2)V^T T V + IV) + (1/\lambda_i) \sum_{i=1}^q r_i \int_0^{V_i} H^{-1}(v) dv \quad (3.4)$$

식(3.4)에 대한 시간 미분의 표현은 chain rule을 이용하여 식(3.5)처럼 표현될 수 있으며, 또한 식(3.2)로부터 식(3.6)이 만족된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{dE(V)}{dt} &= \sum_{i=1}^q \frac{\partial E}{\partial V_i} \dot{V}_i \\
 &= \nabla E^T(V) \dot{V} \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

여기서 $\dot{V}_i = \frac{dV_i}{dt}$,

$$\nabla E(V) = \left[\frac{\partial E(V)}{\partial V_1} \quad \frac{\partial E(V)}{\partial V_2} \quad \dots \quad \frac{\partial E(V)}{\partial V_q} \right]^T$$

$$\frac{d}{dV_i} \left((1/\lambda_i) \int_0^{V_i} H^{-1}(v) dv \right) = U_i \quad (3.6)$$

식(3.6)을 고려한 식(3.3)의 미분은 식(3.7)과 같다.

$$\nabla E(V) = -(1/2)(T^T + T)V - I + rU \quad (3.7)$$

식(3.7)에 가중치 행렬이 대칭임을 가정하면

$$\nabla E(V) = -TV - I + rU \quad (3.8)$$

식(3.8)과 식(3.1a)를 비교하여 식(3.9)를 얻어낼 수 있다.

$$\nabla E(V) = -C \frac{dU}{dt} \quad (3.9)$$

식(3.5)에 식(3.9)를 대입하면

$$\frac{dE(V)}{dt} = - \sum_{i=1}^q (C_i \frac{dU_i}{dt}) \frac{dV_i}{dt} \quad (3.10)$$

식(3.1b)에 근거하여 $H(\lambda_i U_i)$ 가 단조 증가함수이면 $\frac{dU_i}{dt}$ 와 $\frac{dV_i}{dt}$ 는 같은 부호를 갖는다. 따라서 식(3.11)이 항상 만족된다.

$$\frac{dE(V)}{dt} < 0 \quad (3.11)$$

3.1.3. Hopfield 신경망의 가중치 및 바이어스 입력의 유도

실계통의 상태 미분과 추정된 파라미터에 근거하여 구해진 상태 미분의 편차의 최소 자승에 근거하여 목적함수를 선정하고, 이 함수를 최소화시키는 방향으로 Hopfield 신경망이 동작하도록 신경망의 가중치(T) 및 바이어스 입력(I)에 대한 식을 유도함으로써, 추정 파라미터인 신경망의 출력이 계통 파라미터에 점근적으로 수렴하도록 알고리즘을 구성하였으며, 다음과 같다.

먼저 식(2.2)로 표현되는 비선형 계통의 파라미터 추정을 위하여 계통을 식(3.12)의 선형 파라미터화 형태(linear parameterization form)로 전개하여야 한다.

$$\dot{x} = W \theta \quad (3.12)$$

여기서 W는 상태, 상태의 미분 그리고 입력으로 구성되는 행렬로 $W \in R^{n \times q}$, θ 는 계통 파라미터 벡터로 $\theta \in R^{q \times 1}$ 이다 (단, $q < p$).

추정된 파라미터를 포함한 계통 표현은 식(3.12)로부터 다음 식(3.13)으로 표현될 수 있으며 파라미터 추정 편차는 식(3.14), 목적함수 E는 식(3.15)처럼 정의될 수 있다.

$$\hat{x} = W \hat{\theta} \quad (3.13)$$

$$e = x - \hat{x} \quad (3.14)$$

$$E = \frac{1}{2(\mathcal{A}T)} \int_{t-\mathcal{A}T}^t e^T \dot{e} \, d\tau \quad (3.15)$$

위에서 $\mathcal{A}T$ 는 관심있는 시간 구간이다. 식(3.15)에 식(3.12),(3.13),(3.14)를 도입하면

$$E = \frac{1}{2(\mathcal{A}T)} \int_{t-\mathcal{A}T}^t [\dot{x} - W \hat{\theta}] [\dot{x} - W \hat{\theta}] \, d\tau \quad (3.16)$$

$$= \frac{1}{2(\mathcal{A}T)} \int_{t-\mathcal{A}T}^t [\hat{\theta}^T W^T W \hat{\theta} + 2 \dot{x}^T W \hat{\theta} + \dot{x}^T \dot{x}] \, d\tau$$

식(3.16)에서 우변의 세번째 적분항은 항상 양수로 E의 변화에 영향을 주지 않으므로 제외시킨다. 따라서 목적함수(objective function, cost function)는 식(3.17)로 표현된다.

$$E \cong \frac{1}{2(\mathcal{A}T)} \int_{t-\mathcal{A}T}^t [\hat{\theta}^T W^T W \hat{\theta} + 2 \dot{x}^T W \hat{\theta}] \, d\tau \quad (3.17)$$

또한 식(3.4)에서 큰 학습률(λ)을 가정하면 식(3.18)로 된다.

$$E = -((1/2)V^T T V + IV) \quad (3.18)$$

식(3.17)과 식(3.18)을 비교하여 다음의 가중치 행렬, T와 바이어스 입력 벡터, I를 얻을 수 있다.

$$T = -\frac{1}{\mathcal{A}T} \int_{t-\mathcal{A}T}^t W^T W \, d\tau \quad (3.19)$$

$$I = \frac{1}{\mathcal{A}T} \int_{t-\mathcal{A}T}^t \dot{x}^T W \, d\tau \quad (3.20)$$

여기서 $T \in R^{(n \times n)}$, $W \in R^{(n \times q)}$, $I \in R^{(1 \times n)}$, $\dot{x} \in R^{(n \times 1)}$,

$$V = \hat{\theta}$$

식(3.19) 및 식(3.20)의 신경망의 가중치 및 바이어스 입력을 구하기 위해서는 상태값, 상태 미분값, 그리고 입력으로 구성된 W를 먼저 산출하여야 한다. 이때 W의 산출에 요구되는 상태변수의 미분값의 측정을 피하기 위하여 계통 상태를 필터의 입력으로한 2차 필터를 구성하였으며 필터의 동적 방정식은 식(3.21)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_c & -2\xi w_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_i \quad (3.21)$$

$$\begin{bmatrix} x_{fi} \\ \dot{x}_{fi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_c^2 & 0 \\ 0 & w_c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

식(3.21)에서 w_c 는 필터의 절점 주파수이고, ξ 는 계동비로, w_c , ξ 는 필터가 점근적으로 안정하도록 선정해야 하며 x_{fi} , \dot{x}_{fi} 는 필터의 출력으로 각각 계통의 상태 및 상태의 미분값이다. 구해진 식(3.19)의 가중치 행렬 및 식(3.20)의 바이어스 입력을 식(3.1a)에 대입함으로써 Hopfield 신경망의 출력인 식(3.1b)로부터 추정된 파라미터를 얻을 수 있다.

파라미터 추정시 요구되는 사항으로 활성함수를 단조증가인 양극성(bipolar) 활성함수로 선정하여야 하고 또한 추정을 요하는 계통 파라미터 $|\hat{\theta}_i| < |G_i|$ 여야 하므로 본 연구에서는 $H(\lambda_i U_i) = G_i \tanh(\lambda_i U_i)$ 로 선정하였으며 G_i 는 양수이다.

3.2 간접적용 가변구조 제어

비선형 계통 제에서 비선형항의 완전한 제거를 목적으로 3.1절에서 추정된 파라미터에 대해 certainty equivalence principles[2]을 가정하고 입력출력선형화 기법을 적용하였으며 그 결과 얻어진 선형화된 계통에 대한 제어기로서 가변구조 제어기를 도입하였다.

먼저 슬라이딩 평면을 식(3.22)처럼 추적 오차의 선형 결합으로 정의한다.

$$\begin{aligned} s &= e^{(n-1)} + a_{n-1}e^{(n-2)} + \dots + a_1 e \\ &= \sum_{r=1}^n a_r [b_{r-1}(x, \hat{\theta}, u^{(i-r-2)}) + a(x, \hat{\theta})u^{(i-r-1)}] \\ &\quad + \sum_{i=1}^n a_i b_{i-1}(x, \hat{\theta}) - \sum_{k=1}^n a_k y_d^{(k-1)} \end{aligned} \quad (3.22)$$

위에서 정의된 슬라이딩 평면의 시간 미분은 식(3.23)으로 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= e^{(n)} + a_{n-1}e^{(n-1)} + \dots + a_1 e^{(1)} \\ &= \sum_r a_r [b_r(x, \hat{\theta}, u^{(i-r-1)}) + a(x, \hat{\theta})u^{(i-r)}] \\ &\quad + \sum_{i=1}^n a_i b_i(x, \hat{\theta}) - \sum_{k=1}^n a_k y_d^{(k)} \end{aligned} \quad (3.23)$$

식(3.23)처럼 얻어진 슬라이딩 평면의 시간 미분을 스위칭 이득 K를 갖는 boundary layer로 놓은 식(3.24)에 근거하여 식(3.25)의 동적 가변구조 제어기를 얻을 수 있다.

$$\dot{s} = v \quad (3.24)$$

여기서 $v = -K \text{sgn}(s)$.

$$\begin{aligned} a(x, \hat{\theta})u^{(n-r)} &= \\ &= -\left\{ b_n(x, \hat{\theta}, u^{(n-r-1)}) + \sum_{i=1}^n a_i b_i(x, \hat{\theta}) \right. \\ &\quad + \sum_{j=1}^{n-1} a_j [b_j(x, \hat{\theta}, u^{(i-r-1)}) + a(x, \hat{\theta})u^{(i-r)}] \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^n a_k y_d^{(k)} + K \text{sgn}(s) \right\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

정리 3.1 [17][18][23] : f, g, h 는 $\hat{\theta}$ 에 대해 선형이므로 식(3.25)의 b_i 와 a_n 는 계통 상태와 $\hat{\theta}$ 의 요소 $\hat{\theta}_i$ 의 다중곱의 함수이다. 그러므로 $\hat{\theta}_i$ 의 곱을 새로운 파라미터 $\hat{\theta}$ 로 정의하면, b_i 와 a_n 는 $\hat{\theta}$ 의 선형함수로 표현될 수 있다. 예를들어 $p = 5$ 이면 $\hat{\theta}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [\theta_1^*, \theta_2^*, \theta_3^*, \theta_4^*, \theta_5^*, \theta_1^{*2}, \theta_1^* \\ \theta_2^*, \theta_1^* \theta_3^*, \theta_1^* \theta_4^*, \theta_1^* \theta_5^*, \theta_2^{*2}, \theta_2^* \theta_3^*, \\ \theta_2^* \theta_4^*, \theta_2^* \theta_5^*, \theta_3^{*2}, \theta_3^* \theta_4^*, \theta_3^* \theta_5^*, \theta_4^{*2}, \\ \theta_4^* \theta_5^*, \theta_5^{*2}]^T = [\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_m^*]^T \quad \square \end{aligned}$$

정리3.1을 고려하면 식(3.25)의 가변구조 제어기는 식(3.26)으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 a(x, \hat{\theta})u^{(n-r)} = & \\
 - \left\{ b_n(x, \hat{\theta}, u^{(n-r-1)}) + \sum_{i=1}^r a_i b_i(x, \hat{\theta}) \right. & \\
 + \sum_{i=1}^r a_i [b_i(x, \hat{\theta}, u^{(i-r-1)}) + a(x, \hat{\theta})u^{(i-r)}] & \\
 \left. - \sum_{k=1}^n a_k y_d^{(k)} + K \operatorname{sgn}(s) \right\} & \quad (3.26)
 \end{aligned}$$

IV. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서 제안된 Hopfield 신경망의 파라미터 추정을 이용한 간접 적용 가변구조 제어기법의 유용성을 보이기 위하여 식(4.1)로 표현된 SISO 비선형 계통을 고려하자

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \theta_1 \sin x_2 + (x_2 + 1)x_3 \\ \dot{x}_2 = x_1^5 + x_3 \\ \dot{x}_3 = \theta_2 x_1^2 + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.1)$$

여기서 θ_1 과 θ_2 는 간접 적용 가변구조 제어기 설계시 미지이며 실제 계통을 가정하여 시뮬레이션에서 사용된 파라미터는 시변으로 다음과 같은 초기 상태의 초기치는 $x(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$ 이다.

$$\theta_1 = 1 + 0.15 \sin(0.5t), \theta_2 = 2 + 0.3 \sin(0.5t).$$

제어 목적은 식(4.1)로 표현된 계통의 출력 y 가 기준 궤적 $y_d = 1 + 0.3 \sin \frac{\pi}{2} t$ 를 추적하도록 하는 것이다.

4.1 Hopfield 신경망을 이용한 계통의 파라미터 추정

Hopfield 신경망을 이용하여 계통의 파라미터를 추정하기 위하여 식(4.1)의 비선형 계통을 식(4.12)의 선형 파라미터화 형태로 표현하여야 하며 다음과 같다.

$$\dot{x} = W \theta \quad (4.2)$$

여기서 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$

$$W = \begin{bmatrix} \sin x_2 & x_2 x_3 & x_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1^5 & x_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_1^2 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\theta = [\theta_1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \theta_2 \ 1]^T \quad (4.4)$$

4.2 적용 가변구조 제어기의 설계

식(3.22)를 참조하여 $n=3, r=2$ 인 계통 (4.1)에 대한 슬라이딩 평면을 다음과처럼 구성한다.

$$\begin{aligned}
 s &= e^{(2)} + a_2 e^{(1)} + a_1 e \\
 &= [y^{(2)} - y_d^{(2)}] + a_2 [y^{(1)} - y_d^{(1)}] \\
 &\quad + a_1 [y - y_d] \\
 &= [b_2(x, \hat{\theta}) + a(x, \hat{\theta})u - y_d^{(2)}] \\
 &\quad + a_2 [b_1(x, \hat{\theta}) - y_d^{(1)}] + a_1 [b_0(x, \hat{\theta}) - y_d]
 \end{aligned} \quad (4.5)$$

슬라이딩 평면을 위처럼 정의하면 식(3.26)으로부터 동적 가변구조 제어기는 식(4.6)으로 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 u = & -\frac{1}{a(x, \hat{\theta})} \{ b_2(x, \hat{\theta}, u) + a_1 b_1(x, \hat{\theta}) \\
 & + a_2 [b_2(x, \hat{\theta}) + a(x, \hat{\theta})u] \\
 & + K \operatorname{sgn}(s) - \sum_{i=1}^3 a_i y_d^{(i)} \} \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

여기서 $a_3 = 1, a_2 = 2\omega_n, a_1 = \omega_n^2 e = y - y_d,$

$$a(x, \hat{\theta}) = x_2 + 1,$$

$$b_0(x, \hat{\theta}) = x_1,$$

$$b_1(x, \hat{\theta}) = \hat{\theta}_1 \sin x_2 + (x_2 + 1)x_3,$$

$$\begin{aligned}
 b_2(x, \hat{\theta}) = & \hat{\theta}_1 (x_1^5 + x_3) \cos x_2 + \hat{\theta}_2 x_1^2 (x_2 + 1) \\
 & + x_3^2 + x_1^5 x_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_3(x, \hat{\theta}, u) = & \hat{\theta}_1 (5 x_1^4 x_3 [\sin x_2 + (x_2 + 1) \cdot \cos x_2] \\
 & - x_1^{10} \sin x_2 - 2 x_1^5 x_3 \sin x_2 - x_3^2 \sin x_2 + u \cos x_2) \\
 & + \hat{\theta}_2 [2 x_1 x_3 (x_2 + 1)^2 + 2 x_1^7 + 3 x_1^3 x_3] \\
 & + \hat{\theta}_3 [5 x_1^4 \cos x_2 \sin x_2] \\
 & + \hat{\theta}_4 [2 x_1 (x_2 + 1) \sin x_2 + x_1^2 \cos x_2] \\
 & + 5 x_1^4 (x_2 + 1) x_3^2 + (2 x_1^5 + 3 x_3) u
 \end{aligned}$$

$$\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2 = \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3 = \hat{\theta}_1^2, \hat{\theta}_4 = \hat{\theta}_1 \hat{\theta}_2$$

4.3 시뮬레이션 결과 및 검토

시뮬레이션에서 사용된 Hopfield 신경망 및 가변구조 제어기의 각 파라미터는 다음과 같다.

① 파라미터 추정에 사용된 Hopfield 신경망의 파라미터 :

$$\lambda_1 = 5, G_1 = 5, C_1 = 1, r_1 = 1/100,$$

$$\text{필터의 동적방정식에서 } \xi = 1, \omega_c = 5000 \text{ [rad/s]}$$

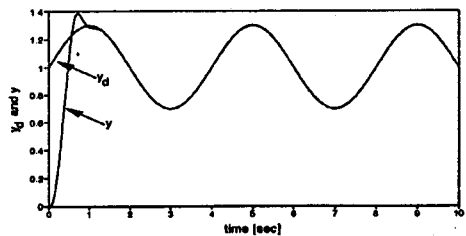
② 가변구조 제어기의 파라미터 :

$$\zeta = 0.5, \omega_n = 10$$

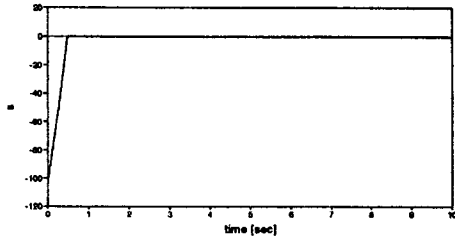
$$K = K_{\max} e^{-K_{\text{rate}} t} + K_{\min},$$

$$K_{\max} = 200, K_{\min} = 10, K_{\text{rate}} = 0.8$$

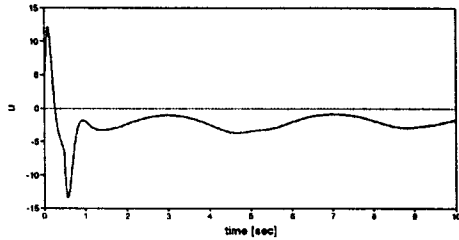
위의 파라미터를 사용하여 제안된 간접 적용제어기가 기준 궤적을 추적하도록 하였으며 간접 적용 제어기의 응답은 그림3, Hopfield 신경망을 이용하여 추정한 계통의 파라미터는 그림4에 나타내어 졌다. 시뮬레이션 결과에서 보여지는 것처럼 비선형 계통의 미지인 두 파라미터가 Hopfield 신경망을 이용하여 효과적으로 추정되고 있으며 추정된 파라미터를 이용하여 구성된 동적 가변구조 제어 입력은 강인성 유지를 위한 가변구조 제어의 기본적 특성인 채터링을 유발하지 않음을 볼 수 있다. 이러한 특성은 동적 가변구조 제어(dynamical sliding mode controller)에 기인하는 것으로 알려져 있다[23].



(a) 기준 궤적 추적 특성



(b) 슬라이딩 평면



(c) 제어 입력

그림 3. 제안된 적응 가변구조 제어기의 응답

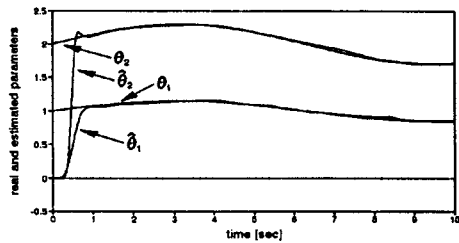


그림 4. 실제 및 추정된 파라미터

V. 결론

본 논문에서는 부분적으로 기지인 선형화가 가능한 연속시간 비선형 계통(partially known linearizable continuous-time nonlinear systems)의 제어를 위하여 Hopfield 신경망을 이용하여 미지인 계통의 파라미터를 추정하고 이를 이용하여 적응 가변구조 제어를 실현하는 간접 적응제어 기법을 제안하였다. 제안된 기법은 채터링이 유발되지 않는 입력 및 우수한 추적 특성을 갖을 뿐 아니라 비선형 계통 제어시 일반적으로 도입되고 있는 임출력선형화 기법의 문제점인 정확한 수학적 모델의 필요성을 완화함으로써 이 기법의 적용 범위 확대에 기여할 수 있다. 특히, 제안된 제어 기법은 부분적으로 미지인 계통에 효과적으로 적용될 수 있다.

참고 문헌

[1] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems: An introduction*. New York: Springer-Verlag, 1989.
 [2] J. J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
 [3] H. Nijmeijer and A. J. Van Der Schaft, *Nonlinear dynamical control systems*. New York: Springer-Verlag, 1990.
 [4] S. N. Singh and W. J. Rugh, "Decoupling in a class of nonlinear systems by state variable feedback," *Trans ASME J. Dyn. Syst. Measur. Contr.*, vol. 94, pp. 323-324, 1972.
 [5] E. Freund, "The structure of decoupled nonlinear systems," *Int. J. Contr.*, vol. 21, pp. 651-654, 1975.

[6] A. Isidori, A. J. Krener, C. Gori Giorgi, and S. Monaco, "Nonlinear decoupling via feedback: A differential geometric approach," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-26, pp. 331-345, 1981.
 [7] L. R. Hunt, R. Su, and G. Meyer, "Global transformations of nonlinear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-28, pp. 24-31, 1983.
 [8] J. J. Slotine and S. S. Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators," *Int. J. Contr.*, vol. 38, pp. 465-492, 1983.
 [9] J. J. Slotine, "Sliding controller design for nonlinear systems," *Int. J. Contr.*, vol. 40, pp. 421-434, 1984.
 [10] B. R. Fernandez and K. Hedrick, "Control of multivariable nonlinear systems by the sliding mode method," *Int. J. Contr.*, vol. 46, pp. 1019-1040, 1987.
 [11] H. Sira Rafñirez, "Differential geometric methods in variable structure control," *Int. J. Contr.*, vol. 48, pp. 1359-1391, 1988.
 [12] H. Sira Rafñirez, "Nonlinear variable systems in sliding mode: The general case," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-34, pp. 1186-1188, 1989.
 [13] H. Sira Rafñirez, "Sliding regimes in general nonlinear systems: A relative degree approach," *Int. J. Contr.*, vol. 50, pp. 1487-1506, 1989.
 [14] H. Sira Rafñirez, "Dynamical sliding mode control: Strategies in the regulation of nonlinear chemical processes," *Int. J. Contr.*, vol. 56, pp. 1-21, 1992.
 [15] J. J. Slotine and J. K. Hedrick, "Robust input-output feedback linearization," *Int. J. Contr.*, vol. 57, pp. 1133-1139, 1993.
 [16] Y. S. Lu and J. S. Chen, "Design of a perturbation estimator using the theory of variable-structure systems and its application to magnetic levitation systems," *IEEE Trans. Indust. Elec.*, vol. 42, pp. 281-289, 1995.
 [17] S. Sastry and M. Bodson, *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989.
 [18] S. S. Sastry and A. Isidori, "Adaptive control of linearizable systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-34, pp. 1123-1131, 1989.
 [19] D. G. Taylor, P. V. Kokotovic, R. Marino, and I. Kanellakopoulos, "Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-34, pp. 405-412, 1989.
 [20] G. Campion and G. Bastin, "Indirect adaptive state feedback control of linearly parametrized nonlinear systems," *Int. J. Adaptive Contr. Signal Proc.*, vol. 4, pp. 345-358, 1990.
 [21] A. Teel, R. Kadiyala, P. Kokotovic, and S. Sastry, "Indirect techniques for adaptive input-output linearization of nonlinear systems," *Int. J. Contr.*, vol. 53, pp. 193-222, 1991.
 [22] M. M. Polycarpou and P. A. Ioannou, "A robust adaptive nonlinear control design," in *Proc. Amer. Contr. Conf.*, San Francisco, pp. 1365-1369, 1993.
 [23] H. Sira Rafñirez, "Adaptive dynamical feedback regulation strategies for linearizable uncertain systems," *Int. J. Contr.*, vol. 57, pp. 121-139, 1993.
 [24] K.S.Narendra, K.Parthasarathy, "Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks," *IEEE Trans. NN*, Vol. 1, No. 1, pp. 4-27, 1990.
 [25] S.R.Chu, R.Shoureshi, "Neural-Based Identification of Continuous Nonlinear Systems," *Proc. ACC*, pp. 1440-1444, 1993.
 [26] R.Shoureshi, S.R.Chu, M.Tenorio, "Neural Networks for System Identification," *Proc. ACC*, Vol. 1, pp. 916-921, 1989.
 [27] S.Cetinamt, H.T.chiu, "Estimation of Modal Parameters of Linear Structural Systems using Hopfield Neural Networks", *J. Guid.*, Vol. 17, No. 3, pp. 621-624, 1993.
 [28] 이기상, 박태진, 함재훈, "Hopfield 신경망에 의한 비선형 계통의 파라미터 추정," 대한전기학회 하계학술대회 논문집 B권, pp. 710-713, 1995