'96 대한전기학회 하계학술대회 논문집 (1996. 7. 22~24)

강인한 궤환 능동 소음 제어기의 설계에 관한 연구

안우현[0], 정태진, 유치형, 정찬수
숭실대학교 전기공학과

A Study on the Design of the Robust Feedback Active Noise Controller

Woo-Hyun Ahn[0], Tae-Jin Chung, Chi-Hyung Yu, Chan-Soo Chung
Dept. of Electrical Eng. Soongsil University

Abstract - In this paper, when a robust active noise controller for a small cavity to control the noise induced in the cavity is designed, the Graphical method based on the robust stability and performance requirements is studied. The problem of designing controller that achieve these robust performance conditions is related to minimizing the H_∞ norm of the mixed sensitivity function by using H_∞ control theory. Also, For design the controller, the loopshaping method which control the weight functions to satisfy the design specification without loss of a robust performance can be used. Therefore, we determined the acceptable design specification with the system characteristics of the small cavity and obtained its robust controller with the robust performance specifications by stability margin.

1. 서론

본 논문은 소형 밀폐 공간의 외부에서 내부로 유기되는 소음을 제거하기 위한 제어기를 설계하고자 할 때 고려되는 강인 성능 해석에 관한 연구이다. 소형 밀폐 공간과 같은 시스템에서는 플랜트의 비선형특성과 모형화시 발생하는 모형화오차에 기인하여 전체 안정도가 상당히 불안정하게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 H_∞ 제어이론을 이용하고, 시스템의 불확정적 요소를 고려하여 전체 시스템의 안정도를 보장하는 강인한 제어기를 설계할 수 있다[1,3,4]. 이것은 제어문제를 복합 감도 함수의 최대값을 최소화하는 H_∞ 최적 제어문제로 해석된다.

그러나, 여기서 최적의 의미는 주어진 가중함수를 바탕으로 하며, 만일 가중함수가 제어기의 특성이나 제어사양을 최적으로 표현하고 있지 않다면 전체 시스템의 입장에서는 이것을 최적이라고 말하기 어렵다. 그러므로, 제어기가 가져야 할 제어성능을 바탕으로 궤환제어기가 최대한 강인한 안정도를 유지하도록 제어기를 설계한다.

2. 소형 밀폐 공간 시스템의 구조

제안된 소형 밀폐 공간 시스템의 블록선도는 다음의 그림 2.1 과 같다. 그림에서 G 는 제어스피커, 밀폐공간 경로, 그리고 오차 마이크로폰을 포함하는 음향경로의 전달함수를 의미하고 K는 설계되어져야 할 제어기를 의미한다. 또, d 는 소음신호이고, e 는 제어신호와 소음신호의 오차신호이다. 이 공간 내부에서 외부에서 유기된 소음을 제어하기 위해서는 제이 스피커와 오차 마이크로폰이 밀폐공간 내부에 위치되어져야 하며, 제어기는 오차 마이크로폰의 신호를 입력으로 적절한 제어신호를 만들어 제어스피커를 통하여 제어 신호를 출력하게 된다.

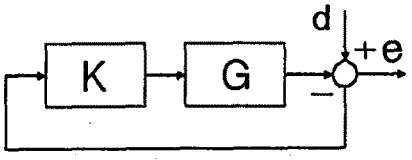

그림2.1 소형 밀폐 공간 시스템의 구조

이러한 구조에서 오차신호대 소음신호의 전체전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{E(s)}{D(s)} = \frac{1}{1+K(s)G(s)} \tag{2.1}$$

이러한 구조에서의 제어 목표는 $\|E(s)/D(s)\|_\infty$ 을 최소화하는 것이 되며 강인성을 보장하는 제어기를 설계하기 위해서 위의 개념을 약간 변형할 수 있다. 즉 전체 전달함수가 감도함수와 같아지며 이는

$$\frac{E(s)}{D(s)} = \frac{1}{1+K(s)G(s)} = \frac{1}{1+L(s)} \tag{2.2}$$

가 되고, 여기서, $1/(1+L(s))$은 감도함수 S(s)이므로 결국, $\|S(s)\|_\infty$ 을 최소화하는 것이 된다. 그러나, 실제로 전달함수 G는 특성상 불안정한 모드들이 상당히 많이 존재하므로 이러한 시스템의 특성을 가능한 정확하게 고려해 주어야만 한다. 하지만 실제 시스템의 정확한 모형화는 불가능하고, 시간지연과 같은 불확실한 특성을 가지고 모형화하게 된다. 그러므로, 시스템이 강인한 성능을 가지도록 설계사양에 그 특성들을 반영하여야 한다.

3. H_∞ 제어기의 설계

소형 밀폐 공간 플랜트에서 불확정 모형을 표현하여 제어기 설계시 반영하기 위하여 시스템은 다음과 같이 $\tilde{P}=(1+\triangle W_2)P$로 표현할 수 있으며, 여기서, $\tilde{P}$는 섭동된 플랜트 전달함수, $\triangle$는 스케일링 변수, W_2는 가중함수이다. 위와 같은 식에서 제어기 K가 강인한 안정도를 보장하면서 설계사양을 만족할 필요-충분조건은

$$\| |W_1S| + |W_2T| \|_\infty < 1 \tag{3.1}$$

가 된다[3]. 여기서 W_1과 W_2는 가중함수, S는 감도함수, T는 상보감도함수이다. 결국, 제어문제는 위의 복합감도함수를 최소화하는 문제로 재해석할 수 있으며 시스템을 그

림 3.1의 잘 알려진 표준 궤환 블록 선도로 표현한 뒤 H_∞ 최적해를 구할 수가 있다.

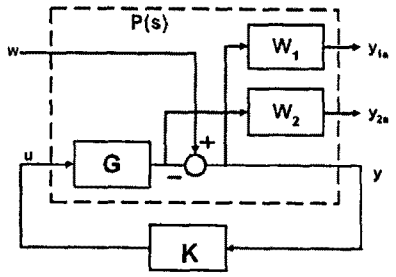

그림3.1 소형 밀폐공간 시스템의 표준 궤환 블록선도

그림에서 $z=[y_{1a}\ y_{2a}]^T$이고, w는 그림 2.1에서의 소음 d를 나타낸다. 여기서, 시스템의 전달함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z &= P_{11}w + P_{12}u \\ y &= P_{21}w + P_{22}u \\ u &= Ky \end{aligned} \tag{3.2}$$

또한, 점선 부분의 플랜트를 상태방정식으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \end{aligned} \tag{3.3}$$

이 때, w를 입력으로 하고, z를 출력으로 한 전달함수 T_{zw}는 다음과 같이 된다.

$$T_{zw} = P_{11} + P_{12}K(1 - P_{22}K)^{-1}P_{21} \tag{3.4}$$

그런데, 우리의 제어목적은 외란 w에 대해 출력 z를 최소화 하는 것이므로 제어문제는 다음과 같다.

$$\min_{K(s)} \| T_{zw} \| \tag{3.5}$$

여기서, H_∞제어기는 제어기와 상태관측기에 대한 다음의 Riccati방정식을 풀므로써 설계될 수 있다[4,5].

$$X_\infty = \mathrm{Ric}\begin{bmatrix} A - B_2\hat{D}_{12}\hat{D}_{12}'C_1 & \gamma^{-2}B_1B_1' - B_2\hat{D}_{12}\hat{B}_2' \\ -\hat{C}_1'\hat{C}_1 & -(A - B_2\hat{D}_{12}\hat{D}_{12}'C_1)' \end{bmatrix}$$

$$Y_\infty = \mathrm{Ric}\begin{bmatrix} A - B_1D_{21}'\hat{D}_{21}'C_2 & \gamma^{-2}C_1'C_1 - C_2'\hat{D}_{21}'C_2 \\ -\hat{B}_1\hat{B}_1' & -(A - B_1\hat{D}_{21}'D_{21}C_2) \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \hat{C}_1 &= (I - D_{12}\hat{D}_{12}\hat{D}_{12}')\cdot C_1 \\ \hat{B}_1 &= B_1\cdot(1 - D_{21}'\hat{D}_{21}D_{21}) \\ \hat{D}_{12} &= (D_{12}'D_{12})^{-1}\ ,\ \hat{D}_{21} = (D_{21}D_{21}')^{-1} \end{aligned} \tag{3.7}$$

또, 제어기의 이득 K_c와 상태 관측기의 이득, $Z_\infty K_e$는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_c &= \hat{D}_{12}'(B_2'X_\infty + D_{21}'C_1) \\ K_e &= (Y_\infty C_2' + B_1D_{21}')\hat{D}_{21} \\ Z_\infty &= (1 - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty)^{-1} \end{aligned} \tag{3.8}$$

그러므로, 구해진 K(s)는

$$K(s) = \begin{bmatrix} A - B_2K_c - Z_\infty K_eC_2 + \gamma^{-2}(B_1B_1' - Z_\infty K_eD_{21}B_1')X_\infty & Z_\infty X_\infty \\ -K_c & 0 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

로 얻어진다[1].

4. 루프셰이핑에 의한 제어기의 설계

제어기가 강인성을 유지하면서 전체 시스템의 복합 감도 함수를 최소화하는 문제에서 가중함수 W_1과 W_2를 제어목적에 알맞게 결정하는 일은 매우 중요하다. 이를 위하여 감도함수의 그래프를 그리면서 적절한 가중함수 W_1과 W_2를 찾아가는 방법으로 루프셰이핑 방법이 있다. 일반적으로, 저주파 영역에서는 모형화오차는 작고, 제어성능은 좋아야 하므로 $W_1 \gg 1 > W_2$이고, 고주파 영역에서는 제어성능은 비중이 적어지고, 모형화오차가 커지게 되므로 $W_2 \gg 1 > W_1$이 된다. 이러한 가정하에서 식(3.1)을 변형하면 다음과 같은 관계를 얻는다[3].

$$L = |K||G| > |W_1|/(1 - |W_2|) \quad , \quad |W_1| \gg 1 > |W_2| \tag{4.1}$$

$$L = |K||G| < (1 - |W_1|)/|W_2| \quad , \quad |W_1| \ll 1 < |W_2| \tag{4.2}$$

그러므로, 본 소형 밀폐 공간 시스템에서 강인한 소음제어 성능을 보이도록 하기 위해서 크게 두 가지의 설계사양을 정한다음 이에 대한 성능사양과 안정도 문제에 대하여 분석하였다.

시스템 모형이 가지고 있는 불확실성을 반영할 때, 우선 실제 제작된 시스템의 물리적인 구조에 의해서 제어스피커와 오차마이크로폰과의 거리는 2cm 정도가 되며 소리의 속도를 고려하면 약 10^5 rad/sec이상의 고주파영역에서는 불확정적이라고 들 수 있는 사양이 정해질 수 있다. 그러므로, 이 부분에서 상보 감도 함수를 20dB로 줄인다.

또한, 소형 밀폐 공간 내부에 유기되는 소음신호의 에너지가 대부분 1kHz이하의 저주파대역에 모여있으므로, 이 부분에서 시스템의 감도함수를 줄인다. 위의 설계사양은 그림 5.1과 같이 가중함수에 의해 결정될 수 있으며, 제어시스템의 폐루프 이득 GK가 저주파 영역에서는 (1)보다 위에, 고주파 영역에서는 (2)보다 밑에 오도록 설계하면 전체 시스템은 강인한 안정도와 성능을 가지게 된다[3].

5. 모의실험 결과

아래의 그림 5.1는 위에서 결정한 설계사양에 의한 강인한 안정도와 성능을 만족시키는 GK의 특성을 보여준다.

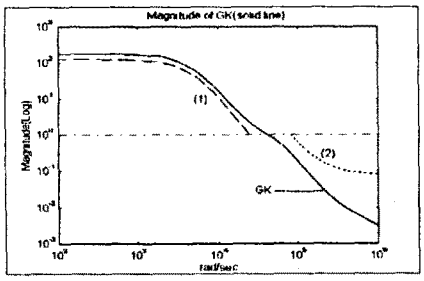

그림 5.1 제어사양에 의한 시스템 특성

위의 특성을 가지는 소형 밀폐 공간 시스템의 설계사양에서 가중함수는 다음과 같다.

$$W_1 = \frac{(\frac{0.4}{100000}s + 1)^3}{0.008\cdot(\frac{1}{5000}s + 1)^3} \quad W_2 = \frac{(\frac{1.7}{10000}s + 1)^3}{2100\cdot(\frac{1.6}{300000}s + 1)^3} \tag{5.1}$$

또한, 그림 4.2은 시스템의 감도함수·상보감도함수의 특성을 보여준다. 그림에서 1KHz이하에서 감도가 10^{-2}로 작은

것을 볼 수 있는데 이것은 소형 밀폐 공간 내부에 유기되는 소음신호의 크기를 약 100배정도 줄일 수 있음을 의미한다. 또한, 고주파 영역에서 작아지는 상보감도함수의 크기는 그 주파수 영역에 존재하는 모형화 오차나 시간지연에 의해 발생하는 불안정 요소에 의한 영향을 작게 했음을 알 수 있다.

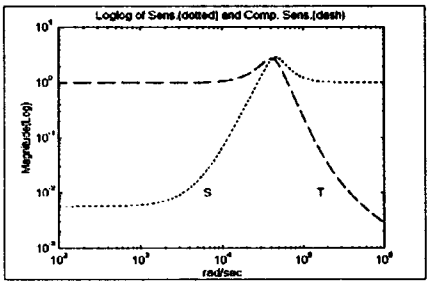

그림 5.2 감도함수와 상보감도함수

본 연구에서는 이에 기초하여 시스템의 안정도 여유를 살펴보았다. 이를 위하여 GK의 나이퀴스트 선도를 그린다음 안정도를 분석하였다.

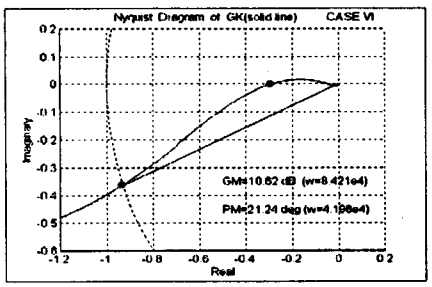

그림 5.3 GK의 Nyquist 선도

그림 5.3는 위의 가중함수를 가지고 GK의 나이퀴스트 선도를 나타낸 것이다. 이 때, 이득여유는 10.62 dB이고, 위상여유는 21.24° 로서 이는 소형 밀폐 공간 시스템에서 제안한 설계사양의 범위에서 강인한 제어기라고 할 수 있다. 다음의 식 5.2는 플랜트 G(s)와 식 5.1의 가중함수를 가지고 상태방정식으로 구한 제어기 K(s)이다.

$$
\begin{aligned}
&\text{Num } K(s) \\
&= 42.05\cdot s^{17} + 2.67e13\cdot s^{16} + 1.62e19\cdot s^{15} + 3.53e24\cdot s^{14} \\
&+ 3.36e29\cdot s^{13} + 1.58e34\cdot s^{12} + 6.82e38\cdot s^{11} + 1.91e43\cdot s^{10} \\
&+ 4.01e47\cdot s^{9} + 5.96e51\cdot s^{8} + 7.96e55\cdot s^{7} + 5.23e59\cdot s^{6} \\
&+ 3.97e63\cdot s^{5} + 1.41e67\cdot s^{4} + 5.09e70\cdot s^{3} + 9.67e73\cdot s^{2} \\
&+ 1.27e77\cdot s + 1.50e80 \\
&\text{Den } K(s) \qquad (5.2) \\
&= s^{17} + 6.20e6\cdot s^{16} + 9.00e15\cdot s^{15} + 2.23e21\cdot s^{14} \\
&+ 2.58e26\cdot s^{13} + 1.75e31\cdot s^{12} + 7.22e35\cdot s^{11} + 2.04e40\cdot s^{10} \\
&+ 4.19e44\cdot s^{9} + 6.26e48\cdot s^{8} + 6.71e52\cdot s^{7} + 5.11e56\cdot s^{6} \\
&+ 2.74e60\cdot s^{5} + 1.01e64\cdot s^{4} + 2.52e67\cdot s^{3} + 3.98e70\cdot s^{2} \\
&+ 3.56e73\cdot s + 1.357e76
\end{aligned}
$$

그림 5.4는 위의 가중함수를 가지고 설계된 제어기 K(s)의 주파수 특성을 보여주며, 그림 5.5에는 실제로 복합 주파수 성분의 소음에 대한 성능을 나타낸 스펙트럼이다. 그림에서와 같이 1kHz이하에서 만족스러운 소음 감소 특성을 보였다.

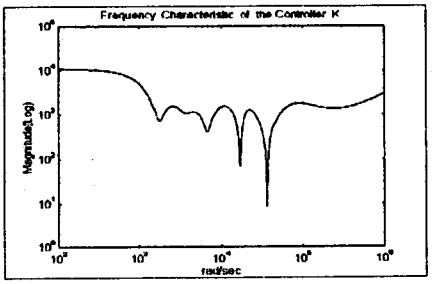

그림 5.4 제어기의 주파수 특성

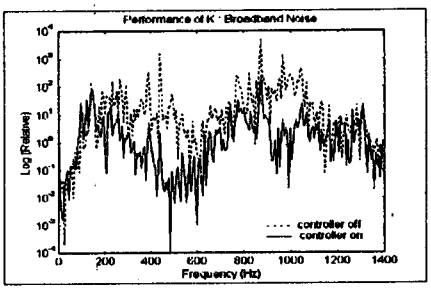

그림 5.5 복합 주파수 소음에 대한 제어기의 성능

6. 결론

본 논문에서는 소형 밀폐 공간 시스템에서의 소음을 제어하는 강인한 H_∞제어기를 설계하고자 할 때, 복합 감도함수를 최소화하는 제어기의 설계 방법을 제시하였다. 또한, 강인한 안정도와 성능 사양을 만족하도록 가중함수를 고려하는 루프셰이핑 이론을 이용하여 제안한 시스템의 제어기가 주어진 설계사양의 범위 안에서 가장 좋은 성능을 보이도록 하였으며, 실제로 주파수 영역에서 저주파와 고주파 영역에 대해 그 사양을 반영하였으며, 설계사양의 범위안에서 안정도 여유를 가지고 강인한 성능을 보장할 수 있는 제어기를 설계하였다. 결론적으로, 본 연구를 통하여 소형 밀폐 공간에서 소음을 제어하고자 할 때, 주어진 시스템 특성을 고려할 경우 허용할 수 있는 설계 사양에 대한 강인한 안정도와 성능의 평가를 할 수 있음을 의미하고, 제어기를 설계할 수 있었다.

참고문헌

[1] 정태진, "능동소음제어를 위한 강인한 최적제어기의 설계", 석사학위논문, 숭실대학교, 1995.

[2] CHUNG Taejin and CHUNG Chansoo, "Feedback Control of the Noise in a Small Cavity", *IEEE Singapore International Conference on Intelligent Control and Instrumentation*, pp.132-137, July 1995.

[3] J.C. Doyle, B.A. Francis, and A.R. TannenBaum, Feedback Control Theory, M.B. Company, 1992.

[4] M.Green and D.J.N. Limebeer, Linear Robust Control, Prentice Hall, Inc. 1995.

[5] J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar, and B.A. Francis, "State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problem," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 34, pp. 831-847, August, 1989.