

## 스트랩다운 관성항법 시스템의 운항 중 정렬을 위한 궤적에 따른 가관측성 분석

박준구\*, 이장규\*, 박찬국\*\*, 정도형\*

\* 서울대학교 전기공학부, \*\* 광운대학교 제어계측공학과

### The Observability Analysis of SDINS on The Trajectory for The In-Flight Alignments

Joon Goo Park \*, Jang Gyu Lee\*, Chan Gook Park\*\* and Do Hyung Chung\*

\* School of Electrical Engineering, Seoul National University

\*\* Dept. of Control and Instrumentation, Kwangwoon University

**Abstract** In this paper, presented are the results of observability analysis for the vehicle maneuver during In-Flight Alignment of SDINS. The target system for observability analysis is 10th order one. Three trajectories for IFA are considered. To analyze the observability of the time varying system, correlation coefficient is used and to measure the degree of observability of the given system, simulation is carried out using covariance matrix.

The results of simulation show that trajectories which are having continuous changes in attitude and acceleration of system is superior to straight trajectory in correcting navigation errors.

#### 1. 서론

관성항법 시스템은 자이로와 가속도계가 설치된 안정대 유무에 따라 김블드 관성항법 시스템(GINS)과 스트랩다운 관성항법 시스템(SDINS)으로 분류된다. SDINS는 안정대 없이 자이로나 가속도계 등의 관성센서를 동체에 직접 부착시켜 항법컴퓨터가 항법정보를 계산하는 시스템으로 GINS에 비하여 작고 가벼우며 전력소모가 적은 장점이 있다. 그리고 정비 및 설계가 용이하며 가격이 GINS에 비하여 저렴하여 1970년대 이후 SDINS의 응용 분야가 점점 확대되는 추세에 있다[1].

SDINS 정렬은 초기 정렬과 운항 중 정렬로 나눌 수 있다. 초기 정렬에서 속도오차와 자세오차의 보정이 없으면 시스템의 항법오차는 시간에 따라 누적되어 결국에 시스템은 발산하게 된다. 따라서 초기 정렬은 시스템의 정확도에 큰 영향을 미치게 된다. 또한 초기 정렬에서 센서오차를 상태변수에 추가하여 항법오차와 동시에 추정할 수 있다[2].

항공기나 배에 장착된 SDINS는 초기 정렬 후에 주기적인 운항 중 정렬이 필요하다. 운항 중 정렬은 초기 정렬보다 정확성이 떨어지고 복잡성이 증대되는 단점이 있으나 정렬 도중 기동을 수행할 수 있어 항체가 정지해 있는 경우에는 관측할 수 없던 잠적변수(latent mode)를 자극함으로써 시스템의 가관측성을 향상시키는 장점을 갖는다[3-6]. 이러한 사실은 속도변수의 측정만이 가능하고 추정하여야 하는 상태변수가 많은 경우에 매우 중요한 의미를 갖는다.

항체가 일정한 궤적을 운항할 때 시스템 입력 가속도에 따라 시스템의 가관측성은 변하게 된다. 이때 가속도 입력값과 시스템의 가관측성 사이의 연관관계를 파악할 수 있다면 궤적의 변화에 따른 시스템 가관측성의 변화 방향은 예측 가능하다. 그러므로 운항 중 정렬을 위한 최적의 궤적을 생성하기 위해서는 입력 가속도와 시스템의 가관측성 사이의 경향 분석이 이루어져야 한다.

#### 2. SDINS의 운항 중 오차 모델

SDINS의 운항 중 정렬에서는 칼만필터를 이용하여 속도 및 자세 오차는 물론 자이로와 가속도계 등의 센서오차를 동시에 추정하여 보정한다.

SDINS에서 지역 수평 NED(North-East-Down)좌표계를 항법좌표계로서 사용하는 경우, 항체의 이동 시 SDINS 오차식은 중력오차를 제외하면 다음과 같이 나타낼 수 있다[7,8].

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}^n = & -(2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V^n + (C_b^f)^n \times \varepsilon \\ & + C_b^f \delta f^b - (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times V^n \end{aligned} \quad (2-1)$$

$\dot{\varepsilon} = -\omega_{in}^n \times \varepsilon + C_b^f \delta\omega_{ib}^b + \delta\omega_{in}^n$   
항법센서인 자이로와 가속도계의 오차를 각각 백색잡음과 랜덤상수로 가정하면 항법오차식은 다음과 같은 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_f \\ \dot{x}_a \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_1 & F_2 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_f \\ x_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_f \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \\ \dot{x}(t) &= F(t)x(t) + w(t), \quad w \sim N(0, Q) \\ F_1 &\equiv \begin{bmatrix} -2\overline{\omega_{ie}^n} & F_{12} \\ F_{21} & -\overline{\omega_{en}^n} \end{bmatrix}, \quad F_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -a_D & a_E \\ a_D & 0 & -a_N \end{bmatrix} \\ F_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & 1/R \\ -1/R & 0 \\ 0 & -\tan L/R \end{bmatrix}, \quad F_2 = \begin{bmatrix} \overline{C_b^f} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & \overline{C_b^f} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-2)$$

여기서  $x_f$ 와  $x_a$ 는 각각 항법오차와 센서오차를 나타내고  $w_f$ 는 공정잡음이다.

### 3. 연관계수

시스템 행렬의 차수가 큰 경우에 시스템 모델의 성분을 이용하여 상호분산행렬의 전파 및 보정을 수식적으로 유도하는 과정은 복잡하고 많은 시간을 필요로 한다. 그러나 상호분산행렬 대각 원소의 전파 및 보정을 수식적으로 유도하여 시스템 측정값이 각 상태변수에 미치는 영향을 효과적으로 파악할 수 있다.

상호분산행렬의 전파식은 식(3-1)과 같다.

$$P_n(-) = F(t_{n-1})P_{n-1}(+)F^T(t_{n-1}) + Q_d(t_{n-1}) \quad (3-1)$$

$$P_n(-) = \begin{bmatrix} P_{n11} & P_{n12} \\ P_{n12} & P_{n22} \end{bmatrix}$$

$$P_{n12} = \begin{bmatrix} C_n^*(1,1) * p\delta^2 & C_n^*(1,2) * p\gamma^2 & 0 & 0 & 0 \\ C_n^*(2,1) * p\delta^2 & C_n^*(2,2) * p\gamma^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_n^*(1,1) * p\delta^2 & C_n^*(1,2) * p\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_n^*(2,1) * p\delta^2 & C_n^*(2,2) * p\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p10^2 \end{bmatrix}$$

$$P_{n22} = \text{diag}\{p\delta^2, p\gamma^2, p\delta^2, p\beta^2, p10^2\}$$

칼만필터의 이득행렬과 상호분산행렬의 보정식은 각각 다음과 같다.

$$K = P_n(-)H^T(H P_n(-)H^T + R)^{-1} \quad (3-2)$$

$$P_n(+) = (I - KH)P_n(-) \quad (3-3)$$

$$P_{n11}(1,1) = p1^2 + ((2\Omega + \text{dot\_lam}) \sin L * p2)^2 + (a_D * p4)^2 +$$

$$(a_N * p5)^2 + (C_n^*(1,1) * p\delta^2)^2 + (C_n^*(1,2) * p\gamma^2)^2 + q1^2$$

$$P_{n11}(2,2) = p2^2 + ((2\Omega + \text{dot\_lam}) \sin L * p1)^2 + (a_D * p3)^2 +$$

$$(a_N * p5)^2 + (C_n^*(2,1) * p\delta^2)^2 + (C_n^*(2,2) * p\gamma^2)^2 + q2^2$$

$$P_{n11}(5,5) = (\text{dot\_L} * p3)^2 + (pr3 * p4)^2 + p5^2 + p10^2 + q5^2$$

$$P_{n11}(1,2) = (2\Omega + \text{dot\_lam}) \sin L * (p1^2 - p2^2) - a_N * a_D * p5^2 +$$

$$C_n^*(1,1) * C_n^*(1,2) * p\delta^2 + cC_n^*(1,2) * C_n^*(2,2) * p\gamma^2$$

$$P_{n11}(1,5) = \frac{\tan L * (2\Omega + \text{dot\_lam}) \sin L * p2^2}{R}$$

$$+ a_D * (\Omega + \text{dot\_lam}) \cos L * p4^2 + a_N * p5^2$$

$$P_{n11}(2,5) = -(a_D * p3^2 * \text{dot\_L} + a_N * p5^2) \quad (3-4)$$

시스템 측정값인 수평 방향 속도오차와 수직아래 방향 자세오차의 연관계수는 다음과 같다.

$$P_{13} = \frac{P_{n11}(1,5) - K(1,1) * P_{n11}(1,1) - K(1,2) * P_{n11}(2,5)}{\sqrt{P_{n11}(1,1) * (1 - K(1,1)) - K(1,2) * P_{n11}(2,1)}}$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{-K(5,1) * P_{n11}(1,5) - K(5,2) * P_{n11}(2,5) + P_{n11}(5,5)}}$$

$$P_{23} = \frac{P_{n11}(2,5) - K(2,1) * P_{n11}(1,5) + P_{n11}(2,5) * (1 - K(1,1))}{\sqrt{P_{n11}(2,2) * (1 - K(1,1))}}$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{-K(5,1) * P_{n11}(1,5) - K(5,2) * P_{n11}(2,5) + P_{n11}(5,5)}}$$

시스템이 안정상태에 도달하면 필터의 이득행렬 K의 성분들은 0에 가까운 값을 갖는다. 따라서 시스템 측정값인 북쪽 방향 속도오차와 수직아래 방향 자세오차의 연관계수는 상호분산행렬의 성분인  $P_{n11}(1,1)$ ,  $P_{n11}(1,5)$ ,  $P_{n11}(5,5)$ 에 지배적인 영향을 받는다. 따라서 연관계수의 분자인  $P_{n11}(1,5)$ 이 분모에 존재하는  $P_{n11}(1,1)$ 이나  $P_{n11}(5,5)$ 에 비하여 상대적으로 크기가 큰 경우에 두 상태변수의 연관성은 강하다고 할 수 있다.

$P_{n11}(1,5)$ 의 지배적 성분은 동쪽 방향 시스템 가속도  $a_E$ 와 수직아래 방향 시스템 가속도  $a_D$ 이다. 이들의 크

기에 비례하여 수직아래 방향 자세오차는 보정을 받는 데 중력 방향에 수직인 평면상에서 항체가 기동하는 경우에  $a_D$ 는 일정한 크기를 갖게 되고  $a_E$ 의 크기는 계속적으로 변화하면서 연관성에 실질적인 영향을 미친다.

### 4. 운항 궤적의 구성 및 시뮬레이션 결과 분석

항체가 운항하는 궤적을 생성한 후 생성된 궤적상에서 시스템의 가관측 정도를 분석하기 위하여 상호분산해석법 이용한 시뮬레이션을 수행한다.

#### 4.1 운항 궤적의 구성

운항 제어변수(flight control parameter)를 조정하여 항체가 운항할 궤적을 생성한다. 이때 사용되는 운항 제어변수는 자이로출력  $\omega_b^b$ , 항체 방향 선속도  $V^b$ 와 항체 방향 선속도 변화율  $\dot{V}^b$ 이다.

궤적의 생성은 먼저 항체의 위치, 자세 그리고 항법좌표계(n-frame)에서 표시되는 항체속도  $V^n$ 의 초기값을 설정한 후  $\omega_n^n$ 을 미리 계산한다.

동체좌표계에서 표시된 비력  $f^b$ 는 식(4-1)과 같다.

$$f^b = \dot{V}^b + \omega_{nb}^b \times V^b = \dot{V}^b + (\omega_{nb}^b - C_n^b \omega_n^n) \times V^b \quad (4-1)$$

따라서 항체의 자세에 따라 변하는  $\omega_{nb}^b$ 와 좌표변환행렬  $C_n^b$ 을 성분으로 갖는  $\omega_{nb}^b$ 를 조절하고 항체 방향 선속도  $V^b$ 와 항체 방향 선속도 변화율  $\dot{V}^b$ 의 성분을 입력으로 받아 운항 궤적을 생성한다.

#### 4.2 시뮬레이션 사양 및 결과 분석

속도오차( $\delta V$ ), 실제 항법좌표계와 해석 플랫폼좌표계 사이의 미소비틀림각( $\epsilon$ ), 자이로오차( $\delta \omega_b^b$ )와 가속도계오차( $\delta f^b$ )를 상태변수로 갖는 스트랩다운 관성항법 시스템의 운항 궤적에 따른 가관측성을 분석하기 위하여 상호분산 행렬을 이용한 시뮬레이션을 수행한다.

시뮬레이션 사양

시뮬레이션에서는 대상 시스템을 저급 INS와 중급 INS 사이로 가정한다. 각 상태변수의 초기 분산값은 표 4-1과 같으며 시뮬레이션 시간은 1800초이다.

표 4-1 상태 변수의 초기 분산값

상태변수	초기 분산값
$\delta V_N, \delta V_E$	$(1.2 ft/sec)^2$
$\epsilon_N, \epsilon_E, \epsilon_D$	$(60 arcmin)^2$
$\delta f_x^b, \delta f_y^b$	$(100ug)^2$
$\delta \omega_{b,x}^b, \delta \omega_{b,y}^b, \delta \omega_{b,z}^b$	$(0.02 deg/hr)^2$

결과분석

시뮬레이션 시작 직후 100초간, 마지막 300초간 수직아래 방향 자세오차( $\phi_D$ )의 표준편차는 다음과 같다.

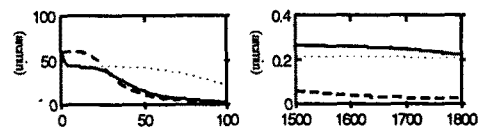


그림 1 수직아래 방향 자세오차

그림 1에서 초기에 직선 궤적에서의 운항이 원 궤적이거나 S 궤적에 비하여 수렴하는 속도가 느리다는 사실을 확인할 수 있는데 이러한 사실은 연관계수의 분석을 통하여 미리 알 수 있다. 수평 방향 속도오차와 수직아래 방향 자세오차의 연관계수를 해당 시구간에서 그려 보면 다음과 같다.

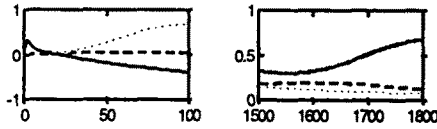


그림 2  $\delta V_N, \phi_D$  연관계수

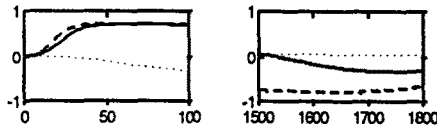


그림 3  $\delta V_E, \phi_D$  연관계수

처음 10 초간은 직선 궤적에서의 자세오차 감소 현상이 나타나는데 원인은 북쪽 방향 속도오차의 지배적 성분인 동쪽 방향 시스템 가속도  $a_E$ 가 다른 궤적에서의  $a_E$ 보다 큰 값을 갖기 때문이다. 10 초 이후 오차 감소가 정체되는 이유는 동쪽 방향 속도오차와 수직아래 방향 자세오차 사이의 연관관계가 약하고 시스템의 자세변화가 없어 가관측성이 떨어지기 때문이다. 원 궤적과 S 궤적에서는 10 초 후부터 자세오차가 점진적으로 감소한다. 이유는 북쪽 방향 시스템 가속도의 증가로 동쪽 방향 속도오차와 자세오차의 연관성이 증가하고 계속적인 자세변화로 북쪽 및 동쪽 방향 가속도계 오차항과의 연관성이 커져 시스템의 가관측성은 증대되기 때문이다.

마지막 300 초간의 수직아래 방향 자세오차는 S 궤적이 가장 작은 오차값을 나타내고 있다. 그리고 직선 궤적 보다는 원형 궤적이 수평 방향 속도오차와 수직아래 방향 자세오차 사이의 연관관계를 크게 유지시킨다.

### 5. 결론

본 논문에서는 스트랩다운 관성항법 시스템이 운항 중 정렬 시 항체의 운항 궤적에 따른 시스템의 가관측성에 관하여 분석 결과를 제시하였다. 상호분산 행렬과 보정계수 등의 가관측성 정도를 나타내는 지표를 이용한 시뮬레이션을 통하여 수치적으로 가관측 정도를 구하고 이러한 결과에 대한 원인 분석을 시스템 입력값과 상태변수 사이의 연관계수를 이용하여 수행하였다. 이 과정에서 사용한 항법오차 모델은 스트랩다운 관성항법 시스템의 오차방정식과 가속도계 및 자이로오차를 포함한 10 차의 준최적 항법오차 모델이다.

항체의 자세변화 및 시스템 입력 가속도 크기를 변화시키는 원 궤적과 S 궤적은 직선 궤적에 비하여 시스템의 가관측성을 향상시킨다. 이러한 사실은 연관계수를 이용하여 수치적으로 확인할 수 있다.

### 맺음말

본 연구는 자동제어특화연구센터와 국방과학연구소의 지원하에 이루어졌습니다.

### 참고문헌

- [1] George M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems*, Academic Press, 1993.
- [2] D. Goshen-Meskin and I.Y. Bar-Itzhack, "Observability Analysis of Inertial Navigation Systems During In-Flight Alignment," Faculty of Aeronautical Engineering, 1988.
- [3] A. A. Sutherland, Jr., "The Kalman Filter in Transfer Alignment of Inertial Guidance Systems," *Journal of spacecraft and rockets*, Vol. 5, 1968, pp 1175-1180
- [4] J. Baziv and C. T. Leondes, "In-flight Alignment and Calibration of Inertial Measurement Units-Part I: General formulation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol 8, 1972, pp 440-449
- [5] B. Porat and I. Y. Bar-Itzhack, "Effect of Acceleration Switching during INS In-Flight Alignment," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, 1981, pp 385-389
- [6] I. Y. Bar-Itzhack and B. Porat, "Azimuth Observability Enhancement during Inertial Navigation System In-Flight Alignment," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 3, 1981, pp 337-344
- [7] Jang Gyu Lee, C.G. Park and H.W. Park, "Multi-position Alignment of Strapdown Inertial Navigation System," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 29, No. 4, 1993.
- [8] A. Weinred and I. Y. Bar-Itzhack, "The Psi-Angle Error Equation in Strapdown Inertial Navigation Systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 14, No. 3, 1978, pp 539-542.